
37
6 B
3



OPERE

DI

GALILEO GALILEI

DIVISE IN QUATTRO TOMI,

In questa nuova Edizione accresciute
di molte cose inedite.

TOMO TERZO.



IN PADOVA, MDCCXLIV.
Nella Stamperia del Seminario.
Appresso Gio: Manfrè.
Con Licenza de' Superiori, e Privilegio.

INDICE

Delle Cose contenute nel Terzo Tomo:

Po-

DIS-



DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE

Intorno a due nuove ſcienze attenenti alla Meccanica, ed ai Movimenti Locali

DI GALILEO GALILEI

Linceo, Filoſofo, e Matematico primario del Sereniſſimo

GRAN DUCA DI TOSCANA

Con un' Appendice del centro di gravità d' alcuni Solidi.

ALL' ILLUSTRISSIMO SIGNORE IL SIG.

CONTE DI NOAILLES

Conſiglier di S. M. Criſtianiſſima, Cavalier dell' Ordine di Santo Spirito: Mariſcalco de' ſuoi Campi, ed Eſerciti: Siniſcalco, e Governatore di Roerga, e Luogotenente per S. M. in Orvegna; Mio Sig. e Padr. Colendiſs.

ILLUSTRISSIMO SIG.



Iconoſco per un effetto della magnanimità di V. S. Illuſtriſs. quanto gli è piaciuto diſporre di queſta Opera mia; non oſtante che (come ella ſa) confuſo, e sbigottito da i mal fortunati ſucceſſi di altre mie Opere, avendo meco medeſimo determinato di non eſporre in pubblico mai più alcuna delle mie fatiche, ma ſolo, acciò del tutto non reſtaſſero ſepolte, eſſendomi perſuaſo di laſciarne copia manoſcritta in luogo conſpicuo almeno a molti intelligenti delle materie da me trattate: e perciò avendo fatto elezione, per lo primo e più illuſtre luogo, di depoſitarle in mano di V. S. Illuſtriſs. ſicuro, che per ſua particolare affezione verſo di me, avrebbe avuto a cuore la conſervazione de' 479

miei studi, e delle mie fatiche; e perciò nel suo passaggio di qua, ritornando dalla sua Ambasciata di Roma, fui a riverirla personalmente, siccome più volte aveva fatto per lettere, e con tale incontro presentai a V. S. Illustris. la copia di queste due Opere, che allora mi trovava avere in pronto, le quali benignamente mostrò di gradire molto, e di essere per farne sicura conserva; e col parteciparle in Francia a qualche amico suo, perito di queste scienze, mostrare, che sebbene io taceva, non però passava la vita del tutto oziosamente. Andava di poi apparecchiandomi di mandarne alcune altre copie in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Ispagna, e forse anche in qualche luogo d'Italia, quando improvvisamente vengo dagli Elzeviri avvisato, come hanno sotto il torchio queste mie Opere, e che però io debba prendere risoluzione circa la Dedicatoria, e prontamente mandargli il mio concetto sopra di ciò. Mosso da questa inopinata, e inaspettata nuova, sono andato meco medesimo concludendo, che la brama di V. S. Illustris. di suscitare, e ampliare il nome mio, col partecipare a diversi i miei scritti, abbia cagionato, che sieno pervenuti nelle mani de' detti Stampatori; li quali essendosi adoperati in pubblicare altre mie Opere, abbiano voluto onorarmi di mandarle alla luce sotto le loro bellissime e ornatissime stampe. Perciò questi miei scritti debbono risentirsi, per aver avuta la sorte d'andar nell'arbitrio d'un sì gran Giudice, il quale, nel maraviglioso concorso di tante Virtù, che rendono V. S. Illustrissima ammirabile a tutti, ella con incomparabile magnanimità, per zelo anco del ben pubblico, a cui gli è paruto che questa mia Opera dovesse conferire, ha voluto allargargli i termini, ed i confini dell'onore. Sicchè essendo il fatto ridotto in cotale stato, è ben ragionevole, che io con ogni segno più conspicuo mi dimostri grato riconoscitore del generoso affetto di V. S. Illustris. che ha avuto a cuore di accrescermi la mia fama, con farle spiegar le ale liberamente sotto il Cielo aperto, dove che a me pareva assai dono, che ella restasse in ispazj più angusti. Pertanto al nome vostro, Illustrissimo Signore, conviene che io dedichi, e consacri questo mio parto, al che fare mi strigne non solo il cumulo degli obblighi, che le tengo, ma l'interesse ancora, il quale (siami lecito così dire) mette in obbligo V. S. Illustrissima di difendere la mia riputazione contro a chi volesse offenderla: mentre ella mi ha posto in isteccato contro a gli avversarj. Onde facendomi avanti sotto il suo stendardo, e protezione umilmente me le inchino, con augurarle per premio di queste sue grazie il colmo d'ogni felicità, e grandezza.

D'Arcetri li 6. Marzo 1638.

Di V. S. Illustris.

Devot. Servo
Galileo Galilei.

GIOR-

GIORNATA PRIMA.

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO, E SIMPLICIO.

Salv.  Argo campo di filosofare agl' intelletti speculativi parmi, che porga la frequente pratica del famoso Arsenale di Voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte, che Meccanica si domanda: attesochè quivi ogni sorta di strumento, e di macchina vien continuamente posta in opera da numero grande di artefici, tra i quali e per l' osservazioni fatte dai loro antecessori, e per quelle, che di propria avvertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza, che ve ne sieno dei peritissimi, e di finissimo discorso. 481 Tom. 2. Ed. Fior.

Sagr. V. S. non s'inganna punto: ed io, come per natura curioso, frequento per mio diporto la visita di questo luogo, e la pratica di questi, che noi per certa preminenza, che tengono sopra il resto della maestranza, domandiamo Proti; la conferenza dei quali mi ha più volte ajutato nell' investigazione della ragione di effetti non solo maravigliosi, ma reconditi ancora, e quasi inopinabili: è vero, che talvolta anco mi ha messo in confusione, e in disperazione di poter penetrare, come possa seguire quello, che lontano da ogni mio concetto mi dimostra il senso esser vero; e pur quello, che poco fa ci diceva quel buon vecchio, è un dettato, ed una proposizione bene assai vulgata; ma però io la reputava in tutto vana, come molte altre, che sono in bocca dei poco intelligenti, credo, da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno a quello, di che non son capaci.

Salv. V.S. vuol forse dire di quell' ultimo pronunziato, che ei proferì, mentre ricercavamo d' intendere, per qual ragione facevano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti, ed altri ripari, e fortificazioni intorno a quella gran Galeazza, che si doveva varare, che non si fa intorno a' Vascelli minori, dove egli rispose ciò farsi per evitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal gravissimo peso della sua vasta mole, inconveniente, al quale non son soggetti i legni minori?

Sagr. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell' ultima conclusione, che ei soggiunse, la quale io ho sempre stimata concetto vano del vulgo: cioè, che in queste, ed altre simili macchine non bisogna argomentare dalle piccole alle grandi; perchè molte invenzioni di macchine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono. Ma essendo che tutte le ragioni della Meccanica hanno i fondamenti loro nella Geometria, nella quale non vedo, che la grandezza, e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni, e qualunque altre figure solide soggette ad altre passioni queste, e ad altre quelle, quando la macchina grande sia fabbricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida, e resistente all' esercizio, al quale ella è destinata, non so vedere, perchè essa ancora non sia esente dagl' incontri, che sopraggiugner gli possono sinistri, e destruttori. 482

Salv. Il detto del vulgo è assolutamente vano, e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo, che molte macchine si potranno far più perfette in grande, che in piccolo, come per esempio un Oriuolo, che mostri, e batta le ore, più giusto si farà di una tal grandezza,

che di un' altra minore. Con miglior fondamento usurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali macchine grandi non conforme a quello, che si raccoglie dalle pure, ed astratte dimostrazioni Geometriche, ne rimettono la causa nell' imperfezione della materia, che soggiace a molte alterazioni, ed imperfezioni. Ma qui non so s' io potrò senza inciampare in qualche nota di arroganza dire, che nè anco il ricorrere all' imperfezioni della materia, potenti a contaminare le purissime dimostrazioni Matematiche, basti a scusare l' inobbedienza delle macchine in concreto alle medesime astratte e ideali: tuttavia io pure il dirò affermando, che astraendo tutte le imperfezioni della materia, e supponendola perfettissima, ed inalterabile, e da ogni accidental mutazione esente, tuttavia il solo esser materiale fa, che la macchina maggiore fabbricata dell' istessa materia, e coll' istesse proporzioni, che la minore, in tutte l'altre condizioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza, e resistenza contro alle violenti invasioni: ma quanto più sarà grande, tanto a proporzione sarà più debole. E perchè io suppongo la materia esser inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto, che di lei, come di affezione eterna e necessaria, si possono produr dimostrazioni non meno dell' altre schiette, e pure Matematiche. Però, Sig. Sagredo, revochi pur l' opinione, che teneva, e forse insieme con tutti gli altri, che nella Meccanica han fatto studio, che le macchine, e le fabbriche composte delle medesime materie con puntuale osservanza delle medesime proporzioni tra le loro parti debban essere egualmente, o per dir meglio, proporzionalmente disposte al resistere, e al cedere alle invasioni, ed impeti esterni; perchè si può Geometricamente dimostrare sempre le maggiori essere a proporzione men resistenti, che le minori: sicchè ultimamente non solo di tutte le macchine, e fabbriche artifiziali, ma delle naturali ancora sia un termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l'arte, nè la natura possa trapassare: trapassar dico con osservar sempre l'istesse proporzioni coll' identità della materia.

Sagr. Io già mi sento rivolgere il cervello, e quasi nugola dal baleno repentinamente aperta ingombrarmisi la mente da momentanea, ed insolita luce, che da lontano mi accenna, e subito confonde, ed asconde immaginazioni straniere, ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire, che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell' istessa materia simili, e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trovar due sole aste dell' istesso legno tra di loro simili in robustezza, e valore, ma diseguali in grandezza.

Salv. Così è, Sig. Sagredo; e per meglio assicurarci, che noi convenghiamo nel medesimo concetto, dico, che se noi ridurremo un' asta di legno a tal lunghezza, e grossezza, che fitta v. gr. in un muro ad angoli retti, cioè paral-
483 lela all' orizzonte, sia ridotta all' ultima lunghezza, che si possa reggere, sicchè allungata un pelo più, si spezzasse gravata dal proprio peso, questa sarà unica al mondo: sicchè essendo per esempio la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nessuna altra asta della medesima materia potrà ritrovarsi, che essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente abile a sostener se medesima, e nulla di più: ma tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti a sostenere oltre al proprio peso qualche altro appresso. E questo, che io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione, e così se un corrente potrà reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, una trave simile a lui non potrà altramente reggere il peso di dieci sue eguali. Ma notino in grazia V. S. e il Sig. Simpl. nostro, quanto le conclusioni vere, benchè nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco, depongono le vesti, che le occultavano, e

nude

nude e ſemplici fanno de' lor ſegreti gioconda moſtra. Chi non vede, come un cavallo cadendo da un' altezza di tre braccia, o quattro, ſi romperà l'oſſa, ma un cane da una tale, e un gatto da una di otto, o dieci, non ſi farà mal neſſuno, come nè un grillo da una torre, nè una formica precipitandoſi dall' orbe lunare? I piccoli fanciulli reſtano illeſi in cadute, dove i provetti ſi rompono gli ſtinchi, o la teſta. E come gli animali più piccoli ſono a proporzione più robuſti, e forti dei maggiori, così le piante minori meglio ſi ſoſtentano: e già credo, che amendue voi apprendiate, che una quercia dugento braccia alta non potrebbe ſoſtenere i ſuoi rami ſparſi alla ſimilitudine di una di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare un cavallo grande per venti cavalli, nè un Gigante dieci volte più alto di un uomo, ſe non o miracoloſamente, o coll' alterar aſſai le proporzioni delle membra, ed in particolare dell' oſſa, ingroſſandole molto e molto ſopra la ſimmetria dell' oſſa comuni. Il creder parimente, che nelle macchine artifiziali ugualmente ſieno fattibili, e conſervabili le grandiſſime, e le piccole, è errore manifeſto: e così per eſempio piccole Guglie, Colonnette, ed altre ſolide figure ſicuramente ſi potranno maneggiare, diſtendere, e rizzare ſenza riſico di romperſi, che le grandiſſime per ogni ſiniſtro accidente anderanno in pezzi, e non per altra cagione, che pel lor proprio peſo. E qui è forza, che io vi racconti un caſo degno veramente di eſſer ſaputo, come ſono tutti gli accidenti, che accadono fuori dell' aſpettazione, e maſſime quando il partito preſo per ovviare a uno inconveniente rieſce poi cauſa potiſſima del diſordine. Era una groſſiſſima Colonna di marmo diſteſa, e poſata preſſo alle ſue eſtremità ſopra due pezzi di trave; cadde in penſiero dopo certo tempo ad un Meccanico, che fuſſe bene per maggiormente aſſicurarſi, che gravata dal proprio peſo non ſi rompeſſe nel mezzo, ſupporgli anco in queſta parte un terzo ſimile ſoſtegno: parve il conſiglio generalmente molto opportuno, ma l'eſito lo dimoſtrò eſſere ſtato tutto l'oppoſito: atteſochè non paſſarono molti meſi, che la Colonna ſi trovò feſſa, e rotta giuſto ſopra il nuovo appoggio di mezzo.

Simp. Accidente in vero maraviglioſo, e veramente *præter ſpem*, quando però fuſſe derivato dall' aggiugnervi il nuovo ſoſtegno di mezzo.

Salv. Da quello ſicuramente derivò egli, e la riconoſciuta cagion dell' effetto leva la maraviglia: perchè depoſti in piana terra i due pezzi della Colonna, ſi vedde, che l'uno dei travi, ſu il quale appoggiava una delle teſtate, ſi era per la lunghezza del tempo infracidato, ed avvallato, e reſtando quel di mezzo du- 484
riſſimo, e forte, fu cauſa, che la metà della Colonna reſtaſſe in aria abbandonata dall' eſtremo ſoſtegno; onde il proprio ſoverchio peſo le fece fare quello, che non avrebbe fatto, ſe ſola ſopra i due primi ſi foſſe appoggiata, perchè all' avvallarſi qual ſi fuſſe di loro, ella ancora l'avrebbe ſeguito. E qui non ſi può dubitare, che tal accidente non ſarebbe avvenuto in una piccola Colonna, benchè della medeſima pietra, e di lunghezza riſpondente alla ſua groſſezza colla proporzione medeſima della groſſezza, e lunghezza della Colonna grande.

Sagr. Già ſin qui reſto io aſſicurato della verità dell' effetto, ma non penetro già la ragione, come nel creſcerſi la materia non debba coll' iſteſſo ragguaglio multiplicarſi la reſiſtenza, e gagliardia; e tanto più mi confondo, quanto per l'oppoſito vedo in altri caſi creſcerſi molto più la robuſtezza alla reſiſtenza al romperſi, che non creſce l'ingroſſamento della materia; che ſe, v. gr. ſaranno due chiodi fitti in un muro, l'uno più groſſo il doppio dell' altro, quello reggerà non ſolamente doppio peſo di queſto, ma triplo, e quadruplo.

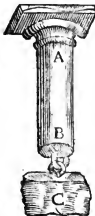
Salv. Dite pure ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè queſto effetto contraria a quello, ancorchè in ſembiante appariſca così diverſo.

Sagr. Adunque, Sig. Salviati, ſpianateci queſti ſcogli, e dichiarateci queſte oſcurità, ſe ne avete il modo: che ben conghietturo queſta materia delle reſiſtenze

eſſe-

eſſere un campo pieno di belle, ed utili contemplazioni, e ſe vi contentate, che queſto ſia il ſoggetto dei noſtri ragionamenti di oggi, a me, e credo al Sig. Simp. ſarà gratiſſimo.

Salv. Non poſſo mancar di ſervirle, purchè la memoria ſerva me in ſomminiſtrarmi quello, che già appreſi dal noſtro Accademico, che ſopra tal materia aveva fatte molte ſpeculazioni, e tutte conforme al ſuo ſolito Geometricamente dimoſtrate, in modo che non ſenza ragione queſta ſua potrebbe chiamarſi una nuova ſcienza; perchè ſebbene alcune delle concluſioni ſono ſtate da altri, e prima di tutti da Ariſtotile oſſervate, tuttavia ne ſono delle più belle, nè (quello, che più importa) dai loro primarj, e indubitati fondamenti con neceſſarie dimoſtrazioni provate. E perchè, come dico, voglio dimoſtrativamente accertarvi, e non con ſolamente probabili diſcorſi perſuadervi; ſupponendo, che abbiate quella cognizione delle concluſioni Meccaniche da altri ſin qui fondatamente trattate, che per lo noſtro biſogno ſarà neceſſaria; conviene, che avanti ogni altra coſa conſideriamo, quale effetto ſia quello, che ſi opera nella frazione di un legno, o di altro ſolido, le cui parti ſaldamente ſono attaccate; perchè queſta è la prima nozione, nella qual conſiſte il primo, e ſemplice principio, che come notiſſimo conviene ſupporſi. Per più chiara eſplicazione di che: ſegniamo il Cilindro, o Priſma A B di legno, o di altra materia ſolida, e coerente, fermato di ſopra in A, e pendente a piombo, al quale nell' altra eſtremità B ſia attaccato il peſo C; è manifeſto, che qualunque ſi ſia la tenacità, e coerenza tra di loro delle parti di eſſo ſolido, purchè non ſia infinita, potrà eſſer ſuperata dalla forza del traente peſo C: la cui gravità pongo, che poſſa accreſcerſi, quanto ne piace, e eſſo ſolido finalmente ſi ſtrapperà a guiſa di una corda. E ſiccome nella corda noi intendiamo la ſua reſiſtenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa, che la
485 compongono; così nel legno ſi ſcorgono le ſue fibre, e filamenti diſteſi per lungo, che lo rendono grandemente più reſiſtente allo ſtrappamento, che non ſarebbe qualſivoglia canapo della medeſima groſſezza: ma nel Cilindro di pietra, o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle ſue parti dipende da altro glutine, che da filamenti, o fibre, e pure eſſi ancora da valido tiramento vengono ſpezzati.



Simp. Se il negozio procede, come voi dite, intendo bene, che i filamenti nel legno, che ſon lunghi, quanto l'iſteſſo legno, poſſon renderlo gagliardo, e reſiſtente a gran forza, che ſe gli faccia per romperlo: ma una corda compoſta di fili di canapa non più lunghi di due, o tre braccia l'uno, come potrà ridurſi alla lunghezza di cento reſtando tanto gagliarda? In oltre vorrei anco ſentire la voſtra opinione intorno all' attaccamento delle parti dei metalli, delle pietre, e di altre materie prive di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco più tenace.

Salv. In nuove ſpeculazioni, e non molto al noſtro intento neceſſarie converrà divertire, ſe dovremo delle promoſſe difficoltà portar le ſoluzioni.

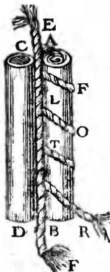
Sagr. Ma ſe le digreſſioni poſſono arrecarci la cognizione di nuove verità, che pregiudica a noi non obbligati a un metodo ſerrato, e conciſo, ma che ſolo per proprio guſto facciamo i noſtri congreſſi, digredire ora per non perder quelle notizie, che forſe laſciate l'incontrata occaſione, un'altra volta non ci ſi rappreſenterebbe? Anzi chi ſa, che bene ſpeſſo non ſi poſſano ſcoprir curioſità più belle delle primariamente cercate concluſioni? pregovi per tanto io ancora a dar ſoddiſ-

diſfazione al Sig. Simpl. e a me non men di eſſo curioſo, e deſideroſo d' intender, qual ſia quel glutine, che sì tenacemente ritien congiunte le parti de i ſolidi, che pur finalmente ſono diſſolubili: cognizione, che pure anco è neceſſaria per intender la coerenza delle parti degli ſteſſi filamenti, de i quali alcuni de i ſolidi ſon compoſti.

Salv. Eccomi a ſervirvi, poichè così vi piace. E' la prima difficultà, come poſſono i filamenti di una corda lunga cento braccia sì ſaldamente connetterſi inſieme (non eſſendo ciaſcheduno di eſſi lungo più di due, o tre) che gran violenza ci voglia a diſſeparargli. Ma ditemi, Sig. Simp., non potreſte voi di un ſol filo di canapa tener l' una dell' eſtremità talmente ſtretta fra le dita, che io tirando dall' altra, prima che liberarlo dalla voſtra mano, lo rompeſſi? certo sì: quando dunque i fili della canapa fuſſer non ſolo nell' eſtremità, ma in tutta la lor lunghezza con gran forza da chi gli circondaſſe tenuti ſtretti, non è manifeſta coſa, che lo sbarbargli da chi gli ſtringe ſarebbe aſſai più difficile, che rompergli? ma nella corda l' iſteſſo atto dell' attorcerla ſtringe le fila ſcambievolmente tra di loro, in maniera che tirando poi con gran forza la fune, i ſuoi filamenti ſi ſpezzano, e non ſi ſeparano l' uno dall' altro; come manifeſtamente ſi conoſce dal vederſi nella rottura i filamenti cortiſſimi, e non lunghi almeno un braccio l' uno, come dovria vederſi, quando la diviſion della corda ſi faceſſe non per lo ſtrappamento delle fila, ma per la ſola ſeparazione dell' uno dall' altro ſtriſciando.

Sagr. Aggiungaſi in conſermazion di queſto il vederſi talvolta romper la corda non pel tirarla per lo lungo, ma ſolo per lo soverchiamente attorcerla: argomento pare a me concludente, le fila eſſer talmente tra di loro ſcambievolmente compreſſe, che le comprimenti non permettono alle compreſſe ſcorrer quel minimo, che ſarebbe neceſſario per allungar le ſpire, acciocchè poteſſero circondar 486
la fune, che nel torcimento ſi ſcorcia, ed in conſeguenza qualche poco s' ingroſſa.

Salv. Voi beniſſimo dite: ma conſiderate appreſſo, come una verità ſi tira dietro l' altra. Quel filo, che ſtretto tra le dita non ſegue chi con qualche forza tirandolo vorrebbe di tra eſſe ſottrarlo, reſiſte, perchè da doppia compreſſione]vien ritenuto; imperciocchè non meno il dito ſuperiore preme contro all' inferiore, che queſto ſi prema contro a quello. E non è dubbio, che quando di queſte due premute ſe ne poteſſe ritenere una ſola, reſterebbe la metà di quella reſiſtenza, che dalle due congiunte dipendeva: ma perchè non ſi può coll' alzar, v. gr. il dito ſuperiore levar la ſua preſſione ſenza rimuovere anco l' altra parte, conviene con nuovo artifizio conſervarne una di loro, e trovar modo, che l' iſteſſo filo comprima ſe medeſimo contro al dito, o altro corpo ſolido, ſopra il quale ſi poſa, e far sì che l' iſteſſa forza, che lo tira per ſepararnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e queſto ſi conſeguirà coll' avvolgere a guiſa di ſpira il filo medeſimo intorno al ſolido. Il che acciò meglio s' intenda, ne ſegnerò un poco di figura; e queſti A B, C D ſiano due cilindri, e tra eſſi diſteſo il filo E F, che per maggior chiarezza ce lo figureremo eſſere una cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due cilindri l' uno contro all' altro, la corda F E tirata dall' eſtremità F reſiſterà a non piccola violenza prima, che ſcorrere tra i due ſolidi comprimentila: ma



ſe

se rimuoveremo l'uno di loro, la corda, benchè continui di toccar l' altro, non però da tal toccamento sarà ritenuta, che liberamente non iscorra. Ma se ritenendola, benchè debolmente attaccata verso la sommità del cilindro A, l' avvolgeremo intorno a quello a foggia di spira A F L O T R, e dal capo R la tireremo, è manifesto, che ella comincierà a stringere il cilindro, e se le spire, e voltate saranno molte, sempre più nel validamente tirare si comprimerà la corda addosso al cilindro: e facendosi colla moltiplicazione delle spire più lungo il toccamento, ed in conseguenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda, e l' acconsentir alla traente forza. Or chi non vede, che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille, e mille simili avvolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, sicchè poche sono le spire, colle quali tra di loro s' intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par, che domandino suste.

Sagredo. Cessa per lo vostro discorso nella mia mente la maraviglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Uno era il vede-
487 re, come due, o al più tre rivolte del canapo intorno al suso dell' Argano potevano non solamente ritenerlo, che tirato dall' immensa forza del peso, che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, ma che di più girando l' Argano il medesimo suso col solo toccamento del canapo, che lo strigne, potesse colli succedenti ravvolgimenti tirare, e sollevare vastissime pietre, mentre che le braccia di un debile ragazzo vanno ritenendo, e radunando l' altro capo del medesimo canapo. L' altro è di un semplice, ma arguto ordigno trovato da un giovane mio parente, per poter con una corda calarsi da una finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo avanti gli era intervenuto con sua grandissima offesa. Ne farò per facile intelligenza un piccolo schizzo. Intorno a un simil cilindro di legno A B grosso, come una canna, e lungo circa un palmo incavò un canaletto in forma di spira di una voltata, e mezzo, e non più, e di larghezza capace della corda, che voleva adoprare; e questa fece entrare per lo canale dal termine A, e uscire per l' altro B, circondando poi tal cilindro, e corda con un cannone pur di legno, ovvero anco di latta, ma diviso per lungo, ed ingangherato, sicchè liberamente potesse aprirsi, e chiudersi: ed abbracciando poi, e stringendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda a un fermo ritegno di sopra, si sospese su le braccia, e riuscì tale la compressione della corda tra il cannone ambiente, e il cilindro, che ad arbitrio suo strignendo fortemente le mani poteva sostenersi senza calare, ed allentandole un poco si calava lentamente a suo piacimento.



Sal. Ingegnosa veramente invenzione, e per intera esplicazione della sua natura mi par di scorgere così per ombra, che qualche altra speculazione si potesse aggiugnere: ma non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare; e massime volendo voi sentire il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi degli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi, e della maggior parte de i legni, ma la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali per mio giudizio si riducono a due capi; l' uno de i quali è quella decantata repugnanza, che ha la natura all' ammettere il vacuo: per l'altro bisogna (non bastando questo del vacuo) introdur qualche glutine, visco, o colla, che tenacemente colleghi le particole, delle quali esso corpo è com-

composto. Dirò prima del vacuo, mostrando con chiare esperienze, quale, e quanta sia la sua virtù. E prima il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo, o di vetro esquisitamente spianate, pulite, e lustre, che posata l'una su l'altra, senza veruna fatica se gli muove sopra strisciando (sicuro argomento, che nessun glutine le congiunge) ma, che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si trova, che la superiore solleva, e si tira dietro l'altra, e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorchè assai grossa, e grave, evidentemente ci mostra l'orrore della natura nel dover ammettere, sebben per breve momento di tempo, lo spazio voto, che tra di quelle rimarrebbe, avanti che il concorso delle parti dell' aria circostante l' avesse occupato, e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel 488
volerle separar lentamente niuna renitenza si trova fuor di quella della sola gravità, ma in un alzamento repentino l'inferior pietra si solleva, ma subito ricade, seguendo solamente la sovrana per quel brevissimo tempo, che basta per la distrazione di quella poca di aria, che s'interponeva tra le lastre, che non ben combagiavano, e per l'ingresso dell'altra circonfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge tra le due lastre, non si può dubitare, che parimente non risegga tra le parti di un solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco a parte, e come causa concomitante.

Sagr. Fermate di grazia, e concedetemi, che io dica una particolar considerazione, che pure ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere, come la piastra inferiore segue la superiore, e che con moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri, che contro al detto di molti Filosofi, e forse di Aristotile medesimo, il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perchè quando fusse tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna si separerebbero, giacchè il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione, e per lo concorso dell' aria ambiente a riempir quel vacuo, che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fa l'inferior lastra la superiore, si raccoglie, come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo. E si raccoglie insieme, che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo almeno per brevissimo tempo, cioè per tutto quello, che passa nel movimento dell' ambiente, mentre concorre a riempire il vacuo: che se vacuo non vi restasse, nè di concorso, nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Converrà dunque dire, che pur per violenza, o contro a natura il vacuo talor si conceda (benchè l'opinion mia è, che nessuna cosa sia contro a natura, salvo che l'impossibile, il quale poi non è mai.) Ma qui mi nasce un' altra difficoltà, ed è, che sebben l'esperienza mi assicura della verità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa, alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperocchè l' effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in conseguenza alla separazione succederebbe: e perchè mi pare, che la causa debba se non di tempo, almeno di natura precedere all' effetto, e che di un effetto positivo positiva altresì debba esser la causa, non resto capace, come dell'aderenza delle due piastre, e della repugnanza all' esser separate, effetti, che già sono in atto, si possa referir la cagione al vacuo, che non è, ma che avrebbe a seguire. E delle cose, che non sono, nessuna può esser l' operazione, conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

Simp. Ma giacchè concedete questo assioma ad Aristotile, non credo, che siate per negargliene un altro bellissimo, e vero: e questo è, che la natura non intraprende a voler fare quello, che repugna ad esser fatto: dal qual Pronunciato mi par, che dipenda la soluzione del nostro dubbio: perchè dunque a se medesimo repugna essere uno spazio vacuo, vieta la natura il far quello, in conseguenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

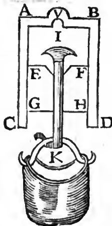
Sagr. Ora ammeſſo per ſoluzione adequata del mio dubbio queſto, che produce il Sig. Simplicio, ſeguitando il cominciato diſcorſo, parmi, che queſta medeſima repugnanza al vacuo dovrebbe eſſer baſtante ritegno delle parti di un ſolido di pietra, o di metallo, o ſe altre ve ne ſono, che più ſaldamente ſtiano congiunte, e renitenti alla diviſione. Perchè ſe di uno effetto una ſola è la cagione, ſiccome io ho inteſo, e creduto, o ſe pur molte ſe ne aſſegnano, ad una ſola ſi riducono; perchè queſta del vacuo, che ſicuramente è, non baſterà per tutte la reſiſtenze?

489 *Salv.* Io per ora non voglio entrare in queſta conteſa, ſe il Vacuo ſenza altro ritegno ſia per ſe ſolo baſtante a tenere unite le parti diſunibili de i corpi conſiſtenti, ma vi dico bene, che la ragione del Vacuo, che milita, e conclude nelle due piaſtre, non baſta per ſe ſola al ſaldo collegamento delle parti di un ſolido cilindro di marmo, o di metallo, le quali violentate da forze gagliarde, che dirittamente le tirino, finalmente ſi ſeparano, e ſi dividono. E quando io trovi modo di diſtinguer queſta già conoſciuta reſiſtenza dipendente dal Vacuo da ogni altra, qualunque ella ſi fuſſe, che con lei concorreſſe in fortificar l' attaccamento, e che io vi faccia vedere, come eſſa ſola non ſia a gran pezzo baſtante per tale effetto, non concederete voi, che ſia neceſſario introdurne altra? Ajutatelo, Signor Simplicio, giacchè egli ſta ambiguo ſopra quello, che debba riſpondere.

Simp. E' forza, che la ſoſpenſione del Sig. Sagredo ſia per altro riſpetto, non reſtando luogo di dubitare ſopra sì chiara, e neceſſaria conſequenza.

Sag. Voi, Sig. Simplicio, l' avete indovinata. Andava penſando, ſe non baſtando un milion di oro l' anno, che vien di Spagna per pagar l' eſercito, fuſſe neceſſario fare altra provviſione, che di danari per le paghe de' Soldati. Ma ſeguitate pur, Sig. Salviati, e ſupponendo, che io ammetta la voſtra conſequenza, moſtrateci il modo di ſeparare l' operazione del Vacuo dall' altre, e miſurandola fateci vedere, come ella ſia ſcarſa per l'effetto, di che ſi parla.

Salv. Il Voſtro Demonio vi aſſiſte. Dirò il modo dell' appartar la virtù del Vacuo dall' altre, e poi la maniera del miſurarla. E per appartarla piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra reſiſtenza alla ſeparazione fuor che di quella del Vacuo, quale a lungo è ſtato dimoſtrato in certo Trattato del noſtro Accademico eſſer l'acqua. Talchè qualunque volta ſi diſponeſſe un cilindro di acqua, e che attratto ſi ſentiſſe reſiſtenza allo ſtaccamento delle ſue parti, queſto da altra cagione, che dalla repugnanza al Vacuo, non potrebbe riconoſcerſi. Per far poi una tale eſperienza mi ſono immaginato un artifizio, il quale coll' ajuto di un poco di diſegno meglio, che con ſemplici parole, potrò dichiarare. Figuro queſto C A B D eſſere il profilo di un cilindro di metallo, o di vetro, che ſarebbe meglio voto dentro, ma giuſtiſſimamente tornito, nel cui concavo entri con eſquiſitiſſimo contatto un cilindro di legno, il cui profilo noto E G H F, il qual cilindro ſi poſſa ſpignere in ſu, e in giù, e queſto voglio, che ſia bucato nel mezzo, ſicchè vi paſſi un filo di ferro oncinato nell' eſtremità K, e l' altro capo I vadia ingroſſandoſi in forma di cono, o turbine, facendo che il foro fatto nel legno ſia nella parte di ſopra eſſo ancora incavato in forma di conica ſuperficie aggiuſtata puntualmente per ricevere la conica eſtremità I del ferro



IK,

I K, qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Inserto il legno, o vogliamolo chiamar zaffo E H nel cavo cilindro A D, non voglio, che arrivi fino alla superior superficie di esso cilindro, ma che ne resti lontano due, o tre dita, e tale spazio dee esser ripieno di acqua, la quale vi si metterà tenendo il 490
vaso colla bocca C D all' insù, e calandovi sopra lo zaffo E H, col tenere il turbine I remoto alquanto dal cavo del legno, per lasciar l' esito all' aria, che nel calcare lo zaffo se ne uscirà per lo foro del legno, che perciò si fa alquanto più largo della grossezza dell' asticciuola di ferro I K. Dato l' esito all' aria, e ritirato il ferro, che ben suggelli su il legno col suo turbine, si rivolterà il vaso tutto colla bocca all' ingiù, ed attaccando all' oncino K un recipiente da mettervi dentro rena, o altra materia grave, si caricherà tanto, che finalmente la superior superficie E F dello zaffo si staccherà dall' inferiore dell' acqua, alla quale niente altro la teneva congiunta, che la repugnanza del Vacuo: pesando poi lo zaffo col ferro, col recipiente, e con ciò, che vi sarà dentro, averemo la quantità della forza del Vacuo: e se attaccato a un cilindro di marmo, o di cristallo grosso, quanto il cilindro dell' acqua, però tale, che insieme col peso proprio dell' istesso marmo, o cristallo pareggi la gravità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del Vacuo tener le parti del marmo, e cristallo congiunte: ma non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnervi quattro volte altrettanto peso, converrà dire la resistenza del Vacuo esser delle cinque parti una, e l' altra quadrupla di quella del Vacuo.

Simpl. Non si può negare, che l' invenzione non sia ingegnosa, ma l'ho per soggetta a molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perchè chi ci assicura, che l' aria non possa penetrar tra il vetro, e lo zaffo, ancorchè si circondi bene di stoppa, o altra materia cedente? e così, acciocchè il cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l' ungerlo con cera, o trementina. In oltre perchè non potrebbero le parti dell' acqua distrarsi, e rarefarsi? perchè non penettare aria, o esalazioni, o altre sustanze più sottili pet le porosità del legno, o anche dell' istesso vetro?

Salv. Molto destramente ci muove il Sig. Simplicio le difficoltà, ed in parte ci somministra i rimedj, quanto alla penetrazion dell' aria per lo legno, o tra il legno, e il vetro. Ma io oltre di ciò noto, che potremo nell' istesso tempo accorgerci con acquisto di nuove cognizioni, se le promosse difficoltà avranno luogo. Imperocchè se l' acqua sarà per natura, sebben con violenza distraibile, come accade nell' aria, si vedrà lo zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro un poco di ombelico prominente, come questo V, penetrando per la sustanza, o porosità del vetro, o del legno aria, o altra più tenue, e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l' acqua) nell' eminenza V, le quali cose quando non si scorgano, verremo assicurati l'esperienza esser colle debite cautele stata tentata; e conosceremo l'acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia, benchè sottilissima.

Sagr. Ed io mercè di questi discorsi ritrovo la causa di un effetto, che lungo tempo mi ha tenuto la mente ingombrata di maraviglia, e vota d' intelligenza. Osservai già una Citerna, nella quale per trarne l' acqua fu fatto fare una tromba da chi forse credeva, ma vanamente, di poterne cavare con minor fatica l' istessa, o maggior quantità, che colle secchie ordinarie: ed ha questa tromba il suo stantuffo, e animella su alta, sicchè l'acqua si fa salire per attrazione, e non per impulso, come fanno le trombe, che hanno l' ordigno da basso. Questa, finchè nella Citerna vi è acqua fino ad una determinata altezza, la tira abbondantemente, ma quando l' acqua abbassa oltre a un determinato segno, la tromba non lavora più. Io credetti la prima volta che osservai tale acciden- 491

te, che l'ordigno fusse guasto, e trovato il Maestro, acciò lo raccomodasse, mi disse, che non vi era altrimente difetto alcuno, fuor che nell' acqua, la quale essendosi abbassata troppo, non pativa di essere alzata a tanta altezza; e mi soggiunse nè con Trombe, nè con altra macchina, che sollevi l'acqua per attrazione, esser possibile farla montare un capello più di diciotto braccia, e sieno le Trombe larghe, o strette, questa è la misura dell' altezza limitatissima. Ed io sin ora sono stato così poco accorto, che intendendo, che una corda, una mazza di legno, e una verga di ferro si può tanto e tanto allungare, che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è sovvenuto, che l'istesso molto più agevolmente accaderà di una corda, o verga di acqua. E che altro è quello, che si attrae nella Tromba, che un cilindro di acqua, il quale avendo la sua attaccatura di sopra, allungato più e più, finalmente arriva a quel termine, oltre al quale tirato dal suo già fatto soverchio peso non altrimente, che se fusse una corda, si strappa?

Salv. Così puntualmente cammina il negozio, e perchè la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell' altezza, alla quale qualsivoglia quantità di acqua, sieno cioè le Trombe larghissime, o strette, o strettissime, quanto un fil di paglia, può sostentarsi, tuttavolta che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo, o stretto, avremo il valore della resistenza del Vacuo nei cilindri di qualsivoglia materia solida, grossi, quanto sono i concavi dei cannoni proposti. E giacchè abbiamo detto tanto, mostriamo come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri, ec. si può facilmente ritrovare sino a quanta lunghezza si potrebbono allungare cilindri, fili, o verghe di qualsivoglia grossezza, oltre alla quale gravati dal proprio peso più non potrebber reggersi, ma si strapperebbero. Piglisi per esempio un fil di rame di qualsivoglia grossezza, e lunghezza, e fermato un de' suoi capi ad alto, si vadia aggiugnendo all' altro maggior e maggior peso, sicchè finalmente si strappi, e sia il peso massimo, che potesse sostenere, v. gr. cinquanta libbre. È manifesto, che cinquanta libbre di rame oltre al proprio peso, che sia per esempio un ottavo di oncia tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo, che se stesso potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo, che si strappò, e sia, v. gr. un braccio: e perchè pesò un ottavo di oncia, e resse se stesso, e cinquanta libbre appresso, che sono ottavi di oncia quattromila ottocento, diremo tutti i fili di rame, qualunque si sia la lor grossezza, potersi reggere sino alla lunghezza di quattromila ottocento un braccio, e non più; e così una verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattromila ottocento un braccio, la resistenza, che ella trova dipendente dal Vacuo, rispetto al restante è tanta, quanto importa il peso di una verga di acqua lunga braccia diciotto, e grossa quanto quella stessa di rame; e trovandosi v. gr. il rame esser nove volte più grave dell' acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparsi, dipendente dalla ragion del vacuo, importa quanto è il peso di due braccia dell' istessa verga; e con simil discorso, ed operazione si potranno trovare le lunghezze delle fila, o verghe di tutte le materie solide ridotte alla massima, che sostener si possa, ed insieme qual parte abbia il vacuo nella lor resistenza.

Sagr. Resta ora, che ci dichiate in qual cosa consista il resto della renitenza, cioè, qual sia il glutine, o visco, che ritiene attaccate le parti del solido, oltre
492 a quello, che deriva dal vacuo; perchè io non saprei immaginarmi, qual colla sia quella, che non possa essere arsa, e consumata in una ardentissima fornace in due, tre, e quattro mesi, nè in dieci, o cento; dove stando tanto tempo argento, oro, e vetro liquefatti, cavati poi tornano le parti loro nel freddarsi a riunirsi, e rattaccarsi, come prima. Oltrechè la medesima difficoltà, che ho nell'

nell' attaccamento delle parti del vetro, l'avrò io nelle parti della colla, cioè, che cosa sia quella, che le tiene così saldamente congiunte.

Salv. Pur poco fa vi dissi, che il vostro Demonio vi assisteva: sono io ancora nelle medesime angustie, ed ancora io toccando con mano, come la repugnanza del vacuo è indubitabilmente quella, che non permette, se non con gran violenza, la separazione delle due lastre, e più delle due gran parti della Colonna di marmo, o di bronzo, non so vedere, come non abbia ad aver luogo, ed esser parimente cagione della coerenza delle parti minori, e sino delle minime ultime delle medesime materie; ed essendo che di un effetto una sola è la vera, e potissima causa, mentre io non trovo altro glutine, perchè non debbo tentar di vedere, se questo del vacuo, che si trova, può bastarci?

Simpl. Se di già voi avete dimostrato la resistenza del gran vacuo nel separarsi le due gran parti di un solido esser piccolissima in comparazion di quella, che tien congiunte le particole minime, come non volete tener più che per certo, questa esser diversissima da quella?

Salv. A questo rispose il Sig. Sagr. che pur si pagavano tutti i particolari Soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi, e di quattrini, sebbene un milion di oro non bastava a pagar tutto l'esercito. E chi sa, che altri minutissimi vacui non lavorino per le minutissime particole, sicchè per tutto sia dell' istessa moneta quello, con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello, che talora mi è passato per l'immaginazione: ve lo do, non come verità risoluta, ma come una qual si sia fantasia piena anco d' indigestioni sottoponendola a più alte contemplazioni. Cavatene se nulla vi è, che vi gusti; il resto giudicatelo, come più vi pare. Nel considerar talvolta, come andando il fuoco serpendo tra le minime particole di questo, e di quel metallo, che tanto saldamente si trovano congiunte, finalmente le separa, e disunisce; e come poi partendosi il fuoco tornano colla medesima tenacità di prima a ricongiugnersi senza diminuirsi punto la quantità nell' oro, e pochissimo in altri metalli anco per lungo tempo, che restino distrutti, pensai, che ciò potesse accadere, perchè le sottilissime particole del fuoco penetrando per gli angusti pori del metallo (tra i quali per la loro strettezza non potessero passare i minimi dell' aria, nè di molti altri fluidi) col riempire i minimi vacui tra esse frapposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza, colla quale i medesimi vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e così potendosi liberamente muovere, la lor massa ne divenisse fluida, e tale restasse, sin che gl' ignicoli tra esse dimorassero: partendosi poi quelli, e lasciando i pristini vacui, tornasse la lor solita attrazione, ed in conseguenza l'attaccamento delle parti. Ed all' instanza del Sig. Simp. parmi, che si possa rispondere, che sebbene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in conseguenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttavia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) multiplica le resistenze: e quale, e quanta sia la forza, che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene evidentissimo argomento il veder noi un peso di milioni di libbre sostenuto da canapi 493
grossissimi, cedere, e finalmente lasciarsi vincere, e sollevare dall' assalto degl' innumerabili atomi di acqua, li quali, o spinti dall' Austro, o pure che distesi in tenuissima nebbia si vadano movendo per l'aria, vanno a cacciarsi tra fibra, e fibra dei canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; sicchè penetrando per gli angusti meati ingrossano le corde, e per conseguenza le scorciano, onde la mole gravissima a forza vien sollevata.

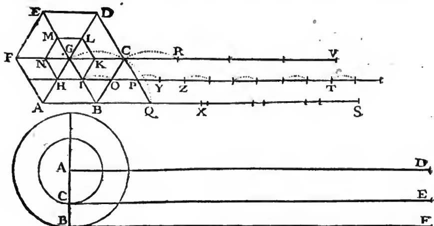
Sagr. Ei non è dubbio alcuno, che mentre una resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minutissime forze esser superata; sicchè anco un numero di

di formiche ſtraſcicherebbe per terra una nave carica di grano: perchè il ſenſo ci moſtra quotidianamente, che una formica deſtramente porta un granello; e chiara coſa è, che nella nave non ſono infiniti granelli, ma compreſi dentro a qualche numero, del quale ſe ne può prendere un altro quattro, e ſei volte maggiore, al quale ſe ſe ne prenderà un altro di formiche eguale, e ſi porranno in opera, condurranno per terra il grano, e la nave ancora. E' ben vero, che biſognerà, che il numero ſia grande, come anco per mio parere quello dei vacui, che tengono attaccati i minimi del metallo.

Salv. Ma quando biſognaſſe, che fuſſero anche infiniti, l' avete voi forſe per impoſſibile?

Sagr. No, quando quel metallo fuſſe una mole infinita: altrimenti

Salv. Altrimenti che? Orsù già che ſi è meſſo mano ai Paradoſſi, vediamo ſe in qualche maniera ſi poteſſe dimoſtrare, come in una continua eſtenſione finita non repugni il poterſi ritrovare infiniti vacui: e nell' iſteſſo tempo ci verrà ſe non altro, almeno arrecata una ſoluzione del più ammirabile problema, che ſia da Ariſtotile meſſo tra quelli, che eſſo medeſimo addimanda ammirandi, dico tra le queſtioni Meccaniche; e la ſoluzione potrebbe eſſer per avventura non meno eſplicante, e concludente di quella, che egli medeſimo ne arreca; e diverſa anco da quello, che molto acutamente vi conſidera il dottiſſimo Monſ. di Guevara. Ma biſogna prima dichiarare una propoſizione non toccata da altri, dalla quale dipende lo ſcioglimento della quiſtione, che poi, s' io non m' inganno, ſi tira dietro altre notizie nuove, e ammirande. Per intelligenza di che accuratamente deſcriveremo la figura. Però intendiamo un poligono equilatero, ed equiangolo di quanti lati eſſer ſi voglia, deſcritto intorno a queſto centro G, e ſia per ora un eſagono A B C D E F, ſimile al quale, e ad eſſo concentrico ne deſcriveremo un altro minore, quale noteremo H I K L M N, e



del maggiore ſi prolunghi un lato A B indeterminatamente verſo S, e del minore il riſpondente lato H I ſia verſo la medeſima parte ſimilmente prodotto, ſegnando la linea H T parallela all' A S, e pel centro paſſi l' altra alle medeſime equidiſtante G V. Fatto queſto il maggior poligono rivolgaſi ſopra la linea

A S

A S portando seco l'altro poligono minore. E' chiaro, che stando fisso il punto B termine del lato A B, mentre si comincia la revoluzione, l'angolo A si solleverà, e 'l punto C s'abbasserà descrivendo l'arco C Q, sicchè il lato B C si adatti alla linea a se stesso eguale B Q: ma in tal conversione l'angolo I del minor poligono si eleverà sopra la linea I T, per esser la I B obbliqua sopra l'A S: nè prima tornerà il punto I su la parallela I T, se non quando il punto C sarà pervenuto in Q: allora l'I sarà caduto in O, dopo aver descritto l'arco I O fuori della linea H T, ed allora il lato I K sarà passato in O P. Ma il centro G tra tanto sempre averà camminato fuori della linea G V, su la quale non sarà tornato, se non dopo aver descritto l'arco G C. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore 494 sarà trasferito a posare col lato B C su la linea B Q, il lato I K del minore sopra la linea O P, avendo saltato tutta la parte I O senza toccarla, e 'l centro G pervenuto in C, facendo tutto il suo corso fuori della parallela G V. E finalmente tutta la figura si sarà rimessa in un posto simile al primo; sicchè continuandosi la revoluzione, e venendo al secondo passo il lato del maggior poligono D C si adatterà alla parte Q X, il K L del minore (avendo prima saltato l'arco P Y) caderà in Y Z, ed il centro procedendo sempre fuori della G V in essa caderà solamente in R, dopo il gran salto C R. Ed in ultimo finita una intera conversione, il maggior poligono avrà calcate sopra la sua A S sei linee eguali al suo perimetro senza veruna interposizione, il poligono minore avrà parimente impresse sei linee eguali all'ambito suo, ma discontinuate dall'interposizione di cinque archi, sotto i quali restano le corde, parti della parallela H T non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è convenuto mai con la parallela G V, salvo che in sei punti. Di qui potete comprendere, come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea H T alla A S, della quale è solamente minore, quanto è la corda d'uno di questi archi, intendendo però la linea H T insieme con li spazj dei cinque archi. Ora questo, che vi ho esposto, e dichiarato nell'esempio di questi esagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si vogliano, purchè sieno simili, concentrici, e congiunti; e che alla conversion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl'intervalli sotto gli archetti non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il gran poligono di mille lati, e misura conseguentemente una linea retta eguale al suo ambito; e nell'istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, ma interrottamente composta di mille particelle eguali a i suoi mille lati coll'interposizione di mille spazj vacui, che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate da i lati del poligono. Ed il detto fin qui non ha veruna difficoltà, o dubitazione. Ma ditemi, se intorno a un centro, qual sia, v. g. questo punto A, noi descriveremo due cerchi concentrici, ed insieme uniti, e che da i punti C, B de i lor semidiametri sieno tirate le tangenti C E, B F, e ad esse pel centro A la parallela A D, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea B F (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due C E, A D) compita che abbia una revoluzione, che averà fatto il minor cerchio, e che il centro? questo sicuramente averà scorsa, e toccata tutta la linea A D, e la circonferenza di quello averà con li suoi toccamenti misurata tutta la C E, facendo l'istesso, che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea H T non fu tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, ma ne furon lasciate tante intatte coll'interposizione di vacui saltati, quante furon le parti tocche da i lati; ma qui ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea C E, sì che alcuna

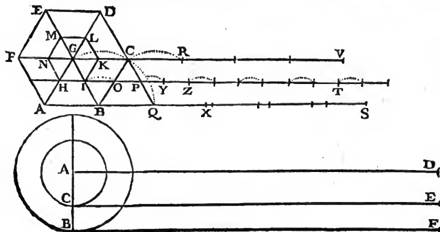
sua

(495 in right margin beside "nell'istesso tempo ... interrottamente")

sua parte non venga tocca, nè mai quello, che tocca della circonferenza, è manco del toccato nella retta. Or come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della sua circonferenza?

Sagr. Andava pensando, se si potesse dire, che siccome il centro del cerchio esso solo strascicato sopra A D la tocca tutta essendo anco un punto solo, così potessero i punti della circonferenza minore tirati dal moto della maggiore andare strascicandosi per qualche particella della linea C E.

Salv. Questo non può essere per due ragioni; prima perchè non sarebbe maggior ragione, che alcuno de i toccamenti simili al C andassero strascicando per qualche parte della linea C E, ed altri no: e quando questo fusse, essendo tali toccamenti (perchè son punti) infiniti, gli strascichi sopra la C E sarebbero infiniti, ed essendo quanti sarebbero una linea infinita, ma la C E è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande nella sua conversione continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto, che dal punto B tirare una linea retta fino al centro A, e che passasse pel punto C, sicchè mutando contatto la circonferenza grande, lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della sua retta C E. Oltre che anco nella conversione de i poligoni nessun punto del perimetro del minore si adattava a più d'un punto della linea, che dal medesimo perimetro veniva misurata, come si può facilmente intendere, considerando la linea I K esser parallela alla B C, onde fin che la B C non si schiaccia sopra la B Q, la I K resta sollevata sopra la I P, nè prima la calca, se non nel medesimo instante che la B C si unisce colla B Q, ed allora tutta insieme la I K si unisce colla O P, e poi immediatamente se gli eleva sopra.



Sagr. Il negozio è veramente molto intrigato, nè a me sovviene scioglimento alcuno, però diteci quello, che a noi conviene.

Salv. Io ricorrerei alla considerazione dei poligoni sopra considerati, l'effetto de i quali è intelligibile, e di già compreso, e direi, che siccome ne i poligoni di centomila lati alla linea passata, e misurata dal perimetro del maggiore, cioè, da i centomila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i centomila

mila lati del minore, ma coll' interpoſizione di centomila ſpazj vacui trapoſti; così direi ne i cerchi (che ſon poligoni di lati infiniti) la linea paſſata da gl' infiniti lati del cerchio grande, continuamente diſpoſti, eſſer pareggiata in lunghezza dalla linea paſſata dagl' infiniti lati del minore, ma da queſti coll' interpoſizione d' altrettanti vacui tra eſſi; e ſiccome i lati non ſon quanti, ma bene infiniti, così gl' interpoſti vacui non ſon quanti, ma infiniti, quelli cioè infiniti punti tutti pieni, e queſti infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E qui voglio, che notiate come riſolvendo, e dividendo una linea in parti quante, e per conſeguenza numerate, non è poſſibile diſporle in una eſtenſione maggiore di quella, che occupava mentre ſtavano continuate, e congiunte, ſenza l' interpoſizione d' altrettanti ſpazj vacui, ma immaginandola riſoluta in parti non quante, cioè ne' ſuoi infiniti indiviſibili, la poſſiamo concepire diſtratta in immenſo ſenza l' interpoſizione di ſpazj quanti vacui, ma ſibbene d' infiniti indiviſibili vacui. E queſto, che ſi dice delle ſemplici linee, s' intenderà detto delle ſuperficie de' corpi ſolidi, conſiderandogli compoſti d' infiniti atomi non quanti; mentre gli vorremo dividere in parti quante, non è dubbio, che non potremo diſporle in iſpazj più ampli del primo occupato dal ſolido, ſe non coll' interpoſizione di ſpazj quanti vacui, vacui dico almeno della materia del ſolido; ma ſe intenderemo l' altiſſima, ed ultima reſoluzione fatta ne i primi componenti non quanti, ed infiniti, potremo concepire tali componimenti diſtratti in iſpazio immenſo ſenza l' interpoſizione di ſpazj quanti vacui, ma ſolamente di vacui infiniti non quanti; ed in queſta guiſa non repugna diſtrarſi, v. g. un piccolo globetto d' oro in uno ſpazio grandiſſimo ſenza ammettere ſpazj quanti vacui: tuttavolta però che ammettiamo l' oro eſſer compoſto d' infiniti indiviſibili.

Simp. Parmi che voi camminate alla via di quei vacui diſſeminati di certo Filoſofo antico.

Salv. Ma però voi non ſoggiugnete: Il quale negava la provvidenza divina, come in certo ſimil propoſito aſſai poco a propoſito ſoggiunſe un tale antagoniſta del noſtro Accademico.

Simp. Vidi bene, e non ſenza ſtomaco, il livore del male affetto contraddittore; ma io non ſolamente per termine di buona creanza non toccherei ſimili taſti, ma perchè ſo quanto ſono diſcordi dalla mente ben temperata, e bene organizzata di V. S. non ſolo religioſa, e pia, ma cattolica, e ſanta. Ma ritornando ſul propoſito: molte difficoltà ſento naſcermi dagli avuti diſcorſi, dalle quali veramente io non ſaprei liberarmi. E per una mi ſi para avanti queſta, che ſe le circonferenze de i due cerchi ſono eguali alle due rette C E, B F, queſta continuamente preſa, e quella coll' interpoſizione d' infiniti punti vacui, l' A D deſcritta dal centro, che è un punto ſolo, in qual maniera ſi potrà chiamare ad eſſo eguale contenendone infiniti? In oltre quel comporre la linea di punti, il diviſibile di indiviſibili, il quanto di non quanti, mi pajono ſcogli aſſai duri da paſſargli: e l' iſteſſo dover ammettere il Vacuo tanto concludentemente riprovato da Ariſtotile non manca delle medeſime difficoltà.

Salv. Ci ſono veramente coteſte, e dell' altre: ma ricordiamoci, che ſiamo tra gl' infiniti, e gl' indiviſibili, quelli incomprenſibili dal noſtro intelletto finito per la loro grandezza, e queſti per la lor piccolezza; contuttociò vediamo, che l' umano diſcorſo non vuole rimanerſi dall' aggirarſegli attorno, dal che pigliando io ancora qualche libertà produrrei alcuna mia fantaſticheria ſe non concludente 497
neceſſariamente, almeno per la novità apportatrice di qualche maraviglia: ma forſe il divertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parervi importuno, e però poco grato.

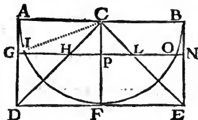
Sagr. Di grazia godiamo del benefizio, e privilegio, che s' ha dal parlar con i vivi, e tra gli amici, e più di coſe arbitrarie, e non neceſſarie, differente dal

trattar co' libri morti, li quali ti eccitano mille dubbj, e nessuno te ne risolvono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni, che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, che non ci mancherà tempo, mercè dell' esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuare, e risolvere l'altre materie intraprese, ed in particolare i dubbj toccati dal Sig. Simp. non si trapassino in tutti modi.

Salv. Così si faccia, poichè tale è il vostro gusto; e cominciando dal primo, che fu, come si possa mai capire, che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter fare altro per ora, proverò di quietaro, o almeno temperare una improbabilità con un' altra simile, o maggiore, come talvolta una maraviglia si attutisce con un miracolo. E questo sarà col mostrarvi due superficie eguali, ed insieme due corpi pur eguali, e sopra le medesime dette superficie come basi loro collocati, andarsi continuamente, ed egualmente e queste, e quelli nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare sì le superficie, come i solidi a terminare le lor perpetue egualità precedenti l'uno dei solidi coll'una delle superficie in una lunghissima linea, e l'altro solido coll'altra superficie in un sol punto; cioè questi in un sol punto, e quelli in infiniti.

Sagr. Ammirabil proposta veramente mi par cotesta, però sentiamone l'esplicazione, e la dimostrazione.

Salv. E' necessario farne la figura, perchè la prova è pura Geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio A F B, il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo A D E B, e dal centro a i punti D, E sieno tirate le rette linee C D, C E. Figurandoci poi il semidiametro C F perpendicolare a una delle due A B, D E immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta questa figura. E' manifesto, che dal rettangolo A D E B verrà descritto un cilindro, dal semicircolo A F B una mezza sfera, e dal triangolo C D E un cono. Inteso questo, voglio, che ci immaginiamo esser levato via l'Emisferio, lasciando però il cono, e quello, che rimarrà del cilindro, il quale dalla figura, che riterrà simile a una scodella, chiameremo pure Scodella; della quale, e del cono prima dimostreremo, che sono eguali; e poi un piano tirato parallelo al cerchio, che è base della Scodella, il cui diametro è la linea D E, e il centro F, dimostreremo tal piano, che passasse, v. gr. per la linea G N, segando la Scodella nei punti G I, O N, ed il cono ne' punti H L, tagliare la parte del cono C H L eguale sempre alla parte della Scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli G A I, B O N, e di più si proverà la base ancora del medesimo cono, cioè il cerchio, il cui diametro H L, essere eguale a quella circolar superficie, che è



498 base della parte della scodella, che è come se dicessimo un nastro di larghezza, quanta è la linea G I. (notate intanto, che cosa sono le diffinizioni dei Matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate, ed introdotte per levar lo stento tedioso, che voi, ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. gr. questa superficie nastro circolare, e quel solido acutissimo della Scodella rasojo rotondo) Or comunque vi piaccia chiamargli, bastivi intendere, che il piano prodotto per qualsivoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio, il cui diame-

tro

tro D E taglia sempre i due solidi, cioè la parte del cono C H L, e la superior parte della Scodella eguali tra di loro: e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro, e il cerchio H L pur tra loro eguali. Dal che ne segue la maraviglia accennata: cioè, che se intenderemo il segante piano successivamente innalzato verso la linea A B, sempre le parti dei solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali, e finalmente alzando, e alzando tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali) vanno a terminare l'una coppia di loro in una circonferenza di un cerchio, e l'altra in un sol punto: che tali sono l'orlo supremo della Scodella, e la cuspide del cono. Or mentre che nella diminuzione dei due solidi si va sino all' ultimo mantenendo sempre tra essi la egualità, ben par conveniente il dire, che gli altissimi, ed ultimi termini di tali menomamenti restino tra di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell' altro: par dunque, che la circonferenza di un cerchio immenso possa chiamarsi eguale a un sol punto. E questo, che accade nei solidi, accade parimente nelle superficie basi loro, che esse ancora conservando nella comune diminuzione sempre la egualità vanno in fine ad incontrare nel momento della loro ultima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di un cerchio, e questa un sol punto. Li quali perchè non si debbon chiamare eguali, se sono le ultime reliquie, e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso, che quando ben fussero tali vasi capaci degl' immensi Emisferi celesti, tanto gli orli loro supremi, e le punte dei contenuti coni, servando sempre tra loro l'egualità, andrebbero a terminare quelli in circonferenze eguali a quelle de' cerchi massimi degli Orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde conforme a quello, che tali specolazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze di cerchi quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e ciascheduna eguale a un punto solo.

Sagr. La speculazione mi par tanto gentile, e peregrina, che io quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar sì bella struttura calpestandola con qualche pedantesco affronto; però per intera soddisfazione recateci pur la prova, che dite Geometrica del mantenersi sempre l' egualità tra quei solidi, e quelle basi loro, che penso, che non possa esser se non molto arguta, essendo così sottile la filosofica meditazione, che da tal conclusione dipende.

Salv. La dimostrazione è anco breve, e facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale per esser l' angolo I P C retto, il quadrato del semidiametro I C è eguale alli due quadrati dei lati I P, P C. Ma il semidiametro I C è eguale alla A C, e questa alla G P, e la C P è eguale alla P H; adunque il quadrato della linea G P è eguale alli due quadrati delle I P, P H, e il quadruplo ai quadrupli; cioè il quadrato del diametro G N è eguale alli due quadrati I O, H L; e perchè i cerchi son tra loro, come i quadrati de' lor diametri, il cerchio, il cui diametro G N sarà eguale alli due cerchi, i cui diametri I O, H L, e tolto via il comune cerchio, il cui diametro I O, il residuo del cerchio 499
G N sarà eguale al cerchio, il cui diametro è H L. E questo è quanto alla prima parte. Quanto poi all' altra parte, lasceremo per ora la dimostrazione, sì perchè volendola noi vedere la troveremo nella duodecima Proposizione del libro secondo *de centro gravitatis solidorum* posta dal Sig. Luca Valerio nuovo Archimede dell'età nostra, il quale per un altro suo proposito se ne servì; sì perchè nel caso nostro basta l' aver veduto, come le superficie già dichiarate sieno sempre eguali; e che diminuendosi sempre egualmente vadano a terminare l'una in un sol punto, e l' altra nella circonferenza di un cerchio maggiore anco

C 2 di

di qualsivoglia grandissimo, perchè in questa consequenza sola versa la nostra maraviglia.

Sag. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la riflessione fattavi sopra. Or sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal Sig. Simp. se però avete alcuna particolarità da dirvi sopra, che crederei, che non potesse essere, essendo una controversia stata tanto esagitata.

Salv. Avrò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel, che poco fa dissi, cioè che l'infinito è per se solo da noi incomprensibile, come anco gl' indivisibili: or pensate quello, che saranno coogiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indivisibili, bisogna fargli infiniti; e così convieoe apprender nel medesimo tempo l'infinito, e l' indivisibile. Le cose, che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili potrebbe esser, che così improvvisamente non mi sovvenissero, ma nel progresso del ragionamento potrà accadere, che destando io a voi, ed in particolare al Sig. Simplicio obbjezioni, e difficoltà, essi all' incontro mi facessero ricordar di quello, che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia; e però colla solita libertà sia lecito produrre io mezzo i nostri umani capricci, che tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine soprannaturali, sole vere, e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti nei nostri oscuri, e dubbj sentieri, o più tosto laberinti.

Tra le prime istanze, che si sogliono produrre contro a quelli, che compongono il continuo d' indivisibili, suole esser quella, che uno indivisibile aggiunto a un altro indivisibile non produce cosa divisibile; perchè se ciò fusse, ne seguirebbe, che anco l'indivisibile fusse divisibile, perchè quando due indivisibili, come per esempio due punti, congiunti facessero una quantità, qual sarebbe una linea divisibile, molto più sarebbe tale una composta di tre, di cinque, di sette, e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo più segabili in due parti egnali, rendon segabile quell' indivisibile, che nel mezzo era collocato. In questa, ed altre obbjezioni di questo genere si dà soddisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma nè dieci, nè cento, nè mille non compongono una grandezza divisibile, e quanta, ma sibbene infiniti.

Simpl. Quì nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile, ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell' altra, tuttavolta che amendue contengano punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo geoere una cosa maggior dell' infinito; perchè la infinità dei punti della linea maggiore eccederà l'infinità dei punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell' infinito, mi par concetto da non potere esser capito in verun modo.

500 *Salv.* Queste son di quelle difficoltà, che derivano dal discorrer, che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno agl' infiniti, dandogli quelli attributi, che noi diamo alle cose finite, e terminate; il che penso, che sia inconveniente, perchè stimo, che questi attributi di maggioranza, minorità, ed egualità non convengano agl' infiniti, de' quali non si può dire uno esser maggiore, o minore, o eguale all' altro. Per prova di che già mi sovvenne un sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simpl. che ha mossa la difficoltà.

Io suppongo, che voi benissimo sappiate, quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simpl. So benissimo, che il numero quadrato è quello, che nasce dalla moltiplicazione di un altro numero in se medesimo, e così il quattro, il nove son numeri quadrati, nascendo quello dal dua, e questo dal tre in se medesimi moltiplicati.

Salv.

Salv. Benissimo; e sapete ancora, che siccome i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli, che si multiplicano, si chiamano lati, o radici; gli altri poi, che non nascono da numeri multiplicati in se stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati, e i non quadrati esser più, che i quadrati soli, dirò proposizione verissima; non è così?

Simpl. Non si può dir altrimenti.

Salv. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti, quante sono le proprie radici, avvengachè ogni quadrato ha la sua radice, ogni radice ha il suo quadrato, nè quadrato alcuno ha più di una sola radice, nè radice alcuna più di un quadrato solo.

Simp. Così sta.

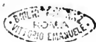
Salv. Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare, che elle non siano quante tutti i numeri, poichè non vi è numero alcuno, che non sia radice di qualche quadrato. E stante questo converrà dire, che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poichè tanti sono, quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più, che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine dei quadratti sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perchè sino a cento vi sono dieci quadrati, che è quanto a dire, la decima parte esser quadrati: in dieci mila solo la centesima parte son quadrati, in un milione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepire potessimo, bisognerebbe dire tanti essere i quadrati, quanti tutti i numeri insieme.

Sagr. Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

Salv. Io non vedo, che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici; nè la moltitudine de i quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella; ed in ultima conclusione gli attributi di eguale, maggiore, e minore non aver luogo negl' infiniti, ma solo nelle quantità terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere, che nelle maggiori non siano più punti, che nelle minori, io gli rispondo, che non ve ne sono nè più, nè manco, nè altrettanti; ma in ciascheduna infiniti. O veramente se io gli rispondessi i punti nell' una esser quanti 501
sono i numeri quadrati; in un' altra maggiore, quanti tutti i numeri; in quella piccolina, quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato soddisfazione col porre più in una, che nell' altra, e pure in ciascheduna infiniti? e questo è quanto alla prima difficoltà.

Sagr. Fermate in grazia, e concedetemi, che io aggiunga al detto fin qui un pensiero, che pur ora mi giugne; e questo è, che stante le cose dette fin qui parmi, che non solamente non si possa dire un infinito esser maggiore a un altro infinito, ma nè anco, che ei sia maggior di un finito, perchè se il numero infinito fusse maggiore, v. gr. del milione, ne seguirebbe, che passando dal milione ad altri ed altri continuamente maggiori, si camminasse verso l' infinito; il che non è: anzi per l' opposito a quanto maggiori numeri facciamo passaggio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perchè nei numeri, quanto più si pigliano grandi, sempre più e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti: ma nel numero infinito i quadrati non possono esser manco, che tutti i numeri, come pure ora si è conclnso: adunque l'andare verso numeri sempre maggiori e maggiori è un discostarsi dal numero infinito.

Salv. E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude gli attributi di maggiore,



re, minore, o eguale non aver luogo non solamente tra gl' infiniti, ma nè anco tra gl' infiniti, e i finiti.

Passo ora ad un' altra considerazione, ed è, che stante che la linea, ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non vedo come si possa sfuggire, la composizione essere d' infiniti indivisibili, perchè una divisione, e suddivisione, che si possa proseguir perpetuamente, suppone, che le parti sieno infinite, perchè altramente la suddivisione sarebbe terminabile; e l' esser le parti infinite si tira in consequenza l' esser non quante; perchè quanti infiniti fanno un' estensione infinita; e così abbiamo il continuo composto d' infiniti indivisibili.

Simpl. Ma se noi possiamo proseguir sempre la divisione in parti quante, che necessità abbiamo noi di dover per tal rispetto introdur le non quante?

Salv. L' istesso poter proseguir perpetuamente la divisione in parti quante, induce la necessità della composizione d' infiniti non quanti. Imperocchè venendo più alle strette io vi domando, che risolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo per vostro credere son finite, o infinite?

Simpl. Io vi rispondo esser infinite, e finite: infinite in potenza, e finite in atto. Infinite in potenza, cioè innanzi alla divisione; ma finite in atto, cioè dopo che son divise, perchè le parti non s' intendono attualmente esser nel suo tutto, se non dopo esser divise, o almeno segnate; altramente si dicono esservi in potenza.

Salv. Sicchè una linea lunga, v. g. venti palmi, non si dice contener venti linee di un palmo l' una attualmente, se non dopo la divisione in venti parti eguali, ma per avanti si dice contenerle solamente in potenza. Or sia, come vi piace ditemi, se fatta l' attual divisione di tali parti quel primo tutto cresce, o diminuisce, o pur resta della medesima grandezza?

Simpl. Non cresce, nè scema.

Salv. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo o vi sieno in atto, o vi sieno in potenza, non fanno la sua quantità maggiore, nè minore; ma chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel loro tutto, se son infinite, lo fanno di grandezza infinita; adunque parti quante benchè in
502 potenza solamente infinite, non possono esser contenute, se non in una grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser contenute.

Sagr. Come dunque potrà esser vero, che il continuo possa incessabilmente dividersi in parti capaci sempre di nuova divisione?

Salv. Par che quella distinzione d'atto, e di potenza vi renda fattibile per un verso quel, che per un altro sarebbe impossibile. Ma io vedrò d' aggiustar meglio queste partite con fare un altro computo. Ed al quesito, che domanda, se le parti quante nel continuo terminato sien finite, o infinite, risponderò tutto l' opposito di quel, che rispose dianzi il Sig. Simp. cioè non esser nè finite, nè infinite.

Simp. Ciò non avrei saputo mai rispondere io, non pensando, che si trovasse termine alcuno mezzano tra il finito, e l' infinito; sicchè la divisione, o distinzione, che pone una cosa o esser finita, o infinita, fusse manchevole e difettosa.

Salv. A me par, ch' ella sia. E parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite, e l' infinite vi sia un terzo medio termine, che è il rispondere ad ogni segnato numero; sicchè domandato nel presente proposito, se le parti quante nel continuo sieno finite, o infinite, la più congrua risposta sia il dire non essere nè finite, nè infinite, ma tante, che rispondono ad ogni segnato numero; per lo che fare è necessario, che elle non sieno comprese dentro a un limitato numero, perchè non risponderebbono ad un maggiore: ma nè anco è necessario, che

che elle sieno infinite, perchè niuno assegnato numero è infinito. E così ad arbitrio del domandante una proposta linea gliela potremo assegnare in cento parti quante, e in mille, e in cento mila, conforme a qual numero gli piacerà; ma divisa in infinite, questo non già. Concedo dunque a i Signori Filosofi, che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto, che le contenga in atto, o in potenza a lor gusto, e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che in una linea di dieci canne si contengono dieci linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, così contiene ella punti infiniti; chiamategli poi in atto, o in potenza, come più vi piace, che io, Sig. Simp. in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio, e giudizio.

Simp. Io non posso non laudare il vostro discorso: ma ho gran paura, che questa parità dell'esser contenuti i punti, come le parti quante, non corra con intera puntualità; nè che a voi sarà così agevole il dividere la proposta linea in infiniti punti, come a quei Filosofi in dieci canne, o in quaranta braccia: anzi ho per impossibile del tutto il ridurre ad effetto tal divisione; sicchè questa sarà una di quelle potenze, che mai non si riducono in atto.

Salv. Il non essere una cosa fattibile, se non con fatica, o diligenza, o in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perchè penso, che voi altresì non così agevolmente vi sbrigherete da una divisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno dovendo dividerla in 937. o altro gran numero primo. Ma se questa, che voi per avventura stimate divisione impossibile, io ve la riducessi a così spedita, come se altri la dovesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conversazione?

Simp. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piacevolezza; ed al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che a bastanza, 503
quando il risolverla in punti non fusse più laborioso, che il dividerla in mille parti.

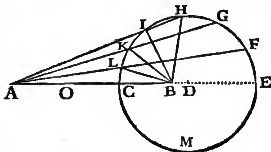
Salv. Qui voglio dirvi cosa, che forse vi farà maravigliare in proposito del volere, o poter risolver la linea ne' suoi infiniti, tenendo quell'ordine, che altri tiene nel dividerla in quaranta, sessanta, o cento parti, cioè coll'andarla dividendo in due, e poi in quattro, col qual'ordine chi credesse di trovare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perchè con tal progresso nè men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; ma degli indivisibili tanto è lontano il poter giugner per cotale strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa col continuar la divisione, e col multiplicar la moltitudine delle parti, di avvicinarsi alla infinità, eredo, che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso avuto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognava, che tanti fussero i quadrati, o i cubi, quanti tutt'i numeri, poichè e questi, e quelli tanti sono, quante le radici loro, e radici son tutt'i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliavano, tanto più radi si trovavano in essi i lor quadrati, e più radi ancora i lor cubi: adunque è manifesto, che a quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne seguita, che tornando indietro (poichè tal progresso sempre più ci allontana dal termine ricercato) se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unità. E veramente in essa son quelle condizioni, e necessari requisiti del numero infinito, dico, del contener in se tanti quadrati, quanti cubi, e quanti tutti i numeri.

Simp. Io non capisco bene, come si debba intendere questo negozio.

Salv. Il negozio non ha in se dubbio veruno, perchè l'unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato, e tutte le altre dignità; nè vi è particolarità veruna essenziale a i quadrati, a i cubi, che non convenga all'uno; come, v. g. pro-

prietà

prietà di due numeri quadrati è l' aver tra di loro un numero medio proporzionale. Pigliate qualsivoglia numero quadrato per l' uno de' termini, e per l' altro l' unità, sempre ci troverete un numero medio proporzionale. Sieno due numeri quadrati *9* e 4 eccovi tra 'l *9* e l' uno, medio proporzionale il *3*, fra 'l 4 e l' uno media il 2, e tra i due quadrati 9 e 4 vi è il *6* in mezzo. Proprietà de i cubi è l' esser tra essi necessariamente due numeri medi proporzionali. Ponete 8 e 27, già tra loro son medi 12 e 18, e tra l' uno, e l' 8 mediano il 2 e 'l 4, tra l' uno e 'l 27 il 3 e 'l *9*. Concludiamo per tanto non ci esser altro numero infinito, che l' unità. E queste sono delle maraviglie, che superano la capacità della nostra immaginazione, e che doveriano farci accorti, quanto gravemente si erri, mentre altri voglia discorrere intorno a gl' infiniti con quei medesimi attributi, che noi usiamo intorno a i finiti, le nature de i quali non hanno veruna convenienza tra di loro. In proposito di che non voglio tacervi un mirabile accidente, che pur ora mi sovviene, esplicante l'infinita differenza, anzi repugnanza, e contrarietà di natura, che incontrerebbe una quantità terminata nel trapassare all' infinita. Segniamo questa linea retta A B di qualsivoglia lunghezza; e preso in lei qualsivoglia punto C, che in parti diseguali la divida: dico, che partendosi coppie di linee da i termini A, B, che ritenendo fra di loro la medesima proporzione, che hanno le parti AC, B C, vadiano a concorrere insieme, i punti de i loro concorsi andranno tutti nella circonferenza di un medesimo cerchio: come per esempio partendosi le A L, B L



504 da i punti A, B, ed avendo tra di loro la medesima proporzione, che hanno le parti A C, B C, e andando a concorrere nel punto L, e ritenendo l' istessa proporzione altre due A K, B K, concorrendo in K altre, A I, B I, A H, H B, A G, G B, A F, F B, A E, E B, dico, che i punti dei concorsi C, L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di un istesso cerchio, talchè se ci immagineremo il punto C muoversi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte fino a i termini fissi A, B mantengano sempre la proporzione medesima, che hanno le prime parti A C, C B, tal punto C descriverà la circonferenza di un cerchio, come appresso vi dimostrerò. Ed il cerchio in cotal modo descritto sarà sempre maggiore e maggiore infinitamente, secondo che il punto C sarà preso più vicino al punto di mezzo, che sia O, e minore sarà quel cerchio, che dal punto più vicino all' estremità B sarà descritto; in maniera che da i punti infiniti, che pigliar si possono nella linea O B, si descriveranno cerchi (movendogli coll' esplicata legge) di qualsivoglia grandezza, minori della luce dell' occhio di una pulce, e maggiori dell' Equinoziale del primo Mobile. Ora se alzandosi qualsivoglia de i punti compresi tra i termini O, B da tutti si descrivono cerchi, e immensi dai punti prossimi all' O, alzando l' istesso O, e continuando di muoverlo coll' osservanza dell' istesso decreto, cioè, che le linee da esso prodotte fino a i termini A, B ritengano la proporzione, che hanno le prime linee A O, O B, che linea verrà segnata? Segneraßi la circon-

conferenza di un cerchio, ma di un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di un cerchio dunque infinito; ma si segna anco una linea retta, e perpendicolare sopra la B A eretta dal punto O, e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornavano l'altre; imperocchè la segnata per lo moto limitato del punto C dopo segnato il mezzo cerchio superiore C H E, continuava di segnare l'inferiore E M C riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C. Ma il punto O mossosi per segnar, come tutti gli altri della linea A B (perchè i punti presi nell'altra parte O A descriveranno essi ancora lor cerchi, ed i massimi i punti prossimi all'O) il suo cerchio per farlo massimo di tutti, e per conseguenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, ed in somma descrive una linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora qual differenza sia da un cerchio finito a un infinito, poichè questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere, e il potere essere; che già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare un cerchio infinito; il che si tira poi in conseguenza 505
nè meno potere essere una sfera infinita, nè altro qualsivoglia corpo, o superficie figurata, e infinita. Or che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all'infinito? E perchè dobbiamo sentir repugnanza maggiore, mentre cercando l'infinito ne i numeri andiamo a concluderlo nell'uno? E mentre che rompendo un solido in molte parti, e seguitando di ridurlo in minutissima polvere, risoluto che si fusse negl'infiniti suoi atomi non più divisibili, perchè non potremo dire quello esser ritornato in un sol continuo, ma forse fluido, come l'acqua, o il mercurio, o il medesimo metallo liquefatto? E non vediamo noi le pietre liquefarsi in vetro, ed il vetro medesimo col molto fuoco farsi fluido più che l'acqua?

Sagr. Dobbiamo dunque credere, i fluidi esser tali, perchè sono risoluti ne i primi infiniti indivisibili suoi componenti?

Salv. Io non so trovar miglior ripiego per risolvere alcune sensate apparenze, tra le quali una è questa. Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra, o metallo, e che con un martello, o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima, ed impalpabile polvere, chiara cosa è, che i suoi minimi, ancorchè per la lor piccolezza sieno impercettibili a uno a uno dalla nostra vista, e dal tatto: tuttavia sono eglino ancor quanti, figurati, e numerabili; e di essi accade, che accumulati insieme si sostengono ammucchiati; e scavati fino a certo segno, resta la cavità, senza che le parti d'intorno scorrano a riempirla; agitati, e commossi subito si fermano, tantosto che il motore esterno gli abbandona. E questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpuscoli maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancorchè sferica, come vediamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo, e di ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell'acqua, nessuno ve ne troveremo, ma sollevata immediatamente si spiana, se da vaso, o altro esterno ritegno non sia sostenuta; incavata subito scorre a riempier la cavità, ed agitata per lunghissimo tempo va fluttuando, e per ispazj grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire, i minimi dell'acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poichè ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima polvere, anzi non ha consistenza nessuna) esser differentissimi da i minimi quanti, e divisibili; nè saprei ritrovarvi altra differenza, che l'essere indivisibili. Parmi anco, che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma conghiettura; perchè se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia, e lo cominceremo a rompere, e pestare, ridotto in polvere perde la trasparenza, e sempre più, quanto più sottilmente si trita; ma l'acqua, che pur è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'oro, e l'argento con acque forti pol-

polverizzati più sottilmente, che con qualsivoglia lima, pur restano in polvere, ma non divengon fluidi: nè prima si liquefanno, che gl' indivisibili del fuoco, o de i raggi del Sole gli dissolvano, credo, ne i loro primi altissimi componenti infiniti, indivisibili.

Sagr. Questo, che V. S. ha toccato della luce, ho io più volte veduto con maraviglia, veduto dico, con uno specchio concavo di tre palmi di diametro liquefare il piombo in un istante; onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo, e ben terso, e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in brevissimo tempo, vedendo, che quello nè molto grande, nè ben lustro, e di cavità sferica con tanta forza liquefaceva il piom-
506 bo, ed abbruciava ogni materia combustibile: effetti, che mi rendon credibili le maraviglie degli specchi di Archimede.

Salv. Intorno agli effetti degli specchi di Archimede mi rende credibile ogni miracolo, che si legge in più Scrittori, la lettura de i libri dell'istesso Archimede già da me con infinito stupore letti, e studiati: e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello, che ultimamente ha dato in luce intorno allo Specchio Ustorio il P. Buonaventura Cavaleri, e che io con ammirazione ho letto, è bastato a levarmi ogni difficoltà.

Sagr. Vidi ancor io cotesto trattato, e con gusto, e maraviglia grande lo lessi, e perchè per avanti aveva conoscenza della persona, mi andai confermando nel concetto, che di esso aveva già preso, che ei fusse per riuscire uno de' principali Matematici dell' età nostra. Ma tornando all'effetto maraviglioso de i raggi Solari nel liquefare i metalli, dobbiamo noi credere, che tale, e sì veemente operazione sia senza moto, o pur che sia col moto, ma velocissimo?

Salv. Gli altri incendi, e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo. Vedansi le operazioni de i fulmini, della polvere nelle mine, e ne i petardi, ed in somma quanto il velocitar co i mantici la fiamma de i carboni, mista con i vapori grossi, e non puri, accresca di forza nel liquefare i metalli: onde io non saprei intendere, che l' azione della luce, benchè purissima, potesse esser senza moto, ed anco velocissimo.

Sagr. Ma quale, e quanta dobbiamo noi stimare, che sia questa velocità del lume? forse instantanea, momentanea, o pur come gli altri movimenti temporanea? ne potremo con esperienza assicurare quale ella sia?

Simp. Mostra l' esperienza quotidiana l' espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un' Artiglieria, lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce agli occhi nostri, ma non già il suono all'orecchie, se non dopo notabile intervallo di tempo.

Sagr. Eh Sig. Simplicio da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro se non che il suono si conduce al nostro udito in tempo men breve di quello, che si conduca il lume; ma non mi assicura, se la venuta del lume sia perciò instantanea più che temporanea, ma velocissima. Nè simile osservazione conclude più, che l'altra di chi dice: subito giunto il Sole all'orizzonte arriva il suo splendore agli occhi nostri; imperocchè chi mi assicura, che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine, che alla nostra vista?

Salv. La poca concludenza di queste, e di altre simili osservazioni mi fece una volta pensare a qualche modo di poterci senza errore accertare, se l' illuminazione, cioè se l'espansion del lume fusse veramente instantanea; poichè il moto assai veloce del suono ci assicura, quella della luce non poter esser se non velocissima. E l'esperienza, che mi sovvenne, fu tale. Voglio, che due piglino un lume per uno, il quale tenendolo dentro lanterna, o altro ricetto, possino andar coprendo, e scoprendo coll' interposizion della mano alla vista del compagno; e che ponendosi l' uno incontro all' altro in distanza di poche braccia vadano ad-

de-

destrandosi nello scoprire, ed occultare il lor lume alla vista del compagno: sicchè quando l'uno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza dopo alcune risposte fattesi scambievolmente verrà loro talmente aggiustata, che senza sensibile svario alla scoperta dell'uno risponderà immediatamente la scoperta dell'altro, sicchè quando l'uno scuopre il suo lume, vedrà 507
nell'istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell'altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza ponghansi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due, o tre miglia; e tornando di notte a far l'istessa esperienza, vadano osservando attentamente, se le risposte delle loro scoperte, e occultazioni seguono secondo l'istesso tenore, che facevano da vicino; che seguendo si potrà assai sicuramente concludere, l'espansion del lume essere instantanea; che quando ella ricercasse tempo, in una lontananza di tre miglia, che importano sei, per l'andata d'un lume, e venuta dell'altro, la dimora dovrebbe essere assai osservabile. E quando si volesse far tale osservazione in distanze maggiori, cioè di otto, o dieci miglia, potremo servirci del Telescopio, aggiustandone uno per uno gli osservatori al luogo, dove la notte si hanno a mettere in pratica i lumi, li quali ancorchè non molto grandi, e perciò invisibili in tanta lontananza all'occhio libero, ma ben facili a coprirsi, e scoprirsi, coll'ajuto de i Telescopi già aggiustati, e fermati potranno essere comodamente veduti.

Sagr. L'esperienza mi pare d'invenzion non men sicura, che ingegnosa, ma diteci quello, che nel praticarla avete concluso.

Salv. Veramente non l'ho sperimentata, salvo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non ho potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; ma ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea è ella; e per ora l'assimiglierei a quel moto, che vediamo farsi dallo splendore del baleno veduto tra le nugole lontane otto, o dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò il capo, e fonte in un luogo particolare tra esse nugole; ma ben immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti: che mi pare argomento quella farsi con qualche poco di tempo; perchè quando l'illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguere la sua origine, e dirò il suo centro dalle sue falde, e dilatazioni estreme. Ma in quai pelaghi ci andiamo noi inavvertentemente pian piano ingolfando? tra i vacui, tra gl'infiniti, tra gl'indivisibili, tra i movimenti instantanei, per non poter mai dopo mille discorsi giugnere a riva?

Sagr. Cose veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco l'infinito cercato tra i numeri, par che vadia a terminar nell'unità: da gl'indivisibili nasce il sempre divisibile: il vacuo non par che risegga se non indivisibilmente mescolato tra 'l pieno; ed in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin'alla circonferenza d'un cerchio diventa una linea retta infinita, che s'io ho ben tenuto a memoria, è quella Proposizione, che voi Sig. Salv. dovevate con Geometrica dimostrazione far manifesta. Però quando vi piaccia, sarà bene senza più digredire arrecarcela.

Salv. Eccomi a servirle, dimostrando per piena intelligenza il seguente Problema: Data una linea retta divisa secondo qualsivoglia proporzione in parti diseguali, descrivere un cerchio, alla cui circonferenza, prodotte a qualsivoglia punto di essa due linee rette, da i termini della data linea ritengano la proporzion medesima, che hanno tra di loro le parti di essa linea data, sicchè omologhe siano quelle, che si partono da i medesimi termini.

Sia la data retta linea A B, divisa in qualsivoglia modo in parti diseguali nel punto C; bisogna descrivere il cerchio, a qualsivoglia punto della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini A, B, abbiano tra di loro la 508

proporzion medeſima, che hanno tra di loro le parti A C, B C, ſicchè omologhe ſian quelle, che ſi partono dall' iſteſſo termine. Sopra 'l centro C coll' intervallo della minor parte C B intendaſi deſcritto un cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto A la retta A D indeterminatamente prolungata verſo E, e ſia il contatto in D, e congiungaſi la C D, che ſarà perpendicolare alla A E, ed alla B A ſia perpendicolare la B E, la quale prodotta concorrerà colla A E, eſſendo l'angolo A acuto: ſia il concorſo in E, di dove ſi ecciti la perpendicolare alla A E, che prodotta vadia a concorrere con la A B infinitamente prolungata in F. Dico primieramente le due rette F E, F C eſſer eguali; imperocchè tirata la E C, avremo nei due triangoli D E C, B E C li due lati dell' uno D E, E C eguali alli due dell' altro B E, E C, eſſendo le due D E, E B tangenti del cerchio D B, e le baſi D C, C B parimente eguali; onde li due angoli D E C, B E C ſaranno eguali. E perchè all' angolo B C E per eſſer retto manca quanto è l'angolo C E B, ed all' angolo C E F pur per eſſer retto manca quanto è l'angolo C E D, eſſendo tali mancamenti eguali, gli angoli F C E, F E C ſaranno eguali, ed in conſeguenza i lati F E, F C; onde fatto centro il punto F, e coll' intervallo F E deſcrivendo un cerchio paſſerà pel punto C. Deſcrivaſi, e ſia C E G. Dico queſto eſſere il cerchio ricercato, a qualſivoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee, che vi concorrano, partendoſi dai termini, A, B, avranno la medeſima proporzione tra di loro, che hanno le due parti A C, B C, le quali di già vi concorrono nel punto C. Queſto delle due, che concorrono nel punto E, cioè delle A E, B E, è manifeſto; eſſendo l'angolo E del triangolo A E B diviſo in mezzo dalla C E, per lo che qual proporzione ha la A C alla C B, tale ha la A E alla B E. L' iſteſſo proveremo delle due A G, B G terminate nel punto G. Imperocchè eſſendo (per la ſimilitudine de' triangoli A F E, E F B) come A F ad F E, così E F ad F B, cioè come A F ad F C, così C F ad F B, ſarà dividendo come A C, C F (cioè ad F G) così C B a B F, e tutta A B a tutta B G, come una C B ad una B F; e componendo come A G a G B, così C F ad F B, cioè E F ad F B, cioè A E ad E B, ed A C a C B, il che biſognava pro-
509 vare. Prendaſi ora qualſivoglia altro punto nella circonferenza, e ſia H, al quale concorrano le due A H, B H. Dico parimente come A C a C B, così eſſere A H ad H B. Prolunghiſi H B ſino alla circonferenza in I, e congiungaſi I F. E perchè già ſi è viſto come A B a B G, così eſſere C B a B F, ſarà il rettangolo A B F eguale al rettangolo C B G, e ſono gli angoli al B eguali, adunque A H ad H B ſta, come I F, cioè E F ad F B ed A E ad E B.

Dico oltre a ciò, che è impoſſibile, che le linee, che abbiano tal proporzione partendoſi dai termini A, B, concorrano a verun punto, o dentro, o fuori del

del cerchio CEG. Imperocchè, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L posto fuori, e siano le A L, B L, e prolunghisi la L B fino alla circonferenza in M, e congiungasi M F. Se dunque la A L alla B L è come la A C alla B C, cioè come la M F alla F B, avremo due triangoli A L B, M F B, li quali intorno alli due angoli A L B, M F B hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti F M B, L A B minori, che retti. (Imperocchè l'angolo retto al punto M ha per base tutto il diametro C G, e non la sola parte B F, e l'altro al punto A è acuto, perchè la linea A L omologa della A C è maggiore della B L omologa della B C.) Adunque i triangoli A B L, M B F son simili: e però come A B a B L, così M B a B F, onde il rettangolo A B F sarà eguale al rettangolo M B L; ma il rettangolo A B F s' è dimostrato eguale al C B G; adunque il rettangolo M B L è eguale al rettangolo C B G, il che è impossibile; adunque il concorso non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà non poter cader dentro; adunque tutti i concorsi caseano nella circonferenza stessa.

Ma è tempo, che torniamo a dar soddisfazione al desiderio del Sig. Simplicio, mostrandogli come il risolver la linea ne' suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, ma nè meno ha in se maggior difficoltà, che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però un supposto, il quale penso, Sig. Simpl. che non siate per negarmi; e questo è, che non mi ricercherete, che io vi separi i punti l'uno dall' altro, e ve gli faccia veder a uno a uno distinti sopra questa carta; perchè io ancora mi contenterei, che senza staccar l' una dall' altra le quattro, o le sei parti d' una linea, mi mostraste le sue divisioni segnate, o al più piegate ad angoli, formandone un quadrato, o un esagono; perchè mi persuado pure, che allora le chiamereste a bastanza distinte, e attuate.

Simpl. Veramente sì.

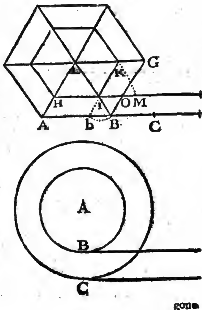
Salv. Ora se l'inflettere una linea ad angoli, formandone ora un quadrato, ora un ottangolo, ora un poligono di quaranta, di cento, o di mille angoli, è mutazione bastante a ridurre all' atto quelle quattro, otto, quaranta, cento, e mille parti, che prima nella linea diritta erano per vostro detto in potenza, quando io formi di lei un poligono di lati infiniti, cioè quando io la inflètta nella circonferenza d' un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d' aver ridotto all' atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, dicevate esser in lei contenute in potenza? nè si può negare tal risoluzione esser fatta ne' suoi infiniti punti non meno, che quella nelle sue quattro parti nel formarne un quadrato, o nelle sue mille nel formarne un millagono; imperocchè in lei non manca veruna delle condizioni, che si trovano nel poligono di mille, e di cento mila lati. Questo applicato a una linea retta se gli posa sopra toccandola con uno de' suoi lati, cioè con una sua millesima parte; il cerchio, che è un poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con uno de' suoi lati, che è un sol punto diverso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diviso, e distinto non meno, che un lato del poligono da i suoi conterminali. 510
E come il poligono rivoltato sopra un piano stampa con i toccamenti conseguenti de' suoi lati una linea retta eguale al suo perimetro; così il cerchio girato sopra un tal piano descrive con gl' infiniti suoi successivi contatti una linea retta eguale alla propria circonferenza. Non so adesso, Sig. Simp. se i Signori Peripatetici, a i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser divisibile in sempre divisibili, sicchè continuando una tal divisione, e suddivisione, mai non si perverrebbe alla fine, si contenteranno di concedere a me niuna delle tali loro divisioni esser l' ultima, come veramente non è, poichè sempre ve ne resta un' altra; ma bene l' ultima, e altissima esser quella, che lo risol-

risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo, che non si perverrebbe mai dividendo successivamente in maggiore e maggior moltitudine di parti: ma servendosi della maniera, che propongo io di distinguere, e risolvere tutta la infinità in un tratto solo (artifizio che non mi dovrebbe esser negato) crederei che dovessero quietarsi, ed ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili. E massime essendo questa una strada forse più d' ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono, oltre a quello già toccato della coerenza delle parti dei solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazione, e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell' inconveniente di dovere ammettere spazj vacui, e per questa la penetrazione dei corpi: inconvenienti, che amendue mi pare, che assai destramente vengano schivati coll' ammetter detta composizione d' indivisibili.

Simp. Io non so quello, che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuove, e come tali converrebbe esaminarle; e potrebbe accadere, che quelli vi ritrovassero risposte, e soluzioni potenti a sciorre quei nodi, che io per la brevità del tempo, e per la debolezza del mio ingegno non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per ora questa parte sentirei ben volentieri come l'introduzione di questi indivisibili faciliti l' intelligenza della condensazione, e della rarefazione, schivando nell' istesso tempo il vacuo, e la penetrazion de i corpi.

Sagr. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa all' intelletto mio tanto oscura, con questo però che io non rimanga defraudato di sentire, conforme a quello che poco fa disse il Sig. Simp. le ragioni d' Aristotile in confutazion del vacuo, ed in conseguenza le soluzioni, che voi gli arrecate, come convien fare, mentre voi ammettete quello, che esso nega.

Salv. Faremo l' uno, e l' altro. E quanto al primo è necessario, che sicome in grazia della rarefazione ci serviamo della linea descritta dal minor cerchio maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla rivoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo, come alla conversione fatta dal minor cerchio, il maggiore descriva una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione porremo innanzi la considerazione di quello, che accade ne i poligoni. In una descrizione simile a quell' altra siano due esagoni circa il comune centro L, che siano questi A B G, H I K colle linee parallele H O M, A B C, sopra le quali si abbiano a far le revoluzioni; e fermato l' angolo I del poligono minore volgasi esso poligono fin che il lato I K caschi sopra la parallela, nel qual
511 moto il punto K descriverà l' arco K M, e 'l lato K I si unirà colla parte I M. Tra tanto bisogna vedere quel, che farà il lato G B del Poligono



gono maggiore. E perchè il rivolgimento si fa sopra il punto I, la linea I B col termine suo B descriverà tornando in dietro l' arco B b sotto alla parallela C A, tal che quando il lato K I si congiugnerà colla linea M I, il lato B G si unirà colla linea b C, coll' avanzarsi per l' innanzi solamente, quanto è la parte B C, e ritirando indietro la parte suttesa all' arco B b, la quale vien soprapposta alla linea B A. Ed intendendo continuarsi nell' istesso modo la conversione fatta dal minor poligono, questo descriverà bene, e passerà sopra la sua parallela una linea eguale al suo perimetro, ma il maggiore passerà una linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee b B, quanti sono uno manco de' suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la b B. Qui dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione, per la quale il maggior poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è, perchè una parte di ciascheduno si soprappone al suo precedente conterminale.

Ma se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, ed il maggiore la sua nel punto C, qui nel cominciare a far la revoluzione del minore, non avverrà, che il punto B resti per qualche tempo immobile, sicchè la linea B G dando in dietro trasporti il punto C, come accadeva ne i poligoni, che restando fisso il punto I, finchè il lato K I cadesse sopra la linea I M, la linea I B riportava indietro il B termine del lato G B fino in b, onde il lato B G cadeva in b C soprapponendo alla linea B A la parte B b, e solo avanzandosi per l' innanzi la parte B C eguale alla I M, cioè a un lato del poligono minore, per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli avanzi, che restano eguali a i lati del minor poligono, vengono a comporre nell' intera revoluzione la linea retta eguale alla segnata, e misurata dal poligono minore. Ma qui dico, che se noi vorremo applicare un simil discorso all' effetto de i cerchi, converrà dire, dove i lati di qualsivoglia poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti; quelli son quanti, e divisibili, questi non quanti e indivisibili; i termini dei lati del poligono nella revoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè ciascheduno tal parte del tempo di una intera conversione, qual parte esso è di tutto il perimetro; ne i cerchi similmente 512
le dimore de' termini de' suoi infiniti lati son momentanee, che tal parte è un instante di un tempo quanto, quale è un punto di una linea, che ne contiene infiniti; i regressi indietro fatti da i lati del maggior poligono sono non di tutto il lato, ma solamente dell' eccesso suo sopra il lato del minore, acquistando per l' innanzi tanto di spazio, quanto è il detto minor lato; ne i cerchi il punto, o lato C nella quiete instantanea del termine B si ritira indietro, quanto è il suo eccesso sopra il lato B, acquistando per l' innanzi quanto è il medesimo B. Ed in somma gl' infiniti lati indivisibili del maggior cerchio cogl' infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell' infinite instantanee dimore degl' infiniti termini degl' infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi eguali agl' infiniti lati di esso minor cerchio, compongono, e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in se infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione, e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea divisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsivoglia poligono, il quale disteso in linea retta non si può ridurre in minor lunghezza, se non col far, che i lati si soprappongano, e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante, ma infinite senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazione di sopra dichiarata degl' infiniti indivisibili coll' interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il più,

che

che dir ſi poſſa per la condenſazione, e rarefazione de i corpi, ſenza neceſſità d'introdurre la penetrazione de i corpi, o gli ſpazj quanti vacui. Se ci è coſa, che vi guſti, fatene capitale, ſe no, riputatela vana, e il mio diſcorſo ancora, e ricercate di qualche altra eſplicazione di maggior quiete per l' intelletto. Solo queſte due parole vi replico, che noi ſiamo tra gl'infiniti, e gl'indiviſibili.

Sagr. Che il penſiero ſia ſottile, ed a' miei orecchi nuovo, e peregrino, lo confeſſo liberamente; ſe poi nel fatto ſteſſo la natura proceda con tale ordine, non ſaprei, che riſolvermi: vero è, che ſin che io non ſentiſſi coſa, che maggiormente mi quietaſſe, per non rimaner muto affatto, mi atterrei a queſta. Ma forſe il Sig. Simp. avrà (quello che ſin qui non ho incontrato) modo di eſplicare l' eſplicazione, che in materia così aſtruſa da i Filoſofi ſi arreca; che in vero quel, che ſin qui ho letto circa la condenſazione, è per me così denſo, e quel della rarefazione così ſottile, che la mia debol viſta queſto non comprende, e quello non penetra.

Simp. Io ſon pieno di confuſione, e trovo duri intoppi nell'un ſentire, e nell' altro, e in particolare in queſto nuovo, perchè ſecondo queſta regola un' oncia di oro ſi potrebbe rarefare, e diſtrarre in una mole maggiore di tutta la terra, e tutta la terra condenſare, e ridurre in minor mole di una noce: coſe, che io non credo, nè credo, che voi medeſimo crediate; e le conſiderazioni, e dimoſtrazioni ſin qui fatte da voi, come che ſon coſe Matematiche aſtratte, e ſeparate dalla materia ſenſibile, credo, che applicate alle materie fiſiche, e naturali non cammine rebbero ſecondo coteſte regole.

Salv. Che io vi ſia per far vedere l' inviſibile, nè io lo ſaprei fare, nè credo voi lo ricerchiate, ma per quanto da i noſtri ſenſi può eſſer compreſo, giacchè voi avete nominato l' oro, non veggiam noi farſi immenſa diſtrazione delle ſue
513 parti? Non ſo, ſe vi ſia occorſo il veder le maniere, che tengono gli artefici in condur l' oro tirato, il quale non è veramente oro ſe non in ſuperficie, ma la materia interna è argento; ed il modo del condurlo è tale. Pigliano un cilindro, o volete dire una verga di argento lunga circa mezzo braccio, e groſſa per tre, o quattro volte il dito pollice, e queſta indorano con foglie di oro battuto, che ſapete eſſer così ſottile, che quaſi va vagando per l'aria, e di tali foglie ne ſoprappongono otto, o dieci, e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immenſa, facendolo paſſare per i fori della filiera, tornando a farlo ripaſſare molte e molte volte ſucceſſivamente per fori più anguſti, ſicchè dopo molte e molte ripaſſate lo riducono alla ſottigliezza di un capello di donna, ſe non maggiore, e tuttavia reſta dorato in ſuperficie. Laſcio ora conſiderare a voi quale ſia la ſottigliezza, e diſtrazione, alla quale ſi è ridotta la ſuſtanza dell' oro.

Simp. Io non vedo, che da queſta operazione venga in conſeguenza un aſſottigliamento della materia dell' oro da farne quelle maraviglie, che voi vorreſte: prima perchè già la prima doratura fu di dieci foglie di oro, che vengono a far notabile groſſezza: ſecondariamente ſebben nel tirare, e aſſottigliare quell'argento creſce in lunghezza, ſcema però anco tanto in groſſezza, che compenſando l' una dimenſione coll' altra, la ſuperficie non ſi agumenta tanto, che per veſtir l' argento di oro biſogni ridurlo a ſottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

Salv. V'ingannate di aſſai, Sig. Simp. perchè l'accreſcimento della ſuperficie, è ſudduplo dell'allungamento, come io potrei geometricamente dimoſtrarvi.

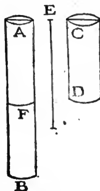
Sagr. Io e per me, e pel Signor Simp. vi pregherei a recarci tal dimoſtrazione, ſe però credete, che da noi poſſa eſſer capita.

Salv. Vedrò ſe così improvviſamente, mi torna a memoria. Già è manifeſto, che quel primo groſſo cilindro di argento, ed il filo lunghiſſimo tirato ſono due cilindri eguali, eſſendo l' iſteſſo argento; talchè s' io moſtrerò, qual proporzione abbiano

abbiano tra di loro le superficie de i cilindri eguali, averemo l' intento. Dico per tanto, che

La superficie de i cilindri eguali, trattone le basi, son tra di loro in suddupli-cata proporzione delle loro lunghezze.

Sieno due cilindri eguali, l' altezze de i quali A B, C D, e sia la linea E media proporzionale tra esse. Dico la superficie del cilindro A B, trattone le basi, alla superficie del cilindro C D, trattone parimente le basi, aver la medesima proporzione, che la linea A B alla linea E, che è suddupla dalla proporzione di A B a C D. Taglisi la parte del cilindro A B in F, e sia l' altezza A F eguale alla C D. E perchè le basi de' cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del cilindro C D al cerchio base del cilindro A B sarà come l' altezza B A alla D C, e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de i diametri, avranno detti quadrati la medesima proporzione, che la B A alla C D; ma come B A a C D così il quadrato B A al quadrato della E; son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno proporzionali: e come la linea A B alla E, così il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A; ma come i diametri, così sono le circonferenze, e come le circonferenze, così sono ancora le superficie de' cilindri egualmente alti; adunque come la linea A B alla E, così la superficie del cilindro C D alla superficie del cilindro A F. Perchè dunque l' altezza A F alla A B sta come la superficie A F alla superficie A B, e come l' altezza A B alla linea E, così la superficie C D alla A F sarà per la perturbata, come l'altezza A F alla E, così la superficie C D alla superficie A B, e convertendo come la superficie del cilindro A B alla superficie del cilindro C D, così la linea E alla A F, cioè alla C D, ovvero la A B alla E, che è proporzione suddupla della A B alla C D, che è quello, che bisognava provare. 514



Ora se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto, che quel cilindro di argento, che fu dorato, mentre non era più lungo di mezzo braccio, e grosso tre, o quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza di un capello si sia allungato fino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai) troveremo la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello, che era: ed in conseguenza quelle foglie di oro, che furon soprapposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore, ci assicurano l'oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo, restar non più grosso, che la ventesima parte di una foglia dell' ordinario oro battuto. Considerate ora voi, qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza una immensa distrazione di parti, e se questa vi pare una esperienza, che tenda anche ad una composizione d' infiniti indivisibili nelle materie fisiche: sebben di ciò non mancano altri più gagliardi, e concludenti rincontri.

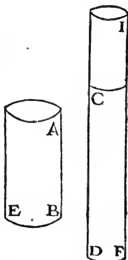
Sagr. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non avesse forza di persuader quel primo intento, per lo quale è stata prodotta (che pur mi par, che ve l' abbia grande) ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breve tempo, che per sentirla si è speso.

Salv. Giacchè vedo, che gustate tanto di queste geometriche dimostrazioni apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che soddisfà ad un quesito curioso assai. Nella passata aviamo quello, che accaggia de i cilindri eguali, ma diversi di altezze, ovvero lunghezze: è ben sentire quello, che av-

venga a i cilindri eguali di ſuperficie, ma diſeguali di altezze; intendendo ſempre delle ſuperficie ſole, che gli circondano intorno, cioè non comprendendo le due baſi ſuperiore, e inferiore. Dico dunque, che

I cilindri retti, le ſuperficie de i quali, trattone le baſi, ſieno eguali, hanno fra di loro la medeſima proporzione, che le loro altezze contrariamente preſe.

Sieno eguali le ſuperficie de i due cilindri A E, C F, ma l'altezza di queſto C D maggiore dell'altezza dell'altro A B. Dico il cilindro A E al cilindro C F aver la medeſima proporzione, che l'altezza C D alla A B. Perchè dunque la ſuperficie C F è eguale alla ſuperficie A E, ſarà il cilindro C F minore dell' A E, perchè ſe li fuſſe eguale, la ſua ſuperficie per la paſſata propoſizione ſarebbe maggiore della ſuperficie A E, e molto più, ſe il medeſimo cilindro C F fuſſe maggiore dell' A E. Intendaſi il cilindro I D eguale all'A E, adunque per la precedente la ſuperficie del cilindro I D alla ſuperficie dell' A E ſtarà come l' altezza I F alla media tra I F, A B. Ma eſſendo pel dato la ſuperficie A E eguale alla C F, ed avendo la ſuperficie I D alla C F la medeſima proporzione, che l'altezza I F alla
515 C D, adunque la C D è media tra le I F, A B. In oltre eſſendo il cilindro I D eguale al cilindro A E, avranno amendue la medeſima proporzione al cilindro C F, ma l'I D al C F ſta come l'altezza I F alla C D, adunque il cilindro A E al cilindro C F avrà la medeſima proporzione, che la linea I F alla C D, cioè, che la C D alla A B, che è l' intento.



Di qui s'intende la ragione di un accidente, che non ſenza maraviglia vien ſentito dal popolo; ed è, come poſſa eſſere, che il medeſimo pezzo di tela più lungo per un verſo, che per l'altro, ſe ſe ne faceſſe un ſacco da tenervi dentro del grano, come ſi coſtumano fare con un fondo di tavola, terrà più ſervendoci per l' altezza del ſacco della minor miſura della tela, e coll' altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l' oppoſito. Come ſe v. gr. la tela per un verſo fuſſe ſei braccia, e per l'altro dodici, più terrà, quando colla lunghezza di dodici ſi circonda la tavola del fondo, reſtando il ſacco alto braccia ſei, che ſe ſi circondaſſe un fondo di ſei braccia avendone dodici per altezza. Ora da quello, che ſi è dimoſtrato, alla generica notizia del capir più per quel verſo, che per queſto, ſi aggiugne la ſpecifica, e particolare ſcienza del quanto ei contenga più, che è, che tanto più terrà, quanto ſarà più baſſo, e tanto meno, quanto più alto: e così nelle miſure aſſegnate eſſendo la tela il doppio più lunga, che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco, che per l'altro verſo. E parimente avendo una ſtuoja per fare una bugnola, lunga venticinque braccia, e larga v. g. ſette, piegata per lo lungo terrà ſolamente ſette miſure di quelle, che per l'altro verſo ne terrebbe venticinque.

Sagr. E così con noſtro guſto particolare andiamo continuamente acquiſtando nuove cognizioni curioſe, e non ignude di utilità. Ma nel propoſito toccato adeſſo veramente non credo, che tra quelli che mancano di qualche cognizione di Geometria ſe ne trovaſſero quattro per cento, che non reſtaſſero a prima giunta ingannati, che quei corpi, che da ſuperficie eguali ſon contenuti, non fuſ-

fuſſero ancora in tutto eguali: ſiccome nell'iſteſſo errore incorrono parlando delle ſuperficie, che per determinare, come ſpeſſe volte accade, delle grandezze di diverſe Città, intera cognizione gli par d'averne, qualunque volta ſanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando, che può eſſere un recinto eguale d'un altro, e la piazza contenuta da queſto aſſai maggiore della piazza di quello, il che accade non ſolamente tra le ſuperficie irregolari, ma tra le regolari, tra le quali quelle di più lati ſon ſempre più capaci di quelle di manco lati: ſicchè in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capaciſſimo ſopra tutti gli altri poligoni di egual circuito; di che mi ricordo averne con guſto particolare veduta la dimoſtrazione ſtudiando la Sfera del Sacroboſco con un dottiſſimo Comentario ſopra.

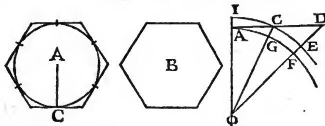
Salv. E'veriſſimo, ed avendo io ancora incontrato coteſto luogo, mi dette occaſione di ritrovare, come con una ſola, e breve dimoſtrazione ſi concluda il 516
cerchio eſſer maggiore di tutte le figure regolari iſoperimetre, e dell' altre quelle di più lati maggiori di quelle di manco.

Sagr. Ed io, che ſento tanto diletto in certe propoſizioni, e dimoſtrazioni ſcelte, e non triviali, importunandovi vi prego, che me ne facciate partecipe.

Salv. In brevi parole vi ſpediſco, dimoſtrando il ſeguente Teorema, cioè:

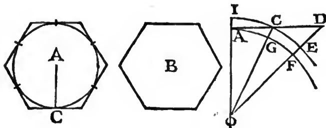
Il cerchio è medio proporzionale tra qualſivogliano due poligoni regolari tra di loro ſimili, de i quali uno gli ſia circonſcritto, e l'altro gli ſia iſoperimetro. In oltre eſſendo egli minore di tutti i circonſcritti, è all'incontro maſſimo di tutti gl' iſoperimetri. De i medeſimi poi circoſcritti quelli, che hanno più angoli, ſon minori di quelli, che ne hanno manco, ma all' incontro degl' iſoperimetri quelli di più angoli ſon maggiori.

Delli due poligoni ſimili A, B ſia l'A circonſcritto al cerchio A, e l'altro B ad eſſo cerchio ſia iſoperimetro. Dico il cerchio eſſer medio proporzionale tra eſſi. Imperocchè (tirato il ſemidiametro A C) eſſendo il cerchio eguale a quel triangolo rettangolo, dei lati del quale, che ſono intorno all' angolo retto, uno ſia eguale al ſemidiametro A C, e l'altro alla circonferenza; e ſimilmente eſſendo il Poligono A eguale al triangolo rettangolo, che intorno all' angolo retto ha uno dei lati eguale alla medeſima retta A C, e l' altro al perimetro del



medeſimo poligono, è manifeſto il circonſcritto poligono aver al cerchio la medeſima proporzione, che ha il ſuo perimetro alla circonferenza di eſſo cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che alla circonferenza detta ſi pone eguale: ma il poligono A al B ha doppia proporzione, che 'l ſuo perimetro al perimetro di B (eſſendo figure ſimili) adunque il cerchio A è medio proporzionale tra i due poligoni A, B; ed eſſendo il poligono A maggior del cerchio A, è manifeſto eſſo cerchio A eſſer maggiore del poligono B ſuo iſoperimetro, ed in conſeguenza maſſimo di tutti i poligoni regolari ſuoi iſoperimetri.

Quanto all'altra parte, cioè di provare, che dei poligoni circonscritti al medesimo cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati, ma che all'incontro dei poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati, dimostreremo così. Nel cerchio, il cui centro O semidiametro O A, sia la tangente A D, ed in essa pongasi per esempio A D esser la metà
517 del lato del pentagono circonscritto, ed A C metà del lato dell'ettagono, e tirinsi le rette O G C, O F D, e centro O, intervallo O C descrivasi l'arco E C I. E perchè il triangolo D O C è maggiore del settore E O C, e'l set-



tore C O I maggiore del triangolo C O A, maggior proporzione avrà il triangolo D O C al triangolo C O A, che 'l settore E O C al settore C O I, cioè che 'l settore F O G al settore G O A, e componendo, e permutando, il triangolo D O A al settore F O A avrà maggior proporzione, che il triangolo C O A al settore G O A, e dieci triangoli D O A a dieci settori F O A avranno maggior proporzione, che quattordici triangoli C O A a quattordici settori G O A, cioè il pentagono circonscritto avrà maggior proporzione al cerchio, che non gli ha l'ettagono: e però il pentagono sarà maggiore dell'ettagono. Intendasi ora un ettagono, ed un pentagono isoperimetri al medesimo cerchio. Dico l'ettagono esser maggiore del pentagono. Imperocchè essendo l'istesso cerchio medio proporzionale tra 'l pentagono circonscritto, e 'l pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra 'l circonscritto, e 'l isoperimetro ettagono; essendosi provato il circonscritto pentagono esser maggiore del circonscritto ettagono, avrà esso pentagono maggior proporzione al cerchio, che l'ettagono; cioè il cerchio avrà maggior proporzione al suo isoperimetro pentagono, che all'isoperimetro ettagono; adunque il pentagono è minore dell'isoperimetro ettagono; che si doveva dimostrare.

Sagr. Gentilissima dimostrazione, e molto acuta. Ma dove siamo trascorsi a ingolfarsi nella Geometria? mentre eramo sul considerare le difficoltà promosse dal Sig. Simpl. che veramente son di gran considerazione, ed in particolare quella della condensazione mi par durissima.

Salv. Se la condensazione, e la rarefazione son moti opposti, dove si veda un'immensa rarefazione, non si potrà negare una non men grandissima condensazione; ma rarefazioni immense, e quel che accresce la maraviglia, quasi che momentanee le vediamo noi tutto 'l giorno. E quale sterminata rarefazione è quella di una poca quantità di polvere d'artiglieria risoluta in una mole vastissima di fuoco? e quale oltre a questa l'espansione, direi quasi senza termine, della sua luce? E se quel fuoco, e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poichè dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual con-

den-

denfamento farebbe quefto? Voi difcorrendo troverete mille di tali rarefazioni, che fono molto più in pronto ad effer offervate, che le condenfazioni: perchè le materie denfe fon più trattabili, e fottopofte ai noftri fenfi, che ben maneggiamo le legne, e le vediamo rifolvere in fuoco, e in luce, ma non così vediamo il fuoco, e'l lume condenfarfi a cofituire il legno; vediamo i frutti, i fiori, e mille altre folide materie rifolverfi in gran parte in odori, ma non così offerviamo gli atomi odorofi concorrere alla coftituzione dei folidi odorati. Ma dove manca la fenfata offervazione, fi dee fupplir col difcorfo, che bafterà per farci capaci non men del moto alla rarefazione, e refoluzione dei folidi, che alla condenfazione delle foftanze tenui, e rariffime. In oltre noi trattiamo, come fi poffa far la condenfazione, e rarefazione dei corpi, che fi poffono rarefare, e condenfare, fpeculando in qual maniera ciò poffa effer fatto fenza l'introduzion del vacuo, e della penetrazione dei corpi; il che non efclude, che in natura poffano effer materie, che non ammettono tali accidenti, ed in confeguenza non danno luogo a quelli, che voi chiamate inconvenienti, e impoffibili. E finalmente, Sig. Simpl. io in grazia di voi altri Signori Filofofi mi fono affaticato in fpecolare, come fi poffa intendere farfi la condenfazione, e la rarefazione fenza ammettere la penetrazione dei corpi, e l'introduzione degli fpazj vacui: effetti da voi negati, ed abborriti; che quando voi gli volefte 518
concedere, io non vi farei così duro contraddittore. Però o ammettete quefti inconvenienti, o gradite le mie fpecolazioni, o trovatene di più aggiuftate.

Sagr. Alla negativa della penetrazione fon io del tutto con i Filofofi Peripatetici. A quella del vacuo vorrei fentir ben ponderare la dimoftrazione d'Ariftotile, colla quale ei l'impugna, e quello che voi Sig. Salv. gli opponete. Il Sig. Simp. mi farà grazia di arrecar puntualmentee la prova del Filofofo, e voi Sig. Salv. la rifpofta.

Simp. Ariftotile, per quanto mi fovviene, infurge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo, come neceffario pel moto, dicendo, che quefto fenza quello non fi potrebbe fare. A quefto contrapponendofi Ariftotile dimoftra, che all' oppofito il farfi (come vogliamo) il moto diftrugge la pofizione del vacuo; e'l fuo progreffo è tale. Fa due fuppofizioni: l'una è di mobili diverfi in gravità moffi nel medefimo mezzo: l'altra è dell' iſteffo mobile moffo in diverfi mezzi. Quanto al primo, fuppone che mobili diverfi in gravità fi muovano nell' ifteffo mezzo con difeguali velocità, le quali mantengano tra di loro la medefima proporzione, che le gravità; ficchè per efempio un mobile dieci volte più grave d'un altro fi muova dieci volte più velocemente. Nell' altra pofizione piglia, che le velocità del medefimo mobile in diverfi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella, che hanno le groffezze, o denfità di effi mezzi; talmente che pofto, v. g. che la craffizie dell' acqua foffe dieci volte maggiore di quella dell' aria, vuole, che la velocità nell'aria fia dieci volte più, che la velocità nell'acqua. E da quefto fecondo fuppofto trae la dimoftrazione in cotal forma. Perchè la tenuità del vacuo fupera d'infinito intervallo la corpulenza benchè fottiliffima di qualfivoglia mezzo pieno, ogni mobile, che nel mezzo pieno fi moveffe per qualche fpazio in qualche tempo, nel vacuo dovrebbe muoverfi in uno iftante; ma farfi moto in uno iftante è impoffibile; adunque darfi il vacuo in grazia del moto è impoffibile.

Salv. L'argomento fi vede, che è *ad hominem*, cioè contro a quelli, che volevano il vacuo come neceffario pel moto. Che fe io concederò l'argomento come concludente, concedendo infieme, che nel vacuo non fi farebbe il moto, la pofizion del vacuo affolutamente prefa, e non in relazione al moto, non vien diftrutta. Ma per dire quel, che per avventura potrebber rifpondere quegli

gli antichi, acciò meglio ſi ſcorga, quanto concluda la dimoſtrazione di Ariſtotile, mi par, che ſi potrebbe andar contro agli aſſunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo: io grandemente dubito, che Ariſtotile non ſperimentaſſe mai quanto ſia vero, che due pietre una più grave dell' altra dieci volte, laſciate nel medeſimo iſtante cader da un' altezza, v. gr. di cento braccia, fuſſer talmente differenti nelle loro velocità, che all' arrivo della maggior in terra l'altra ſi trovaſſe non avere nè anco ſceſo dieci braccia.

Simpl. Si vede pure dalle ſue parole, che ei moſtra di averlo ſperimentato, perchè ei dice: Vediamo il più grave; or quel vederſi accenna l'averne fatta l'eſperienza.

Sagr. Ma io, Sig. Simplicio, che ne ho fatto la prova, vi aſſicuro, che una palla di artiglieria, che peſi cento, dugento, ed anco più libbre, non anticiperà di un palmo ſolamente l'arrivo in terra della palla di un moſchetto, che ne peſi una mezza, venendo anco dall' altezza di dugento braccia.

519 *Salv.* Ma ſenz' altre eſperienze con breve, e concludente dimoſtrazione poſſiamo chiaramente provare non eſſer vero, che un mobile più grave ſi muova più velocemente di un altro men grave, intendendo di mobili dell' iſteſſa materia; ed in ſomma di queſti, dei quali parla Ariſtotile. Però ditemi, Sig. Simplicio, ſe voi ammettete, che di ciaſcheduno corpo grave cadente ſia una da natura determinata velocità; ſicchè l' accreſcergliela, o diminuirgliela non ſi poſſa ſe non con uſargli violenza, o opporgli qualche impedimento.

Simp. Non ſi può dubitare, che l'iſteſſo mobile nell' iſteſſo mezzo abbia una ſtatuita, e da natura determinata velocità, la quale non ſe gli poſſa accreſcere ſe non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela, ſalvo che con qualche impedimento, che lo ritardi.

Salv. Quando dunque noi aveſſimo due mobili, le naturali velocità dei quali fuſſero ineguali, è manifeſto, che ſe noi congiugneſſimo il più tardo col più veloce, queſto dal più tardo ſarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall' altro più veloce. Non concorrete voi meco in queſta opinione?

Simp. Parmi, che così debba indubitabilmente ſeguire.

Salv. Ma ſe queſto è, ed è inſieme vero, che una pietra grande ſi muove per eſempio con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque congiugnendole amendue inſieme, il compoſto di loro ſi moverà con velocità minore di otto gradi; ma le due pietre congiunte inſieme fanno una pietra maggiore, che quella prima, che ſi moveva con otto gradi di velocità; adunque queſta maggiore ſi muove men velocemente, che la minore: che è contro alla voſtra ſuppoſizione. Vedete dunque, come dal ſuppor, che il mobile più grave ſi muova più velocemente del men grave, io vi concludo il più grave muoverſi men velocemente.

Simp. Io mi trovo avviluppato, perchè mi par pure, che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peſo, e aggiugnendole peſo non ſo, come non debba aggiugnerle velocità, o almeno non diminuirgliela.

Salv. Qui, commettete un altro errore Sig. Simp. perchè non è vero, che quella minor pietra accreſca peſo alla maggiore.

Simp. Oh queſto paſſa bene ogni mio concetto.

Salv. Non lo paſſerà altrimente, fatto che io vi abbia accorto dell' equivoco, nel quale voi andate fluttuando: però avvertite, che biſogna diſtinguere i gravi poſti in moto, dai medeſimi coſtituiti in quiete. Una pietra meſſa nella bilancia non ſolamente acquiſta peſo maggiore col ſoprapporgli un' altra pietra, ma anco la giunta di un pennecchio di ſtoppa la farà peſar più quelle ſei, o dieci once, che peſerà la ſtoppa; ma ſe voi laſcerete liberamente cader da un' altezza la pietra legata colla ſtoppa, credete voi, che nel moto la ſtoppa graviti

ſopra

ſopra la pietra, onde gli debba accelerar il ſuo moto: o pur credete, che ella la ritarderà ſoſtenendola in parte? Sentiamo gravitarci ſu le ſpalle, mentre vogliamo opporci al moto, che ſarebbe quel peſo, che ci ſta addoſſo; ma ſe noi ſcendeſſimo con quella velocità, che quel tal grave naturalmente ſcenderebbe, in che modo volete, che ci prema, e graviti ſopra? Non vedete, che queſto ſarebbe un voler ferir colla lancia colui, che vi corre innanzi con tanta velocità, con quanta, o con maggiore di quella, colla quale voi lo ſeguite. Concludete per tanto, che nella libera, e naturale caduta la minor pietra non gravita ſopra la maggiore, ed in conſequenza non le accreſce peſo, come fa nella quiete.

Simp. Ma chi poſaſſe la maggiore ſopra la minore?

Salv. Le accreſcerebbe peſo, quando il ſuo moto fuſſe più veloce; ma già ſi 520
è concluſo, che quando la minore fuſſe più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor compoſto ſi muoverebbe men veloce, eſſendo maggiore dell' altra; che è contro al voſtro aſſunto. Concludiamo perciò, che i mobili grandi, e i piccoli ancora, eſſendo della medeſima gravità in iſpecie, ſi muovono con pari velocità.

Simpl. Il voſtro diſcorſo procede beniſſimo veramente: tuttavia mi par duro a credere, che una lagrima di piombo ſi abbia a muover così veloce, come una palla di artiglieria.

Salv. Voi dovevate dire un grano di rena, come una macina da guado. Io non vorrei Sig. Simp. che voi faceſte, come alcuni fanno, che divertendo il diſcorſo dal principale intento vi attaccaſte a un mio detto, che mancaſſe dal vero quanto è un capello, e che ſotto queſto capello voleſte naſconder un difetto di un altro grande, quanto una gomina da nave. Ariſtotile dice: una palla di ferro di cento libbre cadendo dall' altezza di cento braccia arriva in terra prima, che una di una libbra ſia ſceſa un ſol braccio: Io dico, che elle arrivano nell' iſteſſo tempo: Voi trovate, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè, che quando la grande percuote in terra, l'altra ne è lontana due dita: voi ora vorreſte dopo queſte due dita appiattare le novantanove braccia di Ariſtotile, e parlando ſolo del mio minimo errore, metter ſotto ſilenzio l' altro maſſimo. Ariſtotile pronunzia, che mobili di diverſa gravità nel medeſimo mezzo ſi muovono (per quanto dipende dalla gravità) con velocitadi proporzionate a i peſi loro, e l' eſemplifica con mobili, ne i quali ſi poſſa ſcorgere il puro, ed aſſoluto effetto del peſo, laſciando l' altre conſiderazioni sì delle figure, come de i minimi momenti, le quali coſe grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il ſemplice effetto della ſola gravità: che perciò ſi vede l'oro graviſſimo ſopra tutte l' altre materie ridotto in una ſottiliſſima foglia andar vagando per aria; l'iſteſſo fanno i ſaſſi peſtati in ſottiliſſima polvere. Ma ſe voi volete mantenere la propoſizione univerſale, biſogna, che voi moſtriate, la proporzione delle velocità oſſervarſi in tutti i gravi, e che un ſaſſo di venti libbre ſi muova dieci volte più veloce, che uno di due: il che vi dico eſſer falſo, e che cadendo dall' altezza di cinquanta, o cento braccia arrivano in terra nell' iſteſſo momento.

Simpl. Forſe da grandiſſime altezze di migliaja di braccia ſeguirebbe quello, che in queſte altezze minori non ſi vede accadere.

Salv. Se Ariſtotile aveſſe inteſo queſto, voi gli addoſſereſte un altro errore, che ſarebbe una bugia; perchè non ſi trovando in terra tali altezze perpendicolari, chiara coſa è, che Ariſtotile non ne poteva aver fatta eſperienza: e pur ci vuol perſuadere di averla fatta, mentre dice, che tale effetto ſi vede.

Simpl. Ariſtotile veramente non ſi ſerve di queſto principio, ma di quell'altro, che non credo, che patiſca queſte difficoltà.

Salv.

Salv. E l' altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio, che per
voi stesso non penetriate la fallacia, e che non vi accorgiate, che quando fusse vero, che l'istesso mobile in mezzi di differente sottilità, e rarità, ed in somma di diversa cedenza, quali per esempio son l' acqua, e l'aria, si movesse con
velocità nell' aria maggiore, che nell' acqua secondo la proporzione della rarità
dell'aria a quella dell' acqua, ne seguirebbe, che ogni mobile, che scendesse per
521 aria, scenderebbe anco nell' acqua; il che è tanto falso, quanto che moltissimi
corpi scendono nell' aria, che nell' acqua non pur non discendono, ma sormontano all' in su.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra conseguenza; e più dirò che Aristotile parla di quei mobili gravi, che discendono nell' un mezzo, e nell' altro, e non di quelli, che scendono nell'aria, e nell'acqua vanno all'in su.

Salv. Voi arrecate pel Filosofo di quelle difese, che egli assolutamente non produrrebbe per non aggravare il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell' acqua, o quel che si sia, che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell'aria, che meno lo ritarda; e avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch' ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di un grave, che discenda in amendue gli elementi, sarà dieci volte più tardo nell'acqua, che nell'aria.

Salv. Piglio adesso un di quei gravi, che vanno in giù nell' aria, ma nell' acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando, che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simpl. Ponghiamo, che ella si muova con venti gradi di velocità.

Salv. Benissimo. Ed è manifesto, che tal velocità a qualche altra minore può aver la medesima proporzione, che la corpulenza dell' acqua a quella dell' aria, e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente a filo, e a dirittura, conforme all' assunto d' Aristotile, si dovrebbe concludere, che la palla di legno, che nell' aria dieci volte più cedente dell' acqua si muove scendendo con venti gradi di velocità, nell'acqua dovrebbe scendere con due, e non venire a galla dal fondo come fa: se già voi non voleste dire, che nell'acqua il venire ad alto nel legno sia l' istesso, che 'l calare a basso con due gradi di velocità; il che non credo. Ma già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete, che qualche altra palla d' altra materia diversa dal legno si potrebbe trovare, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simpl. Potrebbesi senza dubbio; ma di materia notabilmente più grave del legno.

Salv. Questo è quel ch' io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell' acqua discende con due gradi di velocità, con quanta velocità discenderà nell' aria? Bisogna (se volete servar la regola d' Aristotile) che rispondiate, che si muoverà con venti gradi: ma venti gradi di velocità avete voi medesimo assegnati alla palla di legno: adunque quella, e l' altra assai più grave si moveranno per l' aria con egual velocità. Or come accorda il Filosofo questa conclusione coll' altra sua, che i mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono con diverse velocità, e diverse tanto, quanto le gravità loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non osservar accidenti frequentissimi, e palpabilissimi, e non badare a due corpi, che nell' acqua si muoveranno l' uno cento volte più velocemente dell' altro, ma che nell' aria poi quel più veloce non supererà l' altro di un sol centesimo? come per esempio un uovo di marmo scenderà nell' acqua cento volte più presto, che alcuno di gallina; che per l' aria nell' altezza di venti braccia non l' anticiperà

di

di quattro dita; ed in somma tal grave andrà al fondo in tre ore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in una battuta, o due di polso, e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio. E qui so ben, Signor Simplicio, che voi comprendete, che non ci ha 522
luogo distinzione, o risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazj notabilmente grandi, quali nè io, nè credo, che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, sebben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il volere al presente arrecare.

Sagr. Vedendo che il Sig. Simp. tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente avete dimostrato, come non è altrimenti vero, che mobili disegualmente gravi si muovono nel medesimo mezzo con velocità proporzionate alle gravità loro, ma con eguale; intendendo de i gravi dell'istessa materia, ovvero dell'istessa gravità in ispecie, ma non già (come credo) di gravità differenti in ispecie (perchè non penso, che voi intendiate di concluderci, ch'una palla di sughero si muova con pari velocità ch'una di piombo) ed avendo di più dimostrato molto chiaramente, come non è vero, che'l medesimo mobile in mezzi di diverse resistenze ritenga nelle velocità, e tardità sue la medesima proporzione, che le resistenze; a me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni, che nell'un caso, e nell'altro vengono osservate.

Salv. I quesiti son belli, ed io ci ho molte volte pensato; vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne ho in ultimo ritratto. Dopo essermi certificato non esser vero, che il medesimo mobile in mezzi di diversa resistenza osservi nella velocità la proporzione delle cedenze di essi mezzi; nè meno, che nel medesimo mezzo mobili di diversa gravità ritengano nelle velocità loro la proporzione di esse gravità (intendendo anco delle gravità diverse in ispecie) cominciai a comporre insieme amendue questi accidenti, avvertendo quello, che accadesse dei mobili differenti di gravità posti in mezzi di diverse resistenze, e m'accorsi le disegualità delle velocità trovarsi tuttavia maggiori nei mezzi più resistenti, che nei più cedenti, e ciò con diversità tali, che di due mobili, che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocità di moto, nell'acqua l'uno si moverà dieci volte più veloce dell'altro; anzi che tale, che nell'aria velocemente discende, nell'acqua non solo non iscenderà, ma resterà del tutto privo di moto, e quel che è più, si moverà all'insù: perchè si potrà tal volta trovare qualche sorte di legno, o qualche nodo, o radica di quello, che nell'acqua potrà stare in quiete, che nell'aria velocemente discenderà.

Sag. Io più volte mi son messo con una estrema flemma per vedere di ridurre una palla di cera, che per se stessa non va a fondo, coll'aggiugnerle grani di rena, a segno tale di gravità simile all'acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; nè mai per diligenza usata mi successe il poterlo conseguire; onde non so se altra materia solida si ritrovi tanto naturalmente simile in gravità all'acqua, che posta in essa in ogni luogo potesse fermarsi.

Salv. Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai più diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro caso i pesci vi avrebber potuto porger qualche documento, essendo in questo esercizio così dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo con un'acqua, ma con differenti notabilmente o per propria natura, o per una sopravvenente torbida, o per salsedine, che fa differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muoversi restano in quiete in ogni luogo; e ciò per mio credere fanno 523
eglino, servendosi dello strumento datogli dalla natura a cotal fine, cioè di quel-

la vescichetta, che hanno in corpo, la quale per uno assai angusto meato risponde alla lor bocca; e per quello a posta loro o mandano fuori parte dell' aria, che in dette vesciche si contiene, o venendo col nuoto a galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più, or meno gravi dell' acqua, ed a lor beneplacito equilibrandosegli.

Sagr. Io con un altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi era vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio coll' acqua, ed avendo messo nel fondo del vaso una parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla, che a mezz' acqua si fermava, e spinta nel fondo, o sospinta ad alto nè in questo, nè in quel sito restava, ma ritornava nel mezzo.

Salv. Non è cotesta esperienza priva di utilità: perchè trattandosi dai Medici in particolare delle diverse qualità di acque, e tra l' altre principalmente della leggerezza, o gravità più di questa, che di quella, con una simil palla aggiustata, sicchè resti ambigua, per così dire, tra lo scendere, e 'l salire in un' acqua, per minima che sia la differenza di peso tra due acque, se in una tal palla scenderà, nell' altra, che sia più grave, salirà. Ed è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettano in sei libbre d' acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla, che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire in confermazione dell' esattezza di questa esperienza, ed insieme per chiara prova della nulla resistenza dell' acqua all' esser divisa, che non solamente l' ingravirla colla mistione di qualche materia più grave di lei induce tanto notabil differenza, ma il riscaldarla, o raffreddarla un poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l' infonder quattro gocciole d' altra acqua un poco più calda, o un poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda, o vi sormonti: vi scenderà infondendovi la calda, e monterà per l' infusione della fredda. Or vedete quanto s' ingannino quei Filosofi, che voglion metter nell' acqua viscosità, o altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla divisione, o penetrazione.

Sagr. Vidi molto concludenti discorsi intorno a questo argomento in un trattato del nostro Accademico: tuttavia mi resta un gagliardo scrupolo, il quale non so rimuovere; perchè se nulla di tenacità, e coerenza risiede tra le parti dell' acqua, come possono sostenersi assai grandi pezzi, e molto rilevati in particolare sopra le foglie dei cavoli senza spargersi, e spianarsi?

Salv. Ancorchè vero sia, che colui, che ha dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l' istanze, che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare, nè la mia impotenza dee denigrare la candidezza della verità. Io primieramente vi confesso, che non so, come vadia il negozio del sostenersi quei globi d' acqua assai rilevati, e grandi, sebbene io so di certo, che da tenacità interna, che sia tra le sue parti, ciò non deriva; onde resta necessario, che la cagione di cotal' effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all' esperienze mostrate, ve lo posso confermare con un' altra efficacissima. Se le parti di quell' acqua, che rilevata si sostiene, mentre è circondata dall' aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fussero da un mezzo, nel quale avessero minor propensione di discendere, che nell' aria ambiente non hanno; ma un mezzo tale
524 sarebbe ogni fluido più grave dell' aria, v.g. il vino: e però infondendo intorno a quel globo d' acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell' acqua, conglutinate dall' interna viscosità, si dissolvessero; ma ciò non accad' egli, anzi non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che senza aspettar, che molto se gli elevi intorno, si dissolverà, e spianerà restandogli di sotto, se sarà vino rosso; è dunque esterna, e forse dell' aria ambiente

biente la cagione di tale effetto. E veramente ſi oſſerva una gran diſſenſione tra l' aria, e l' acqua, la quale ho io in un' altra eſperienza oſſervata; e queſta è: S' io empio d' acqua una palla di criſtallo, che abbia un foro anguſto, quant' è la groſſezza d' un fil di paglia, e così piena la volto colla bocca all' ingiù, non però l' acqua, benchè graviſſima, e pronta a ſcender per aria, nè l' aria altrettanto diſpoſta a ſalire, come leggeriſſima, per l' acqua, ſi accordano quella a ſcendere uſcendo pel foro, e queſta a ſalire entrandovi, ma reſtano amendue ritroſe e contumaci. All' incontro poi ſe io preſenterò a quel foro un vaſo con del vino roſſo, che quaſi inſenſibilmente è men grave dell' acqua, lo vedremo ſubito con tratti roſseggianti lentamente aſcendere per mezzo l' acqua, e l' acqua con pari tardità ſcender pel vino ſenza punto meſcolarſi, fin che finalmente la palla ſi empirà tutta di vino, e l' acqua calerà tutta nel fondo del vaſo di ſotto. Or che ſi dee qui dire, o che argumentarne, fuor che una diſconvenienza tra l' acqua, e l' aria occulta a me, ma forſe.....

Simpl. Mi vien quaſi da ridere nel veder la grande antipatia, che ha il Sig. Salviati coll' antipatia, che nè pur vuol nominarla, e pur è tanto accomodata a ſcior la difficoltà.

Salv. Or ſia queſta in grazia del Sig. Simplicio la ſoluzione del noſtro dubbio; e laſciato il digredire torniamo al noſtro propoſito. Veduto come la differenza di velocità nei mobili di gravità diverſe ſi trova eſſer ſommamente maggiore nei mezzi più e più reſiſtenti: ma che più nel mezzo dell' argento vivo, l' oro non ſolamente va in fondo più velocemente del piombo, ma eſſo ſolo vi diſcende, e gli altri metalli, e pietre tutti vi ſi muovono in ſu, e vi galleggiano; dove che tra palle d' oro, di piombo, di rame, di porfido, o di altre materie gravi, quaſi del tutto inſenſibile ſarà la diſegualità del moto per aria, che ſicuramente una palla d' oro nel fine della ſceſa di cento braccia non preverrà una di rame di quattro dita: veduto, dico, queſto, caſcai in opinione, che ſe ſi levaſſe totalmente la reſiſtenza del mezzo, tutte le materie diſcenderebbero con eguali velocità.

Simp. Gran detto è queſto Sig. Salv. Io non crederò mai, che nell' iſteſſo vacuo, ſe pur vi ſi deſſe il moto, un fiocco di lana ſi moveſſe così veloce come un pezzo di piombo.

Salv. Pian piano Sig. Simpl. la voſtra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inavveduto, che ſi debba credere, che non mi ſia ſovvenuta, e che in conſequenza io non vi abbia trovato ripiego. Però per mia dichiarazione, e voſtra intelligenza ſentite il mio diſcorſo. Noi ſiamo ſul volere inveſtigare quello, che accaderebbe ai mobili differentiſſimi di peſo in un mezzo, dove la reſiſtenza ſua fuſſe nulla, ſicchè tutta la differenza di velocità, che tra eſſi mobili ſi ritrovaſſe, riferir ſi doveſſe alla ſola diſuguaglianza di peſo. E perchè ſolo uno ſpazio del tutto voto di aria, e di ogni altro corpo, ancor che tenue, e cedente, ſarebbe atto a ſenſatamente moſtrarci quello, che ricerchiamo, giacchè manchiamo di cotale ſpazio, andremo oſſervando ciò, che accaggia nei mezzi più ſottili,
e meno reſiſtenti in comparazione di quello, che ſi vede accadere negli altri 525
manco ſottili, e più reſiſtenti. Che ſe noi troveremo in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità, ſecondo che i mezzi più e più cedenti ſi troveranno; e che finalmente, ancorchè eſtremamente diſeguali di peſo nel mezzo più di ogni altro tenue, ſebben non voto, piccoliſſima ſi ſcorga, e quaſi inoſſervabile la diverſità della velocità, parmi, che ben potremo con molto probabil conghiettura credere, che nel vacuo ſarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto conſideriamo ciò, che accade nell' aria; dove per avere una figura di ſuperficie ben terminata, e di materia leggeriſſima, voglio che pigliamo una veſcica gonfiata, nella quale l' aria, che vi ſarà dentro, peſerà nel

mezzo dell' aria ſteſſa niente, o poco, perchè poco vi ſi potrà comprimere, talchè la gravità è ſolo quella poca della ſteſſa pellicola, che non ſarebbe la milleſima parte del peſo di una mole di piombo grande, quanto la medeſima veſcica gonfiata. Queſte Sig. Simp. laſciate dall' altezza di quattro, o ſei braccia, di quanto ſpazio ſtimereſte, che il piombo fuſſe per anticipare la veſcica nella ſua ſceſa? ſiate ſicuro, che non l'anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, ſebben già l'aveſte fatto mille volte più veloce.

Simp. Potrebbe eſſer, che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro, o ſei braccia accadeſſe coteſto, che dite: ma nel progreſſo, ed in una lunga continuazione credo, che il piombo ſe la laſcerebbe in dietro non ſolamente delle dodici parti dello ſpazio le ſei, ma anco le otto, e le dieci.

Salv. Ed io ancora credo l' iſteſſo, e non dubito, che in diſtanze grandiſſime poteſſe il piombo aver paſſato cento miglia di ſpazio, che la veſcica ne aveſſe paſſato un ſolo. Ma queſto, Sig. Simp. mio, che voi proponete come effetto contrariante alla mia propoſizione, è quello, che maſſimamente la conferma. E' (torno a dire) l'intento mio dichiarare, come delle diverſe velocità di mobili di differente gravità non ne ſia altrimente cauſa la diverſa gravità, ma che ciò dipenda da accidenti eſteriori, ed in particolare dalla reſiſtenza del mezzo, ſicchè tolta queſta tutti i mobili ſi moverebber con i medeſimi gradi di velocità. E queſto deduco io principalmente da quello, che ora voi ſteſſo ammettete, e che è veriſſimo, cioè, che di mobili differentiſſimi di peſo le velocità più e più differiſcono, ſecondo che maggiori e maggiori ſono gli ſpazj, che eſſi van trapaſſando: effetto, che non ſeguirebbe, quando ei dipendeſſe dalle differenti gravità. Imperocchè eſſendo eſſe ſempre le medeſime, medeſima dovrebbe mantenerſi ſempre la proporzione tra gli ſpazj paſſati, la qual proporzione noi vediamo andar nella continuazion del moto ſempre creſcendo; poichè l' un mobile graviſſimo nella ſceſa di un braccio non anticiperà il leggeriſſimo della decima parte di tale ſpazio, ma nella caduta di dodici braccia lo preverrà della terza parte, in quella di cento l'anticiperà di $\frac{90}{100}$.

Simp. Tutto bene: ma ſeguitando le voſtre veſtigie, ſe la differenza di peſo in mobili di diverſa gravità non può cagionare la mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteſochè le gravità non ſi mutano, nè anco il mezzo, che ſempre ſi ſuppone mantenerſi l' iſteſſo, potrà cagionare alterazion alcuna nella proporzione delle velocità.

Salv. Voi acutamente fate inſtanza contro al mio detto, la quale è ben neceſſario di riſolvere. Dico per tanto, che un corpo grave ha da natura intrinſeco principio di muoverſi verſo il comun centro de i gravi, cioè, del noſtro
526 globo terreſtre, con movimento continuamente accelerato, ed accelerato ſempre egualmente, cioè, che in tempi eguali ſi fanno aggiunte eguali di nuovi momenti, e gradi di velocità. E queſto ſi dee intender verificarſi, tuttavolta che ſi rimoveſſero tutti gl' impedimenti accidentari, ed eſterni; tra i quali uno ve ne ha, che noi rimuover non poſſiamo, che è l'impedimento del mezzo pieno, mentre dal mobile cadente deve eſſere aperto, e lateralmente moſſo, al qual moto traſverſale il mezzo, benchè fluido, cedente, e quieto, ſi oppone con reſiſtenza or minore, ed or maggiore, e maggiore, ſecondo che lentamente, e velocemente ei deve aprirſi per dar il tranſito al mobile, il quale perchè, come ho detto, ſi va per ſua natura continuamente accelerando, vien per conſeguenza ad incontrar continuamente reſiſtenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento, e diminuzione nell'acquiſto di nuovi gradi di velocità, ſicchè finalmente la velocità perviene a tal ſegno, e la reſiſtenza del mezzo a tal grandezza, che bilanciandoſi fra loro levano il più accelerarſi, e riducono il mobile in un moto equabile, ed uniforme, nel quale egli continua poi di mantenerſi ſempre. E' dunque nel mez-

zo

zo accrefcimento di refiftenza, non perchè fi muti la fua effenza, ma perchè fi altera la velocità, colla quale ei dee aprirfi, e lateralmente muoverfi, per cedere il paffaggio al cadente, il quale va fucceffivamente accelerandofi. Ora il vedere, che la refiftenza dell'aria al poco momento della vefcica è grandiffima, ed al gran pefo del piombo è piccoliffima, mi fa tener per fermo, che chi la rimoveffe del tutto, coll'arrecare alla vefcica grandiffimo comodo, ma ben poco al piombo, le velocità loro fi pareggerebbero. Pofto dunque quefto principio, che nel mezzo, dove o per effer vacuo, o per altro non fuffe refiftenza veruna, che oftaffe alla velocità del moto, ficchè di tutti i mobili le velocità fuffer pari, potremo affai congruamente affegnar le proporzioni delle velocità di mobili fimili, e diffimili nell'ifteffo, ed in diverfi mezzi pieni, e però refiftenti. E ciò confeguiremo col por mente, quanto la gravità del mezzo detrae alla gravità del mobile, la qual gravità è lo ftrumento, col quale il mobile fi fa ftrada rifpingendo le parti del mezzo alle bande, operazione, che non accade nel mezzo vacuo: e che però differenza neffuna fi ha da attendere dalla diverfa gravità. E perchè è manifefto il mezzo detrarre alla gravità del corpo da lui contenuto, quanto è il pefo di altrettanta della fua materia, fcemando con tal proporzione le velocità de i mobili, che nel mezzo non refiftente farebbero (come fi è fuppofto) eguali, aremo l'intento. Come per efempio, pofto che il piombo fia dieci mila volte più grave dell'aria, ma l'ebano mille volte folamente, delle velocità di quefte due materie, che affolutamente prefe, cioè rimoffa ogni refiftenza, farebbero eguali, l'aria al piombo detrae delli dieci mila gradi uno, ma all'ebano fottrae de' mille gradi uno, o vogliam dire de i dieci mila dieci. Quando dunque il piombo, e l'ebano fcenderanno per aria da qualfivoglia altezza, la quale rimoffo il ritardamento dell'aria avrebbon paffata nell'ifteffo tempo, l'aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi uno, ma all'ebano detrae de i dieci mila dieci, che è quanto a dire, che divifa quella altezza, dalla quale fi partano tali mobili, in dieci mila parti, il piombo arriverà in terra, reftando in dietro l'ebano dieci, anzi pur nove delle dette dieci mila parti. E che altro è quefto, falvo che cadendo una palla di piombo da una torre alta dugento braccia trovar, che ella anticiperà una di ebano di manco di quattro dita? Pefa l'ebano mille volte più dell'aria, ma quella vefcica così gonfia pefa folamente quattro volte tanto; l'aria dunque dalla intrinfeca, e naturale velocità dell'ebano detrae de' mille gradi uno, ma a quella, che pur della vefcica affolutamente farebbe ftata l'ifteffa, l'aria ne toglie delle quattro parti una: allora dunque, che la palla di ebano cadendo dalla torre giugnerà in terra, la vefcica ne averà paffati i tre quarti folamente. Il piombo è più grave dell'acqua dodici volte, ma l'avorio il doppio folamente: l'acqua dunque alle affolute velocità loro, che farebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, ma all'avorio la metà: nell'acqua dunque quando il piombo farà fcefo undeci braccia, l'avorio ne arà fcefo fei. E difcorrendo con tal regola credo, che troveremo l'efperienze molto più aggiuftatamente rifponder a cotal computo, che a quello di Ariftotile. Con fimil progreffo troveremo la proporzione tra le velocità del medefimo mobile in diverfi mezzi fluidi, paragonando non le diverfe refiftenze de i mezzi, ma confiderando gli ecceffi di gravità del mobile fopra le gravità de i mezzi; v. gr. lo ftagno è mille volte più grave dell'aria, e dieci più dell'acqua: adunque divifa la velocità affoluta dello ftagno in mille gradi, nell'aria, che glie ne detrae la millefima parte, fi moverà con gradi novecento novantanove, ma nell'acqua con novecento folamente, effendo che l'acqua gli detrae folo la decima parte della fua gravità, e l'aria la millefima. Pofto un folido poco più grave dell'acqua, qual farebbe, v. gr. il legno di rovere, una palla del quale pefando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pefaffe nove-

veceneinquanta, ma tanta aria ne pesasse due, è manifesto, che posto che la velocità sua assoluta fosse di mille gradi, in aria resterebbe di novecennovant' otto, ma in acqua solamente cinquanta, attesochè l'acqua de i mille gradi di gravità glie ne toglie novecencinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta; tal solido dunque si moverebbe quasi venti volte più velocemente in aria, che in acqua: siccome l'eccesso della gravità sua sopra quella dell'acqua è la vigesima parte della sua propria. E qui voglio, che consideriamo, che non potendo muoversi in giù nell'acqua, se non materie più gravi in ispecie di lei; e per conseguenza per molte centinaja di volte più gravi dell'aria, nel ricercare qual sia la proporzione delle velocità loro in aria, ed in acqua, possiamo senza notabile errore far conto, che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravità, ed in conseguenza dall'assoluta velocità di tali materie; onde speditamente trovato l'eccesso della gravità loro sopra la gravità dell'acqua, diremo, la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua aver la medesima proporzione, che la loro totale gravità all'eccesso di questa sopra la gravità dell'acqua. Per esempio una palla di avorio pesa vent'once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell'avorio in aria alla sua velocità in acqua è prossimamente come venti a tre.

Sagr. Grandissimo acquisto ho fatto in una materia per se stessa curiosa, e nella quale, ma senza profitto, ho molte volte affaticata la mente: nè mancherebbe altro per poter anche praticare queste speculazioni se non il trovar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravità dell'aria rispetto all'acqua, ed in conseguenza all'altre materie gravi.

Simp. Ma quando si trovasse, che l'aria in vece di gravità avesse leggerezza, che si dovrebbe dire degli avuti discorsi per altro molto ingegnosi?

Salv. Converrebbe dire, che fussero stati veramente aerei, leggeri, e vani.
528 Ma vorrete voi dubitare, se l'aria sia grave, mentre avete il Testo chiaro di Aristotile, che l'afferma, dicendo, che tutti gli elementi hanno gravità, anco l'aria stessa? segno di che (soggiugne egli) ne è, che l'otro gonfiato pesa più, che sgonfiato.

Simp. Che l'otro, o pallone gonfiato pesi più, crederei io, che procedesse non da gravità, che sia nell'aria, ma ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali, direi io, che cresce la gravità dell'otro.

Salv. Non vorrei, che lo diceste voi, e molto meno, che lo faceste dire ad Aristotile, perchè parlando egli degli elementi, e volendomi persuadere, che l'elemento dell'aria è grave, facendomelo veder coll'esperienza; se nel venire alla prova ei mi dicesse: piglia un otro, ed empilo di vapori grossi, ed osserva, che il suo peso crescerà; io gli direi, che più ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo, che tali esperienze provano, che le semole, ed i vapori grossi son gravi, ma quanto all'elemento dell'aria, resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza dunque di Aristotile è buona, e la proposizion vera. Ma non direi già così di certa altra ragione presa pure *a signo* di un tal Filosofo, del quale non mi sovviene il nome, ma so, che l'ho letta, il quale argomenta l'aria esser più grave, che leggera, perchè più facilmente porta i gravi all'in giù, che i leggeri all'in su.

Sagr. Bene per mia fe. Adunque per questa ragione l'aria sarà molto più grave dell'acqua, avvengachè tutti i gravi son portati più facilmente in giù per aria, che per acqua, e tutti i leggeri più agevolmente in questa, che in quella, anzi infinite materie salgono per acqua, che per aria calano a basso. Ma sia la gravità dell'otro Sig. Simp. o per i vapori grossi, o per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade a' mobili, che si muovono

vono in queſta noſtra regione vaporoſa. Però ritornando a quello, che più mi
preme; vorrei per intera ed aſſoluta inſtruzione della preſente materia, non
ſolo reſtare aſſicurato, che l'aria ſia (come io tengo per fermo) grave, ma
vorrei, ſe è poſſibile, ſaper quanta ſia la ſua gravità. Però Sig. Salv. ſe avete
da ſoddisfarmi in queſto ancora, vi prego a farmene favore.

Salv. Che nell'aria riſegga gravità poſitiva, e non altrimente, come alcuni
hanno creduto, leggerezza, la quale forſe in veruna materia non ſi ritrova, aſ-
ſai concludente argomento ce ne porge l'eſperienza del pallone gonfiato poſta da
Ariſtotile, perchè ſe qualità di aſſoluta, e poſitiva leggerezza fuſſe nell'aria,
multiplicata, e compreſſa l'aria creſcerebbe la leggerezza, e in conſeguenza la
propenſione di andare in sù: ma l'eſperienza moſtra l'oppoſito. Quanto all'al-
tra domanda, che è del modo d'inveſtigare la ſua gravità, io l'ho praticato in
cotal maniera. Ho preſo un fiaſco di vetro aſſai capace, e col collo ſtrozzato,
al quale ho applicato un ditale di cuojo legato bene ſtretto nella ſtrozzatura del
fiaſco, avendo in capo al detto ditale inſerta, e ſaldamente fermata un'animella
da pallone, per la quale con uno ſchizzatojo ho per forza fatto paſſar nel fiaſco
molta quantità di aria, della quale, perchè patiſce di eſſer aſſaiſſimo condenſata,
ſe ne può cacciare due, e tre altri fiaſchi oltre a quella, che naturalmente vi
capiſce. In una eſattiſſima bilancia ho io poi peſato molto preciſamente tal fi-
aſco coll'aria dentrovi compreſſa, aggiuſtando il peſo con minuta arena. Aperta
poi l'animella, e dato l'eſito all'aria violentemente nel vaſo contenuta, e ri-
meſſolo in bilancia, trovandolo notabilmente alleggerito, ſono andato detraendo
del contrappeſo tanta arena, ſalvandola da parte, che la bilancia reſti in equili- 529
brio col reſiduo contrappeſo, cioè col fiaſco. E qui non è dubbio, che il peſo
della rena ſalvata è quello dell'aria, che forzatamente fu meſſa nel fiaſco, e
che ultimamente n'è uſcita. Ma tale eſperienza ſin qui non mi aſſicura di al-
tro, ſe non che l'aria contenuta violentemente nel vaſo peſò quanto la ſalvata
arena, ma quanto riſolutamente, e determinatamente peſi l'aria riſpetto all'ac-
qua, o ad altra materia grave, non per ancora ſo io, nè poſſo ſapere, ſe io non
miſuro la quantità di quell'aria compreſſa: ed a queſta inveſtigazione biſogna
trovar regola, nella quale ho trovato di potere in due maniere procedere. L'una
delle quali è di pigliar un altro ſimil fiaſco pur come il primo ſtrozzato, alla
ſtrozzatura del qual ſia ſtrettamente legato un altro ditale, che dall'altra ſua te-
ſta abbracci l'animella dell'altro, e intorno a quella con ſaldiſſimo nodo ſia le-
gato. Quello ſecondo fiaſco convien, che nel fondo ſia forato, in modo che per
tal foro ſi poſſa mettere uno ſtile di ferro, col quale ſi poſſa, quando vorremo,
aprir la detta animella per dar l'eſito alla ſoverchia aria dell'altro vaſo peſata
ch'ella ſia: ma dee queſto ſecondo fiaſco eſſer pieno d'acqua. Apparecchiato il
tutto nella maniera detta, ed aprendo collo ſtile l'animella, l'aria uſcendo con
impeto, e paſſando nel vaſo dell'acqua, la caccerà fuora pel foro del fondo; ed
è manifeſto, la quantità dell'acqua, che in tal guiſa verrà cacciata, eſſer eguale
alla mole, e quantità d'aria, che dall'altro vaſo ſarà uſcita. Salvata dunque ta-
le acqua, e tornato a peſare il vaſo alleggerito dell'aria compreſſa (il quale
ſuppongo, che fuſſe peſato anche prima con detta aria sforzata) e detratto al
modo già dichiarato l'arena ſuperflua, è manifeſto queſta eſſere il giuſto peſo di
tanta aria in mole, quanta è la mole dell'acqua ſcacciata, e ſalvata; la quale
peſeremo, e vedremo quante volte il peſo ſuo conterrà il peſo della ſerbata a-
rena; e ſenza errore potremo affermar tante volte eſſer più grave l'acqua dell'
aria, la quale non ſarà dieci volte altrimenti, come par che ſtimaſſe Ariſtotile,
ma ben circa quattrocento, come tale eſperienza ne moſtra.

L'altro modo è più ſpedito, e puoſſi fare con un vaſo ſolo, cioè col primo
accomodato nel modo detto, nel quale non voglio, che mettiamo altra aria ol-

tre a quella, che naturalmente vi si ritrova, ma voglio che vi cacciamo dell'acqua senza lasciare uscir punto di aria, la quale dovendo cedere alla sopravvenente acqua, è forza, che si comprima. Spintavi dunque più acqua, che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i tre quarti della tenuta dal fiasco, e mettasi sulla bilancia, e diligentissimamente si pesi, il che fatto tenendo il vaso col collo in su, si apra l'animella dando l'uscita all' aria, della quale ne scapperà fuora giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Uscita che sia l' aria, si torni a mettere il vaso in bilancia, il quale per la partita dell' aria si troverà alleggerito; e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso avremo la gravità di tant'aria, quanta è l'acqua del fiasco.

Simp. Gli artifizj ritrovati da voi non si può dire, che non sieno sottili, e molto ingegnosi: ma mentre mi pare, che in apparenza dieno intera soddisfazione all' intelletto, mi mettono per un altro verso in confusione. Imperocchè essendo indubitabilmente vero, che gli elementi nelle proprie regioni non sono nè leggeri, nè gravi, non posso intendere, come, dove quella porzione d'aria, che parve pesasse, v. gr. quattro dramme di rena, debba poi realmente aver tal gra-
530 vità nell' aria, nella quale ben la ritiene la rena, che la contrappesò; e però mi pare, che l'esperienza dovesse esser praticata non nell'elemento dell'aria, ma in un mezzo, dove l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.

Salv. Acuta certo è l'opposizione del Signor Simp. e però è necessario, o che ella sia insolubile, o che la soluzione sia non men sottile. Che quell' aria, la quale compressa mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento, non sia più per pesare, ma sibben la rena, è cosa chiarissima: e però per far tale esperienza conveniva eleggere un luogo, e un mezzo, dove l' aria non men che la rena potesse gravitare; perchè, come più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d'ogni materia, che vi s'immerge, tanto quanto è il peso d' altrettanta parte dell' istesso mezzo, quanto è la mole immersa; sicchè l' aria all' aria leva tutta la gravità: l' operazione dunque acciò fusse fatta esattamente, converrebbe farla nel vacuo, dove ogni grave eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque Sig. Simp. noi pesassimo una porzione d' aria nel vacuo, resterete allora sincerato, e assicurato del fatto?

Simpl. Veramente sì; ma questo è un desiderare, o richiedere l' impossibile.

Salv. E però grandissimo converrà che sia l' obbligo, che mi dovrete, qual volta per amor vostro io effettui un impossibile; ma io non voglio vendervi quel che già vi ho donato, perchè di già nell' addotta esperienza pesiamo noi l' aria nel vacuo, e non nell'aria, o in altro mezzo pieno. Che alla mole Sig. Simp. che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'istesso mezzo detratto della gravità, ciò proviene, perchè ei resiste all' essere aperto, discacciato, e finalmente sollevato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito a riempir lo spazio, che l' immersa mole in lui occupava, qualunque volta essa ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Ora ditemi, mentre che voi avete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutavi, qual divisione, scacciamento, o in somma qual mutazione riceva l' aria esterna ambiente dalla seconda aria, che nuovamente s' infonde con forza nel vaso. Forse s'ingrandisce il fiasco, onde l' ambiente debba maggiormente ritirarsi per cedergli luogo? certo no; e però possiam dire, che la seconda aria non s' immerge nell' ambiente, non vi occupando ella spazio, ma è come se si mettesse nel vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trappone nei vacui non ben ripieni della prima aria non condensata. E veramente non so conoscere differenza nessuna tra due costituzioni d' ambiente, mentre in questa l' ambiente niente preme l' ambito, ed in quella l' ambi-

ambito punto non ispigne contro all' ambiente : e tali sono la locazione di qualche materia nel vacuo, e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso dunque, che si trova in tal' aria condensata, è quello, che ella avrebbe liberamente sparso nel vacuo. Ben' è vero che 'l peso della rena, che la contrappesò, come quella che era nell' aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco più del giusto; e però convien dire, che l'aria pesata sia veramente alquanto men grave della rena, che la contrappesò, cioè tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel vacuo.

Simpl. Pur mi pareva, che nell' addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare ; ma ora mi quieto interamente.

Salv. Le cose da me sin qui prodotte, ed in particolare questa, che la differenza di gravità, benchè grandissima, non abbia parte veruna nel diversificare le velocità dei mobili, sicchè per quanto da quella dipende, tutti si movereb- 531
bero con egual celerità, è tanto nuova, e nella prima apprensione remota dal verisimile, che quando non si avesse modo di dilucidarla, e renderla più chiara, che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla, che 'l pronunciarla ; però già che me la sono lasciata scappar di bocca, convien che io non lasci indietro esperienza, o ragione, che possa corroborarla.

Sagr. Non questa sola, ma molte altre insieme delle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni, e dottrine comunemente riecvute, che spargendosi in pubblico vi conciterebbero numero grande di contraddittori, essendo che l'innata condizione degli uomini non vede con buon occhio, che altri nel loro esercizio scuopra verità, o falsità non scoperte da loro ; e col dar titolo di innovatori di dottrine, poco grato agli orecchi di molti, s' ingegnano di tagliar quei nodi, che non possono sciorre, e con mine sotterranee dissipar quelli edifizj, che sono stati con gli strumenti consueti da pazienti artefici costrutti : ma con esso noi lontani da simili pretensioni l' esperienze vostre, e le ragioni bastano a quietarci ; tuttavia quando abbiate altre più palpabili esperienze, e ragioni più efficaci, le sentiremo molto volentieri.

Salv. L' esperienza fatta con due mobili quanto più si possa differenti di peso col fargli scendere da un' altezza per osservare, se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà, imperocchè se l' altezza sarà grande, il mezzo, che dall' impeto del cadente dee essere aperto, e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggerissimo, che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggero rimarrà indietro, e nell' altezza piccola si potrebbe dubitare, se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l' arrivo al termine del grave, e l' arrivo del leggero, che così congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre per potermi prevalere di moti quanto si possa tardi, nei quali manco lavora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto, che dipende dalla semplice gravità, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive non molto elevato sopra l'orizzontale, che sopra questo non meno che nel perpendicolo potrà scorgersi quello, che facciano i gravi differenti di peso, e passando più avanti ho ancò voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi mobili sul detto piano declive; e finalmente ho preso due palle, una di piombo, e una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro, o cinque braccia legati ad alto, allontanata poi l'una, e l'altra palla dallo stato perpendicolare gli ho dato l' andare nell' istesso momento, ed esse scendendo

per le circonferenze di cerchi descritti dagli spaghi eguali lor semidiametri, e passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro, e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate, e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille anticipa il tempo d'un minimo momento; ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero, che quelle del piombo, ma non però che
532 le renda più, o meno frequenti, anzi quando gli archi passati dal sughero non fussero più che di cinque, o sei gradi, e quei del piombo cinquanta, o sessanta, son eglino passati sotto i medesimi tempi.

Simpl. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero? facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo, che questo ne passa appena sei.

Salv. Ma che direste, Sig. Simp. quando amendue spedissero nell'istesso tempo i loro viaggi, mentre il sughero allontanato dal perpendicolo trenta gradi avesse a passar l'arco di sessanta, e il piombo slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò avvenire; però notate. Slargato il pendolo del piombo, v. g. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l'arco di quasi cento gradi, e ritornando per se stesso indietro descrive un altro minore arco, e continuando le sue vibrazioni dopo gran numero di quelle si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta, o di venti, di dieci, di quattro: sicchè in conseguenza la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori, e minori. Un simile, anzi l'istesso effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto mediante la sua leggerezza a superar l'ostacolo dell'aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni grandi, e piccole si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora a i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero, che se mentre il piombo passa un arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; ma accaderà ancora all'incontro che 'l sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci, o di sei, e così in diversi tempi or sarà più veloce il piombo, ed ora il sughero; ma se gli stessi mobili passeranno ancora sotto i medesimi tempi eguali archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

Simp. Mi pare, e non mi pare, che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual confusione, che mi nasce dal muoversi e l'uno, e l'altro mobile or veloce, or tardo, ed or tardissimo, che non mi lascia ridurre in chiaro, come vero sia, che le velocità loro sian sempre eguali.

Sagr. Concedami in grazia Sig. Salv. che io dica due parole. E ditemi, Sig. Simp. se voi ammettete, che dir si possa con assoluta verità, le velocità del sughero, e del piombo essere eguali, ogni volta che partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete, e movendosi per le medesime inclinazioni passassero sempre spazj eguali in tempi eguali?

Simp. In questo non si può dubitare, nè se gli può contraddire.

Sagr. Accade ora nei pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, quattro, due, e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo: nell'arco di

cin-

cinquanta metton l' isteſſo tempo l' uno, che l'altro mobile: così nell' arco di trenta, di dieci, e degli altri; e però ſi conclude, che la velocità del piombo nell' arco di ſeſſanta gradi è eguale alla velocità del ſughero nell' arco medeſimo di ſeſſanta: e che le velocità nell' arco di cinquanta ſon pur tra loro 533
eguali, e così negli altri. Ma non ſi dice già, che la velocità, che ſi eſercita nell' arco di ſeſſanta, ſia eguale alla velocità, che ſi eſercita nell' arco di cinquanta, nè queſta a quella dell' arco di trenta, ma ſon ſempre minori le velocità negli archi minori: il che ſi raccoglie dal veder noi ſenſatamente il medeſimo mobile metter tanto tempo nel paſſar l' arco grande dei ſeſſanta gradi, quanto nel paſſare il minor di cinquanta, o il minimo di dieci, ed in ſomma nell' eſſer paſſati tutti ſempre ſotto tempi eguali. E' vero dunque, che ben vanno e il piombo, e il ſughero ritardando il moto ſecondo la diminuzione degli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l' egualità della velocità in tutti i medeſimi archi da loro paſſati. Ho voluto dir queſto più per ſentire, ſe ho ben capito il concetto del Sig. Salv. che per biſogno, che io credeſſi che aveſſe il Sig. Simpl. di più chiara eſplicazione di quella del Sig. Salv. che è, come in tutte le ſue coſe, luciſſima, e tale che, ſciogliendo egli il più delle volte queſtioni non ſolo in apparenza oſcure, ma repugnanti alla natura, ed al vero, con ragioni, o oſſervazioni, o eſperienze tritiſſime, e familiari ad ogni uno, ha (come da diverſi ho inteſo) dato occaſione a tale uno dei profeſſori più ſtimati di far minor conto delle ſue novità, tenendole come a vile, per dipendere da troppo baſſi, e popolari fondamenti, quaſi che la più ammirabile, e più da ſtimarſi condizione delle ſcienze dimoſtrative non ſia lo ſcaturire e pullulare da principj notiſſimi, inteſi, e conceduti da tutti. Ma seguitiamo pur noi di andarci paſcendo di queſti cibi leggeri; e poſto, che il Sig. Simp. ſia reſtato appagato nell' intender, ed ammettere, come l' interna gravità dei diverſi mobili non abbia parte alcuna nel diverſificar le velocità loro, ſicchè tutti, per quanto da quella dipende, ſi moverebber coll' isteſſe velocitadi; diteci Sig. Salv. in quello, che voi riponete le ſenſate, ed apparenti diſegualità di moto; e riſpondete a quell' inſtanza, che oppone il Sig. Simp. e che io parimente confermo, dico del vederſi non ſolamente una palla di artiglieria muoverſi più velocemente di una migliarola di piombo, che poca ſarà la differenza di velocità riſpetto a quella, che vi oppongo io di mobili dell' isteſſa materia, dei quali alcuni dei maggiori ſcenderanno in meno di una battuta di polſo in un mezzo quello ſpazio, che altri minori non lo paſſeranno in un' ora, nè in quattro, nè in venti, quali ſono le pietre, e la minuta rena, e maſſime quella ſottiliſſima, che intorbida l'acqua, nel qual mezzo in molte ore non iſcende per due braccia, che pietruzze non molto grandi paſsano in una battuta di polſo.

Salv. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i mobili, ſecondo che tra di loro ſono in iſpecie men gravi, già ſi è dichiarato, moſtrando ciò accadere dalla ſuttrazione di peſo. Ma come il medeſimo mezzo poſſa con sì gran differenza ſcemar la velocità ne i mobili differenti ſolo in grandezza, ancorchè ſieno della medeſima materia, e dell'isteſſa figura, ricerca per ſua dichiarazione diſcorſo più ſottile di quello, che baſta per intender, come la figura del mobile più dilatata, o il moto del mezzo, che ſia fatto contro al mobile, ritarda la velocità di quello. Io del preſente problema riduco la cagione alla ſcabroſità, e poroſità, che comunemente, e per lo più neceſſariamente ſi ritrova nelle ſuperficie de i corpi ſolidi, le quali ſcabroſità nel moto di eſſi vanno urtando nell' aria, o altro mezzo ambiente; di che ſegno evidente ce ne porge il ſentir noi ronzare i corpi, ancorchè quanto più ſi poſſa rotondati, mentre velociſſimamente ſcorrono per l' aria, e non ſolo ronzare, ma ſibilare, e fiſchiar ſi ſentono, ſe qualche 534

più notabil cavità, o prominenza sarà in essi. Vedesi anco nel girar sopra il torno ogni solido rotondo fare un poco di vento. Ma che più? non sentiam noi notabil ronzìo, ed in tuono molto acuto farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità va girando? l'acutezza del qual sibilo si va ingravendo, secondo che la velocità della vertigine va di grado in grado languendo: argomento parimente necessario degl'intoppi nell'aria delle scabrosità benchè minime delle superficie loro. Queste non si può dubitare, che nello scendere i mobili, soffregandosi coll'ambiente fluido, apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore, quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati a i maggiori.

Simpl. Fermate in grazia, perchè qui comincio a confondermi: imperocchè sebbene io intendo, ed ammetto, che la confricazione del mezzo colla superficie del mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi, dove ceteris paribus la superficie sia maggiore, non capisco però con qual fondamento voi chiamate maggiore la superficie de i solidi minori: ed oltre a ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie dee arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori devriano esser più tardi, il che non è: ma questa instanza facilmente si toglie con dire, che sebbene il maggiore ha maggior superficie, ha anco maggior gravità, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non ha a prevalere all'impedimento della superficie minore contro alla minor gravità, sicchè la velocità del solido maggiore ne divenga minore. E però non vedo ragione, per la quale si debba alterare l'egualità delle velocità, mentre che quanto si diminuisce la gravità movente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.

Salv. Risolverò congiuntamente tutto quello, che opponete. Per tanto voi Sig. Simpl. senza controversia ammettete, che quando di due mobili eguali della stessa materia, e simili di figura (i quali indubitabilmente si moverebber egualmente veloci) all'uno di loro si diminuisse tanto la gravità, quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura) non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

Simpl. Veramente parmi, che così dovrebbe seguire, stando però nella nostra dottrina, che vuol, che la maggior, o minor gravità non abbia azione nell'accelerare, o ritardare il moto.

Salv. E questo confermo io, e vi ammetto anco il vostro detto, dal qual mi par, che in conseguenza si ritragga, che quando la gravità si diminuisse più, che la superficie, nel mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore, e maggiore, quanto a proporzione maggior fusse la diminuzion del peso, che la diminuzion della superficie.

Simp. In ciò non ho io repugnanza veruna.

Salv. Or sappiate, Sig. Simplicio, che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie, quanto il peso, mantenendo la similitudine delle figure. Imperocchè essendo manifesto, che nel diminuir un solido grave tanto scema il suo peso, quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più, che la superficie (nel conservarsi massime la similitudine di figura) la gravità ancora più, che la superficie verrebbe diminuita. Ma la Geometria c'insegna, che molto maggior proporzione è tra la mole, e la mole ne i solidi simili, che tra le loro superficie. Il che per vostra maggior intelligenza vi esplicherò in qual-
535 che caso particolare. Però figuratevi per esempio un dado, un lato del quale sia v. gr. lungo due dita, sicchè una delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte e sei, cioè tutta la sua superficie, ventiquattro dita quadre. Intendete poi il medesimo dado esser con tre tagli segato in otto piccoli dadi, il lato di ciascun de' quali sarà un dito, e una sua faccia un dito quadro, e tutta la sua su-

superficie sei dita quadre, delle quali l' intero dado ne conteneva ventiquattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di ventiquattro) ma l'istesso dado solido è solamente l' ottava; molto più dunque cala la mole, ed in conseguenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol dado in altri otto, avremo per l' intera superficie di un di questi un dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo dado; ma la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto, come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte più, che le loro superficie, e se noi andremo seguitando la suddivisione, fino che si riduca il primo solido in una minuta polvere, troveremo la gravità de i minimi atomi diminuita centinaja, e centinaja di volte più, ehe le loro superficie. E questo, che vi ho esemplificato ne i cubi, accade in tutti i solidi simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proporzione delle lor superficie. Vedete dunque con quanta maggior proporzione cresce l'impedimento del contatto della superficie del mobile eol mezzo de i mobili piccoli, che ne i maggiori; e se noi aggiugneremo, che le scabrosità nelle superficie piccolissime delle polveri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori, che sieno con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà, ehe il mezzo sia fluido, e privo onninamente di resistenza all'essere aperto per dover cedere il passo a così debil virtù. E in tanto notate, Sig. Simpl. che io non equivocai, quando poco fa dissi, la superficie de' solidi minori esser grande in comparazione di quella de i maggiori.

Simp. Io resto interamente appagato; e mi credano certo, che se io avessi a ricominciare i miei studj, vorrei seguire il consiglio di Platone, e comincerei dalle Matematiche, le quali vedo, che procedono molto scrupolosamente, nè vogliono ammetter per sicuro fuor che quello, che concludentemente dimostrano.

Sagr. Ho avuto gusto grande in questo discorso; ma prima che passiamo più avanti, avrei caro di restar capace di un termine, che mi giunse nuovo, quando pure ora diceste, che i solidi simili son tra di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie, perchè ho ben veduto, e inteso la proposizione colla sua dimostrazione, nella quale si prova le superficie de' solidi simili essere in duplicata proporzione de i loro lati, e l'altra, che prova i medesimi solidi essere in tripla proporzione de i medesimi lati, ma la proporzione de i solidi colle lor superficie non mi sovvien nè anco di averla sentita nominare.

Salv. V. S. medesima da per se si risponde, e dichiara il dubbio. Imperocchè quello, che è triplo di una cosa, della quale un altro è doppio, non viene egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì. Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?

Sagr. Ho inteso benissimo. E sebbene alcuni altri particolari attenenti alla materia, di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia quando ce ne andassimo così di digressione in digressione, tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diversità degli accidenti delle resistenze de i solidi all'esser spezzati; e però quando così piaccia loro, potremo ritornare sul primo filo, che si propose da principio. 536

Salv. V. S. dice molto bene, ma le cose tante, e tanto varie, che si sono esaminate, ei han rubato tanto tempo, che poco ce ne avanzerà per questo giorno da spendere nell' altro nostro principale argomento, che è pieno di dimostrazioni Geometriche da esser con attenzione considerate; onde stimerei, che fusse meglio differire il congresso a dimane, sì per questo, che ho detto, come ancora perchè potrei portar meco alcuni fogli, dove ho per ordine notati i Teoremi,

mi, e Problemi, ne i quali si propongono, e dimostrano le diverse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria col necessario metodo non mi sovverrebbero.

Sagr. Io molto bene mi accomodo a questo consiglio, e tanto più volentieri, quanto che per finire la sessione odierna avrò tempo di sentir la dichiarazione di alcuni dubbj, che mi restavano nella materia, che ultimamente trattavamo. De i quali uno è, se si dee stimare, che l' impedimento del mezzo possa esser bastante a por termine all' accelerazione a' corpi di materia gravissima, grandissimi di mole, e di figura sferica; e dico sferica, per pigliar quella, che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardamento. Un altro sarà circa le vibrazioni de i pendoli, e questo ha più capi: l' uno sarà se tutte, e grandi, e mediocri, e minime si fanno veramente, e precisamente sotto tempi eguali: ed un altro, qual sia la proporzione de i tempi de i mobili appesi a fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.

Salv. I quesiti son belli, e siccome avviene di tutti i veri, dubito, che trattandosi di qualsisia di loro si tirerà dietro tante altre vere, e curiose conseguenze, che non so, se l' avanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.

Sagr. Se elle saranno del sapore della passate, più grato mi sarebbe l' impiegarmi tanti giorni, non che tante ore, quante restano fino a notte, e credo, che il Sig. Simp. non si ristuccherà di tali ragionamenti.

Simpl. Sicuramente no, e massime quando si trattano quistioni naturali, intorno alle quali non si leggono opinioni, o discorsi di altri Filosofi.

Salv. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non essere sfera sì grande, nè di materia sì grave, che la renitenza del mezzo, ancorchè tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all' equabilità, di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall' esperienza stessa. Imperocchè se alcun mobile cadente fusse abile nella sua continuazion di moto ad acquistar qualsivoglia grado di velocità, nessuna velocità, che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la ricusasse, e se ne spogliasse mercè dell' impedimento del mezzo. E così una palla di artiglieria, che fusse scesa per aria, v. gr. quattro braccia, ed avesse per esempio acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell' acqua, quando l' impedimento dell' acqua non fusse potente a vietare alla palla un tale impeto, ella l' accrescerebbe, o almeno lo continuerebbe fino al fondo, il che non si vede seguire, anzi l' acqua, benchè non fusse più che poche braccia profonda, l' impedisce, e debilita in modo, che leggerissima percossa farà nel letto del fiume, o del lago. E' dunque manifesto, che quella velocità,
537 della quale l' acqua l' ha potuta spogliare in un brevissimo viaggio, non glie lo lascerebbe giammai acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perchè permettergli il guadagnarsela in mille, per levargliela poi in quattro braccia? Ma che più? non si vede egli l' immenso impeto della palla cacciata dall' istessa artiglieria esser talmente rintuzzato dall' interposizione di pochissime braccia di acqua, che senza veruna offesa della nave appena si conduce a percuoterla? L' aria ancora, benchè cedentissima, pur reprime la velocità del mobile cadente ancor molto grave, come possiamo con simili esperienze comprendere; perchè se dalla cima di una torre molto alta tireremo una archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l' archibuso alto dal piano solamente quattro, o sei braccia, segno evidente, che l' impeto, con che la palla uscì della canna scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria; adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli acquistare quell' impeto, del quale la resistenza dell' aria la priva, quando già in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente, che

che farà in una muraglia un colpo di una palla cacciata da una colubrina dalla lontananza di venti braccia, non credo io, che la facesse venendo a perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto esser termine all' accelerazione di qualsivoglia mobile naturale, che dalla quiete si parta, e che l' impedimento del mezzo finalmente lo riduca all' egualità, nella quale ben poi sempre si mantenga.

Sagr. L'esperienze veramente mi par, che sieno molto a proposito; nè ci è altro, se non che l'avversario potrebbe farsi forte col negar, che si debbono verificar nelle moli grandissime, e gravissime, e che una palla di artiglieria venendo dal concavo della Luna, o anco dalla suprema region dell' aria farebbe percossa maggiore, che uscita dal cannone.

Salv. Non è dubbio, che molte cose si possono opporre, e che non tutte si possono con esperienza redarguire, tuttavia in questa contraddizione alcuna cosa par, che si possa mettere in considerazione; cioè, che molto ha del verisimile, che il grave cadente da un' altezza acquisti tanto d'impeto nell' arrivare in terra, quanto fusse bastante a tirarlo a quell' altezza, come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta, o sessanta gradi dal perpendicolo guadagna quella velocità, e virtù, che basta precisamente a sospignerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco, che gli vien tolto dall' impedimento dell' aria. Per costituir dunque la palla dell' artiglieria in tanta altezza, che bastasse per l' acquisto di tanto impeto, quanto è quello, che gli dà il fuoco nell' uscir del Pezzo, dovrebbe bastare il tirarla in su a perpendicolo coll' istessa artiglieria, osservando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale a quello della percossa fatta da vicino nell' uscire; che credo veramente che non sarebbe a gran segno tanto gagliardo. E però stimo, che la velocità, che ha la palla vicino all' uscita del Pezzo, sarebbe di quelle, che l' impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire giammai, mentre con moto naturale scendesse partendosi dalla quiete da qualsivoglia grand' altezza. Vengo ora a gli altri quesiti attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei Filosofi, che stanno continuamente occupati nelle più profonde questioni delle cose naturali, tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall' esempio d' Aristotile medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna degna in qualche modo di considerazione, che e' non abbia toccata: ed ora da i quesiti di V. S. penso, che potrò dirvi 538
qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand' uomini, e l' istesso Aristotile, e circa di essa considera molti problemi curiosi, talchè se io ancora da così facili, e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare, che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

Sagr. Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come quello che sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici, ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace, e perplesso, onde avvenga, che più mi piaccia, e diletti questa, che quella, e che alcuna non solo non mi diletti, ma sommamente mi offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una l' altra si muova, e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze, ed altre particolarità.

Salv. Vedremo, se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche soddisfazione a tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente, e puntualissimamente l' istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni massime, mediocri, e minime sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello, che

che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene, che il mobile,
che discendesse per le corde suttese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessaria-
mente tutte in tempi eguali tanto la suttesa sotto cent' ottanta gradi (cioè
tutto il diametro) quanto le suttese di cento, di sessanta, di due, di mezzo,
e di quattro minuti: intendendo che tutte vadano a terminar nell' infimo pun-
to toccante il piano orizzontale. Circa poi i discendenti per gli archi delle me-
desime corde elevati sopra l' orizzonte, e che non sieno maggiori d' una quar-
ta, cioè, di novanta gradi, mostra parimente l' esperienza passarsi tutti in tem-
pi eguali, ma però più brevi dei tempi de' passaggi per le corde; effetto che
in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima apprensione par che do-
vrebbe seguire il contrario. Imperocchè sendo comuni i termini del principio,
e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima, che tra i medesimi
termini si comprende, par ragionevole, che il moto fatto per lei s' avesse a
spedire nel più breve tempo, il che poi non è: ma il tempo brevissimo, ed in
conseguenza il moto velocissimo è quello, che si fa per l' arco, del quale essa
linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione dei tempi delle vibrazioni di
mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzio-
ne suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliamo dire le lunghezze esse-
re in duplicata proporzion dei tempi, cioè, son come i quadrati dei tem-
pi: sicchè volendo v. gr. che 'l tempo d' una vibrazione d' un pendolo sia dop-
pio del tempo d' una vibrazione d' un' altro, bisogna, che la lunghezza della
corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Ed allora
nel tempo d' una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda
di quello sarà nove volte più lunga dell' altra. Dal che ne seguita, che le lun-
ghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione, che hanno i quadrati de'
numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo.

Sagr. Adunque se io ho bene inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza
d' una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il ter-
539 mine sublime dell' attaccatura mi fusse invisibile, e solo si vedesse l' altro estre-
mo basso. Imperocchè se io attaccherò qui da basso uno assai grave peso a det-
ta corda, e farò che si vadia vibrando in qua, e in là, e che un amico va-
dia numerando alcune delle sue vibrazioni, e che io nell' istesso tempo vadia
parimente contando le vibrazioni, che farà un' altro mobile appeso a un filo di
lunghezza precisamente d' un braccio, dai numeri delle vibrazioni di questi pen-
doli, fatte nell' istesso tempo, troverò la lunghezza della corda, come per esem-
pio ponghiamo, che nel tempo, che l' amico mio abbia contate venti vibrazio-
ni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è
lungo un braccio, fatto i quadrati delli due numeri venti, e dugenquaranta,
che sono 400. 57600. dirò la lunga corda contener 57600 misure di quelle, che
il mio filo ne contien 400. e perchè il filo è un sol braccio, partirò 57600.
per 400. che ne viene 144. e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

Salv. Nè v' ingannerete d' un palmo, e massime se piglierete moltitudini
grandi di vibrazioni.

Sag. V. S. mi dà pur frequentemente occasione d' ammirare la ricchezza, ed
insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e di-
rei anco in certo modo vili, ne andate traendo notizie molto curiose, e nuo-
ve, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io ho ben mille volte posto
cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune Chiese da
lunghissime corde, inavvertentemente state mosse da alcuno, ma il più che io
cavassi da tale osservazione fu l' improbabilità dell' opinione di quelli, che vo-
gliono, che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè dall'
aria; perchè mi parrebbe bene, che l' aria avesse un gran giudizio, ed insieme
una

una poca faccenda a consumar le ore, e le ore di tempo in sospignere con tanta regola in qua, e in là un peso pendente: ma che io fussi per apprenderne, che quel mobile medesimo appeso a una corda di cento braccia di lunghezza, slontanato dall'imo punto una volta novanta gradi, ed un'altra un grado solo, o mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo, che mai l'avrei incontrato, che ancora ancora mi par, che tenga dell'impossibile. Ora sto aspettando di sentire, che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possano almeno in parte quietar la mente.

Salv. Prima d'ogni altra cosa bisogna avvertire, che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato, e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muovere sotto altro periodo, che l'unico suo naturale. Prenda pur chi si voglia in mano la corda, ond'è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescergli, o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni, sarà fatica buttata in vano; ma ben all'incontro ad un pendolo, ancorchè grave, e posto in quiete, col solo soffiarvi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, ma sotto il tempo, che è proprio quel delle sue vibrazioni; che se al primo soffio l'avremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che sendo ritornato verso noi comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuovo moto, e così successivamente con altri soffi, ma dati a tempo, e non quando il pendolo ci viene incontro (che così gl'impediremo, e non ajuteremo il moto) e seguendo con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai, che quella d'un soffio ci bisognerà a cessarlo.

Sagr. Ho da fanciullo osservato con questi impulsi dati a tempo un uomo solo 540
far suonare una grossissima campana, e nel volerla poi fermare attaccarsi alla corda quattro, o sei altri, e tutti esser levati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell'impeto, che un solo con regolati tratti gli aveva conferito.

Salv. Esempio, che dichiara il mio intento non meno acconciamente di quel, che questa mia premessa si accomodi a render la ragione del maraviglioso problema della corda della Cetera, o del Cimbalo, che muove, e fa realmente suonare quella non solo, che all'unisono gli è concorde, ma anco all'ottava, e alla quinta. Toccata la corda comincia, e continua le sue vibrazioni per tutto il tempo, che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare, e tremare l'aria, che gli è appresso, i cui tremori, e increspamenti si distendono per grande spazio, e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda, che è tesa all'unisono colla tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto il medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco, e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo, e più altri, e tutti negli aggiustati, e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest'ondeggiamento, che si va distendendo per l'aria, muove e fa vibrare non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare, e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda: sicchè se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole, o di altre materie flessibili, si vedrà nel suonare il Cimbalo tremare or questo, or quel corpuscolo, secondo che verrà toccata quella corda, le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d'altra corda. Se coll'archetto si toccherà gagliardamente una corda grossa d'una Viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile, e pulito, quando il tuono della corda sia all'unisono del tuono del bicchiere, questo tre-

merà, e sensatamente risuonerà. Il diffondersi poi amplamente l' increspamento del mezzo intorno al corpo risuonante, apertamente si vede nel far suonare il bicchiere, dentro il quale sia dell' acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l'orlo; imperocchè l' acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andare ondeggiando, e meglio ancora si vedrà l' istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell' acqua sin presso all' orlo del bicchiere, che parimente facendolo risuonare colla confricazione del dito, si vedranno gl' increspamenti nell' acqua regolatissimi, e con gran velocità spargersi in gran distanza intorno al bicchiere, ed io più volte mi sono incontrato, nel fare al modo detto suonare un bicchiere assai grande, e quasi pieno d' acqua, a veder prima le onde nell' acqua con estrema egualità formate; ed accadendo talvolta, che il tuono del bicchiere salti un' ottava più alto, nell' istesso momento ho visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due: accidente che molto chiaramente conclude la forma dell' ottava esser la dupla.

Sagr. A me ancora è intervenuto l' istesso più d' una volta con mio diletto, ed anco utile; imperocchè stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo, che la ragione, che comunemente se n' adduce dagli autori, che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi la Diapason, cioè l' ottava esser contenuta dalla
541 dupla, la Diapente, che noi diciamo la quinta, dalla sesquialtera, perchè distesa sopra il Monocordo una corda, sonandola tutta, e poi sonandone la metà col mettere un ponticello in mezzo, si sente l' ottava, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l' intera, e poi li due terzi ci rende la quinta, per lo che l' ottava dicono esser contenuta tra 'l due, e l' uno, e la quinta tra li tre, e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnare juridicamente la dupla, e la sesquialtera per forme naturali della Diapason, e della Diapente. E 'l mio motivo era tale. Tre sono le maniere, colle quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda, l' una è lo scorciarla, l' altra il tenderla più, o vogliam dir tirarla, il terzo è l' assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza, e grossezza della corda, se vorremo sentir l' ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza. Ma se ritenendo la medesima lunghezza, e grossezza vorremo farla montare all' ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, ma ci bisogna il quadruplo, sicchè se prima era tirata dal peso d' una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all' ottava. E finalmente se stante la medesima lunghezza, e tiratezza, vorremo una corda, che per esser più sottile renda l' ottava, sarà necessario, che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell' altra più grave. E questo, che dico dell' ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione, o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella, che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musici, imperocchè quello, che ci dà la lunghezza colla proporzion sesquialtera, cioè col suonarla tutta, e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza, o dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera pigliando la dupla sesquiquarta, e se la corda grave era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all' acuta non sei, ma nove, e quanto alla grossezza, far la corda grave più grossa dell' acuta secondo la proporzione di nove a quattro per aver la quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareva scorger ragione alcuna, per la quale avessero i sagaci Filosofi a stabilir la forma dell' ottava esser più la dupla, che la quadrupla, e della quinta più la sesquialtera, che la dupla sesquiquarta. Ma perchè il numerare le vibrazioni d' una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo, se vero fusse, che la corda

dell'

dell' ottava più acuta facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più grave, se le onde permanenti, per quanto tempo ci piace, nel far suonare, e vibrare il bicchiere, non m' avessero sensatamente mostrato, come nell' istesso momento, che alcuna volta si sente il tuono saltare all' ottava, si vedono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

Salv. Bellissima osservazione per poter distinguere ad una ad una le onde nate dal tremore del corpo, che risuona, che son poi quelle, che diffuse per l'aria vanno a far la titillazione su'l timpano del nostro orecchio, la quale nell'anima ci diventa suono. Ma dove che il vederle, ed osservarle nell' acqua non dura, se non quanto si continua la confricazion del dito, ed anco in questo tempo non sono permanenti, ma continuamente si fanno, e si dissolvono, non sarebbe bella cosa, quando se ne potesse far con grand' esquisitezza di quelle, che restassero lungo tempo, dico mesi, ed anni, sicchè desse comodità di poterle misurare, ed agiatamente numerare?

Sagr. Veramente io stimerei sommamente una tale invenzione. 542

Salv. L' invenzione fu del caso, e mia fu solamente l' osservazione, e il far di essa capitale, e stima, come di riprova di nobil contemplazione, ancorchè fattura in se stessa assai vile. Raschiando con uno scarpello di ferro tagliente una piastra di ottone per levarle alcune macchie, nel muovervi sopra lo scarpello con velocità sentii una volta, e due, tra molte strisciate, fischiare, e uscirne un sibilo molto gagliardo, e chiaro, e guardando sopra la piastra, vidi un lungo ordine di virgolette sottili tra di loro parallele, e per egualissimi intervalli l' una dall' altra distanti. Tornando a raschiar di nuovo più, e più volte mi accorsi, che solamente nelle raschiate, che fischiavano, lasciava lo scarpello le intaccature sopra la piastra, ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore, ed ora con minore velocità, il sibilo riusciva di tuono or più acuto, ed or più grave, ed osservai i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più grave più radi, e talora ancora secondo che la strisciata medesima era fatta verso il fine con maggiore velocità, che nel principio, si sentiva il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva essere andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura, e con assoluta equidistanza segnate; ed oltre a ciò nelle strisciate sibilanti sentiva tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore. Ed in somma si vede, e sente fare al ferro quello per appunto, che facciamo noi nel parlar sotto voce, e nell' intonar poi il suono gagliardo, che mandando fuora il fiato senza formare il suono non sentiamo nella gola, e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però, ed in comparazione del tremor grande, che sentiamo farsi nella laringe, ed in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono grave, e gagliardo. Ho anco tal volta tra le corde del Cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e di più differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta, e misurando poi gl' intervalli delle virgolette dell' una, e dell' altra strisciata si vedeva la distanza, che conteneva quarantacinque spazj dell' una, contenere trenta dell' altra; quale veramente è la forma, che si attribuisce alla Diapente. Ma qui prima che passare più avanti, voglio avvertirvi, che delle tre maniere d' inacutire il suono, quella, che voi riferite alla sottigliezza della corda, con più verità dee attribuirsi al peso. Imperocchè l' alterazione presa dalla grossezza risponde, quando le corde sieno della medesima materia, e così una minugia per far l' ottava dee esser più grossa quattro volte dell' altra pur di minugia; ed una di ottone più grossa quattro volte di un' altra di ottone. Ma se io vorrò far l' ottava con una di ottone ed una di

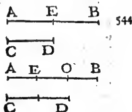
di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, ma sibben farla quattro volte più grave, sicchè quanto alla grossezza questa di metallo non sarà altrimente quattro volte più grossa, ma ben quadrupla in gravità, che talvolta sarà più sottile, che la sua rispondente all' ottava più acuta, che sia di minugia. Onde accade, che incordandosi un Cimbalo di corde di oro, ed un altro di ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza, e tensione, per esser l' oro quasi il doppio più grave, riuscirà l' accordatura circa una quinta più grave. E qui notisi, come alla velocità del moto più resiste la gravità del mobile, che la grossezza, contro a quello, che a prima fronte altri giudicherebbe; che ben pa-
543 re, che ragionevolmente più dovesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all' esser aperto in un mobile grosso, e leggero, che in uno grave, e sottile; tuttavia in questo caso accade tutto l' opposito. Ma seguitando il primo proposito, dico, che non è la ragion prossima, ed immediata delle forme degl' intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sibben la proporzione de i numeri delle vibrazioni, e percosse dell' onde dell' aria, che vanno a ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto potremo per avventura assegnare assai congrua ragione, onde avvenga che di essi suoni differenti di tuono alcune coppie sieno con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, ed altre ci feriscano con grandissima molestia, che è il cercar la ragione delle consonanze più, o men perfette, e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni, che sproporzionatamente colpeggiano sopra il nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrazioni fussero innumerabili, per una delle quali sarà quella, quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell' altra, quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono, o semidiapente. Consonanti, e con diletto riceevute saranno quelle coppie di suoni, che verranno a percuotere con qualche ordine sopra il timpano; il quale ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo sieno commensurabili di numero, acciocchè la cartilagine del timpano non abbia a stare in un perpetuo tormento d' inflettersi in due diverse maniere per acconsentire, e ubbidire alle sempre discordi battiture. Sarà dunque la prima, e più grata consonanza l' ottava, essendo che per ogni percossa, che dia la corda grave su il timpano, l' acuta ne dà due; talchè amendue vanno a ferire unitamente in una sì, e nell' altra no delle vibrazioni della corda acuta; sicchè di tutto il numero delle percosse la metà si accordano a battere unitamente, ma i colpi delle corde unisone giungon sempre tutti insieme, e però son come di una corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora, attesochè per ogni due pulsazioni della corda grave l' acuta ne dà tre, dal che ne seguita, che numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte si accordano a battere insieme; cioè due solitarie s' interpongono tra ogni coppia delle concordi; e nella Diatessaron se n' interpongon tre. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottavo per ogni nove pulsazioni una sola arriva concordemente a percuotere coll' altra della corda più grave, tutte l' altre sono discordi, e con molestia ricevute su il timpano, e giudicate dissonanti dall' udito.

Simp. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

Salv. Sia questa linea A B lo spazio, e la dilatazione di una vibrazione della corda grave: e la linea C D quella della corda acuta, la quale coll' altra renda l' ottava, e dividasi la A B in mezzo in E. E' manifesto, che cominciando a muoversi le corde ne i termini A, C, quando la vibrazione acuta sarà pervenuta al termine D, l' altra si sarà distesa solamente fino al mezzo E, il quale non sendo termine del moto, non percuote: ma bensì fa colpo in D.

Ri-

Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l'altra paffa da E in B, onde le due percoffe di B, e di C battono unitamente fu il timpano: e tornando a reiterarfi le fimili feguenti vibrazioni, fi concluderà alternatamente in una sì, e nell' altra no delle vibrazioni C D accadere l' unione delle percoffe con quelle di A B: ma le pulfazioni de i termini hanno fempre per compagne una delle C, D, e fempre la medefima; il che è manifefto, perchè pofto, che A, C battano infieme, nel paffar A in B, C va in D, e torna in C, ficchè i colpi A, C fi fanno infieme. Ma fieno ora le due vibrazioni A B, C D quelle, che producono la Diapente, i tempi delle quali fono in proporzion fefquialtera, e dividafi la A B della corda grave in tre parti eguali in E, O. E intendafi le vibrazioni cominciare nell' isteffo momento da i termini A, C; è manifefto, che nella percoffa, che fi farà nel termine D, la vibrazione di A B farà giunta folamente in O, il timpano dunque riceve la percoffa D fola: nel ritorno poi da D in C, l'altra vibrazione paffa da O in B, e ritorna in O, facendo la pulfazione in B, che pure è fola, e dicontrattempo (accidente da confiderarfi) perchè avendo noi pofto le prime pulfazioni fatte nell' isteffo momento ne i termini A, C, la feconda, che fu fola del termine D fi fece dopo, quanto importa il tempo del tranfito C D, cioè A O, ma la feguente, che fi fa in B difta dall'altra folo, quanto è il tempo di O B, che è la metà; continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C fi va in D, fi viene a far le due pulfazioni unitamente in A, e D. Seguono poi altri periodi fimili a quefti, cioè coll' interpofizione di due pulfazioni della corda acuta fcompagnate, e folitarie, e una della corda grave pur folitaria, e interpofta tra le due folitarie dell' acuta. Sicchè fe noi figureremo il tempo divifo in momenti, cioè in minime particole eguali; pofto che ne i due primi, dalle concordi pulfazioni fatte in A, C fi paffi in O, D, e in D fi batta: che nel terzo, e quarto momento ritorni da D in C battendo in C, e che da O fi paffi per B, e fi torni in O battendofi in B, e che finalmente nel quinto, e fefto momento da O, e C, fi paffi in A, e D battendo in amendue, avremo fopra il timpano le pulfazioni diftribuite con tale ordine, che pofte le pulfazioni delle due corde nel medefimo inftante, due momenti dopo riceverà una percoffa folitaria, nel terzo momento un'altra pur folitaria, nel quarto un'altra fola, e due momenti dopo, cioè nel fefto due congiunte infieme: e qui finifce il periodo, e per dir così, l' anomalia, il qual periodo fi va poi più volte replicando. 544



Sagr. Io non poffo più tacere, è forza, che io efclami il gufto, che fento nel vedermi tanto adequatamente rendute ragioni di effetti, che tanto tempo mi hanno tenuto in tenebre, e cecità. Ora intendo, perchè l' unifono non differifce punto da una voce fola: intendo perchè l'ottava è la principal confonanza, ma tanto fimile all' unifono, che come unifono fi perde, e fi accompagna colle altre: fimile è all' unifono, perchè dove le pulfazioni delle corde unifone vanno a ferire tutte infieme fempre, quefte della corda grave dell' ottava vanno tutte accompagnate da quelle dell' acuta, e di quefte una s' interpone folitaria, ed in diftanze eguali, ed in certo modo fenza fare fcherzo alcuno, onde tale confonanza ne diviene fdolcinata troppo, e fenza brio. Ma la quinta con quei fuoi contrattempi, e coll' interpor tra le coppie delle due pulfazioni congiunte, due folitarie della corda acuta, ed una pur folitaria della grave, e quefte tre con tanto intervallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è tra ciafcuna coppia, e le folitarie dell' acuta, fa una titillazione, ed un folletico tale fopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno fpruz-

zo di acrimonia par che insieme soavemente baci, e morda.

545 *Salv.* E' forza, poichè vedo, che V. S. gusta tanto di queste novellizie, che io gli mostri il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'udito possa ricrearsi nel vedere i medesimi scherzi, che sente l'udito. Sospendete palle di piombo, o altri simili gravi da tre fili di lunghezze diverse, ma tali, che nel tempo, che il più lungo fa due vibrazioni il più corto ne faccia quattro, e il mezzano tre, il che accaderà quando il più lungo contenga sedici palmi, o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove, ed il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo, e poi lasciatigli andare si vedrà un intrecciamento vago di essi fili con incontri vari, ma tali, che ad ogni quarta vibrazione del più lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi si partiranno reiterando di nuovo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella, che fatta dalle corde rende all' udito l'ottava colla quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, sicchè le vibrazioni loro rispondano a quelle di altri intervalli musici, ma consonanti, si vedranno altri, ed altri intrecciamenti, e sempre tali, che in determinati tempi, e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (sieno tre, o sieno quattro) si accordano a giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due, o più fili sieno, o incommensurabili, sicchè mai non ritornino a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur non essendo incommensurabili, vi ritornano dopo lungo tempo, e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l' udito con noja riceve gli appulsi intemperati de' tremori dell' aria, che senza ordine, o regola vanno a ferire sul timpano.

Ma dove, Signori miei, ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i vari Problemi, ed inopinati discorsi? Siamo giunti a sera, e della proposta materia abbiamo trattato pochissimo, o niente, anzi ce ne siamo in modo disviati, che appena mi sovviene della prima introduzione, e di quel poco ingresso, che facemmo come ipotesi, e principio delle future dimostrazioni.

Sagr. Sarà dunque bene, che ponghiamo per oggi fine a i nostri ragionamenti, dando comodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando, per tornar poi domani (quando piaccia a V. S. di favorirci) a i discorsi desiderati, e principalmente intesi.

Salv. Non mancherò d' esser qua all' istessa ora di oggi a servirle, e goderle.

Finisce la prima Giornata.

GIOR-

GIORNATA SECONDA.

Sagr. Tavamo il Sig. Simplicio, ed io aspettando la venuta di 546
V. S. e nel medesimo tempo ci andavamo riducendo a memoria l'ultima considerazione, che quasi come principio, e supposizione delle conclusioni, che V. S. intendeva di dimostrarci, fu circa quella resistenza, che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dipendente da quel glutine, che tiene le parti attaccate e congiunte, sicchè non senza una potente attrazione cedono, e si separano. Si andò poi cercando, qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del vacuo, che fu poi cagione di tante digressioni, che ci tennero tutta la giornata occupati, e lontani dalla materia primieramente intesa, che era la contemplazione delle resistenze de i solidi all'essere spezzati.

Salv. Ben mi sovviene del tutto, e ritornando sul filo incominciato: Posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati per una violenta attrazione, basta che indubitabilmente ella in loro si trova, la quale, benchè grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo più si osserva nel violentargli per traverso, e così vediamo una verga, per esempio, d'acciajo, o di vetro, reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta a squadra in un muro si spezzerà coll'attaccargliene cinquanta solamente. E di questa seconda resistenza dobbiamo noi parlare, ricercando secondo quali proporzioni ella si ritrovi ne i prismi, e cilindri simili, o dissimili in figura, lunghezza, e grossezza, essendo però dell'istessa materia. Nella quale specolazione io piglio come principio noto quello, che nelle meccaniche si dimostra tra le passioni del Vette, che noi chiamiamo Leva, cioè, che nell'uso della Leva la forza alla resistenza ha la proporzion contraria di quella, che hanno le distanze tra 'l sostegno, e le medesime forza, e resistenza.

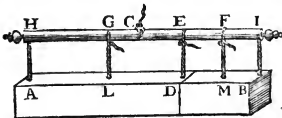
Simp. Questo fu dimostrato da Aristotile nelle sue meccaniche prima che da ogni altro.

Salv. Voglio, che gli concediamo il primato nel tempo, ma nella fermezza della dimostrazione parmi, che se gli debba per grand' intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale, dimostrata da esso negli Equiponderanti, dipendono le ragioni non solamente della Leva, ma della maggior parte degli altri strumenti meccanici.

Sagr. Ma giacchè questo principio è il fondamento di quello, che voi avete intenzione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto a proposito l'arrecarci anco la prova di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci una intera, e compita instruzione.

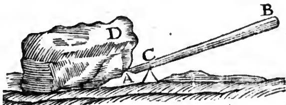
Salv. Come questo si abbia a fare, sarà pur meglio, che io per altro ingresso alquanto diverso da quello d'Archimede v'introduca nel campo di tutte le future specolazioni, e che non supponendo altro, se non che pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali, facciano l'equilibrio, (principio supposto parimente dal medesimo Archimede) io venga poi a dimostrarvi, come non solamente 547
altrettanto sia vero, che pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui, che colloca pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca pesi diseguali in distanze, che abbiano permutatamente la medesima proporzione, che i pesi. Or per chiara dimostrazione di quanto dico, segno un prisma, o cilindro solido A B, sospeso dall'estremità alla linea H I, e sostenu-

ſtenuto da due fili H A, I B. E' manifeſto, che ſe io ſoſpenderò il tutto dal filo C poſto nel mezzo della bilancia H I, il priſma A B reſterà equilibrato, eſſendo la metà del ſuo peſo da una banda, e l'altra dall' altra del punto della ſoſpenſione C pel principio da noi ſuppoſto. Intendaſi ora il priſma eſſer diviſo in parti diſeguali dal piano per la linea D, e ſia la parte D A maggiore, e la D B minore, ed



acciocchè fatta tal diviſione le parti del priſma reſtino nel medeſimo ſito, e coſtituzione riſpetto alla linea H I ſoccorriamo con un filo E D, il quale fermato nel punto E ſoſtenga le parti del priſma A D, D B; non è da dubitarſi, che non ſi eſſendo fatta veruna local mutazione nel priſma riſpetto alla bilancia H I, ella reſterà nel medeſimo ſtato dell' equilibrio. Ma nella medeſima coſtituzione reſterà ancora, ſe la parte del priſma, che ora è ſoſpeſa dalle due eſtremità colli fili A H, D E, ſi appenda ad un ſol filo G L poſto nel mezzo, e parimente l' altra parte D B non muterà ſtato ſoſpeſa dal mezzo, e ſoſtenuta dal filo F M. Sciolti dunque i fili H A, E D, I B, e laſciati ſolo li due G L, F M, reſterà l' iſteſſo equilibrio, fatta pur ſempre la ſoſpenſione dal punto C. Or qui voltiamoci a conſiderare, come noi abbiamo due gravi A D, D B, pendenti dai termini G, F di una libra G F, nella quale ſi fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la diſtanza della ſoſpenſione del grave A D dal punto C è la linea C G, e l' altra parte C F è la diſtanza, dalla qual pende l' altro grave D B. Reſta dunque ſolo da dimoſtrarſi, tali diſtanze aver la medeſima proporzione tra di loro, che hanno gli ſteſſi peſi, ma permutatamente preſi, cioè che la diſtanza G C alla C F ſia come il priſma D B al priſma D A, il che proveremo così. Eſſendo la linea G E la metà della E H, e la E F metà della E I, ſarà tutta la G F metà di tutta la H I, e però eguale alla C I, e trattane la parte comune C F, ſarà la rimanente G C eguale alla rimanente F I, cioè alla F E, e preſa comunemente la C E ſaranno le due G E, C F eguali, e però come G E ad E F, così F C a C G, ma come G E ad E F, così la doppia alla doppia, cioè H E ad E I, cioè il priſma A D al priſma D B. Adunque per l' egual proporzione, e convertendo, come la diſtanza G C alla diſtanza C F, così il peſo B D al peſo D A,
548 che è quello, che io voleva provarvi. Inteſo ſin qui non credo, che voi porrete difficoltà in ammettere, che i due priſmi A D, D B facciano l' equilibrio dal punto C, perchè la metà di tutto il ſolido A B è alla deſtra della ſoſpenſione C, e l' altra metà dalla ſiniſtra, e che così ſi vengono a rappreſentar due peſi eguali diſpoſti, e diſteſi in due diſtanze eguali. Che poi li due priſmi A D, D B ridotti in due dadi, o in due palle, o in due qual' altre ſi ſiano figure; (purchè ſi conſervino le ſoſpenſioni medeſime G, F) ſeguitino di far l' equilibrio dal punto C, non credo, che ſia alcuno, che ne poſſa dubitare, perchè troppo manifeſta coſa è, che le figure non mutano peſo, dove ſi ritenga la medeſima quantità di materia. Dal che poſſiamo raccor la general concluſione, che due peſi qualunque ſi ſiano fanno l' equilibrio da diſtanze permutatamente riſpondenti alle lor gravità. Stabilito dunque tal principio avanti che

che passiamo più oltre, debbono mettere in considerazione, come queste forze, resistenze, momenti, figure, si posson considerare in astratto, e separate dalla materia, ed anco in concreto, e congiunte colla materia; ed in questo modo quelli accidenti, che converranno alle figure considerate come immateriali, riceveranno alcune modificazioni, mentre li aggiugneremo la materia, ed in conseguenza la gravità. Come per esempio, se noi intenderemo una leva, qual sarebbe questa B A, la quale posando su 'l sostegno C sia applicata per sollevare il grave sasso D, è manifesto pel dimostrato principio, che la forza posta nell' estremità B basterà per adequare la resistenza del grave D, se il suo momento al momento di esso D abbia la medesima proporzione, che ha la distanza A C alla distanza C B,



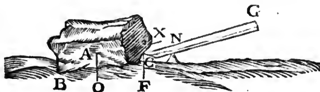
e questo è vero non mettendo in considerazione altri momenti, che quelli della semplice forza in B, e della resistenza in D, quasi che l'istessa Leva fusse immateriale, e senza gravità. Ma se noi metteremo in conto la gravità ancora dello strumento stesso della Leva, la quale sarà talor di legno, e talvolta anco di ferro, è manifesto, che alla forza in B aggiunto il peso della Leva altererà la proporzione, la quale converrà pronunziare sotto altri termini. E però prima che passar più oltre è necessario, che noi convenghiamo in por distinzione tra queste due maniere di considerare; chiamando un prendere assolutamente quello, quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla gravità della propria materia: ma congiugnendo colle figure semplici ed assolute la materia colla gravità ancora, nomineremo le figure congiunte colla materia momento, o forza composta.

Sagr. E' forza, ch' io rompa il proposito, che aveva di non dar occasione di digredire, ma non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi 549 fusse rimosso certo scrupolo, che mi nasce; ed è questo, che mi pare, che V. S. faccia comparazione della forza posta in B colla total gravità del sasso D, della qual gravità mi pare, che una parte, e forse forse la maggiore si appoggi sopra il piano dell'Orizzonte; sicchè.....

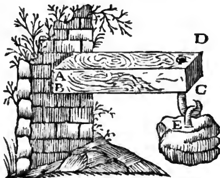
Salv. Ho inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; ma solamente avverta, che io non ho nominata la gravità totale del sasso, ma ho parlato del momento, che egli tiene, ed esercita sopra il punto A estremo termine della Leva B A, il quale è sempre minore dell' intero peso del sasso; ed è variabile secondo la figura della pietra, e secondo che ella vien più, o meno sollevata.

Sagr. Resto appagato, ma mi nasce un altro desiderio, che è, che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di potere investigare qual parte sia del peso totale quella, che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella, che grava sul Vette nell'estremità A.

Salv. Perchè posso con poche parole dargli soddisfazione, non voglio lasciar di servirla; però facendone un poco di figura, intenda V. S. il peso, il cui centro di gravità sia A appoggiato sopra l' Orizzonte col termine B, e nell'altro sia sostenuto col Vette C G, sopra 'l sostegno N da una potenza posta in G, e dal centro A, e dal termine C caschino perpendicolari all' Orizzonte A O, C F. Dico il momento di tutto il peso al momento della potenza in G aver la pro-



porzion composta della distanza G N alla distanza N C, e della F B alla B O. Facciasi come la linea F B alla B O, così la N C alla X, ed essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B, e C, la potenza B alla C è come la distanza F O alla O B, e componendo le due potenze B, C insieme, cioè, il total momento di tutto il peso A alla potenza in C è come la linea F B alla B O, cioè come la N C alla X; ma il momento della potenza in C al momento della potenza in G è, come la distanza G N alla N G; adunque per la perturbata il total peso A al momento della potenza in G, è come la G N alla X; ma la proporzione di G N alla X è composta della proporzione G N ad N C, e di quella di N C ad X, cioè di F B a B O, adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G, ha la proporzione composta delle G N ad N C, e di quella di F B a B O, ch' è quello, che si doveva dimostrare. Or ritornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose fin qui dichiarate, non sarà difficile l' intender la ragione, onde avvenga, che un prisma, o cilindro solido di vetro, acciajo, legno, o altra materia frangibile, che sospeso per lo lungo sosterrà gravissimo peso, che gli sia attaccato, ma in traverso (come poco fa dicevamo) da minor peso assai potrà tal volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossez-
550 za. Imperocchè figuriamoci il prisma solido A B C D fitto in un muro dalla parte A B, e nell' altra estremità s' intenda la forza del peso E, (intendendo sempre il muro esser eretto all' Orizzonte, ed il prisma, o cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifesto, che dovendosi spezzare si romperà nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e la B C per la parte della Leva, dove si pone la forza; e la grossezza del solido B A è l' altra parte della Leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento, che s' ha da fare della parte del solido B D, che è fuor del muro, da quella che è dentro: E per le cose dichiarate il momento della forza posta in C al momento della resistenza, che sta nella grossezza del prisma, cioè nell' attaccamento della base B A colla sua contigua, ha la medesima proporzione, che la lunghezza C B alla metà della B A, e però l' assoluta resistenza all' esser rotto, che è nel prisma B D (la quale assoluta resistenza è quella, che si fa col tirarlo per diritto, perchè allora tanto è il



moto

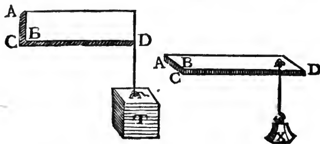
moto del movente, quanto quello del moſſo) alla reſiſtenza reſpettiva, che ha all' eſſer rotto con l'ajuto della Leva B C, ha la medeſima proporzione, che la lunghezza B C alla metà di A B nel priſma, che nel cilindro è il ſemidiametro della ſua baſe. E queſta ſia la noſtra prima propoſizione. E notate che queſto, che dico ſi debbe intendere rimoſſa la conſiderazione del peſo proprio del ſolido B D, il qual ſolido ho preſo, come nulla peſante. Ma quando vorremo mettere in conto la ſua gravità congiugnendola col peſo E, dobbiamo al peſo E aggiugnere la metà del peſo del ſolido B C, ſicchè eſſendo v. g. il peſo di 551
B D due libbre, e 'l peſo di E libbre dieci, ſi dee pigliare il peſo E come ſe fuſſe undici.

Simpl. E perchè non come ſe fuſſe dodici?

Salv. Il peſo E, Sig. Simp. mio, pendente dal termine C, preme in riſpetto alla Leva B C, con tutto il ſuo momento di libbre dieci, dove ſe fuſſe appeſo il ſolo B D, graviterebbe con tutto il momento di due libbre, ma come vedete, tal ſolido è diſtribuito per tutta la lunghezza B C uniformemente, onde le parti ſue vicine all' eſtremità B gravitano manco delle più remote; ſicchè in ſomma riſtorando quelle con queſte, il peſo di tutto il priſma ſi riduce a lavorare ſotto il centro della ſua gravità, che riſponde al mezzo della Leva B C; ma un peſo pendente dalla eſtremità C ha momento doppio di quello, che avrebbe pendendo dal mezzo; e però la metà del peſo del priſma ſi dee aggiugnere al peſo E, mentre ci ſerviamo del momento d' amendue, come locati nel termine C.

Simp. Reſto capaciſſimo, e di più s' io non m' inganno, parmi che la potenza di amendue i peſi B D, ed E poſti così, avrebbe l' iſteſſo momento, che ſe tutto il peſo di B D col doppio di E, fuſſe appeſo nel mezzo della Leva B C.

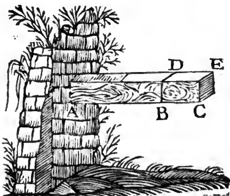
Salv. Così è preciſamente, e ſi dee tenere a memoria. Qui poſſiamo immediatamente intender, come, e con che proporzione reſiſta più una verga, o vogliam dir priſma più largo, che groſſo all' eſſer rotto, fattogli forza ſecondo la ſua larghezza, che ſecondo la groſſezza. Per intelligenza di che intendaſi una riga A D, la cui larghezza ſia A C, e la groſſezza aſſai minore C B; ſi cerca, perchè volendola romper per taglio, come nella prima figura reſiſterà al



gran peſo T, ma poſta per piatto, come nella ſeconda figura, non reſiſterà all' X minore del T; il che ſi fa manifeſto, mentre intendiamo il ſoſtegno eſſere una volta ſotto la linea B C, ed un'altra ſotto la C A, e le diſtanze delle forze eſſer nell'un caſo, e nell' altro eguali, cioè la lunghezza B D. Ma nel primo caſo la diſtanza della reſiſtenza dal ſoſtegno, che è la metà della linea C A,

è maggiore della diſtanza nell' altro caſo, la quale è la metà della B C: però la forza del peſo T, conviene, che ſia maggiore della X, quanto la metà della larghezza C A è maggiore della metà della groſſezza B C, ſervendoci quella per contralleva della C A, e queſta della C B per ſuperare la medeſima reſi-
552 ſtenza, che è la quantità delle fibre di tutta la baſe A B. Concludeſi per tanto la medeſima riga, o priſma più largo, che groſſo reſiſter più all' eſſer rotto per taglio, che per piatto, ſecondo la proporzione della larghezza alla groſſezza.

Conviene ora, che cominciamo a inveſtigare, ſecondo qual proporzione vadi creſcendo il momento della propria gravità in relazione alla propria reſiſtenza all' eſſere ſpezzato in un priſma, o cilindro, mentre ſtando parallelo all' Orizzonte ſi va allungando; il qual momento trovo andar creſcendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento. Per la cui dimoſtrazione intendaſi il priſma, o cilindro A D fitto ſaldamente nel muro dall' eſtremità A, e ſia equidiſtante all' Orizzonte; ed il medeſimo intendaſi allungato fino in E aggiugnendovi la parte B E. E' manifeſto, che l' allungamento della Leva A B fino in C creſce per ſe ſolo, cioè aſſolutamente preſo, il momento della forza premente contro alla reſiſtenza dello ſtaccamento, e rottura da farſi in A ſecondo la proporzione di C A a B A, ma oltre a queſto il peſo aggiunto del ſolido B E al peſo del ſolido A B, creſce il momento della gravità premente ſecondo la proporzione del priſma A E al priſma A B, la qual proporzione è la medeſima della lunghezza A C alla A B, adunque è manifeſto, che congiunti i due accreſcimenti delle lunghezze, e delle gravità, il momento compoſto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di eſſe. Concludaſi per tanto, i momenti delle forze de i priſmi, e cilindri egualmente
553 groſſi, ma diſegualmente lunghi eſſer tra di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè eſſer come i quadrati delle lunghezze.

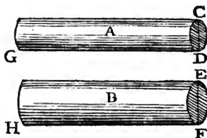


Moſtreremo adeſſo nel ſecondo luogo, ſecondo qual proporzione creſca la reſiſtenza all' eſſere ſpezzati ne i priſmi, e cilindri, mentre reſtino della medeſima lunghezza, e ſi accreſca la groſſezza. E qui dico, che

Ne i priſmi, e cilindri egualmente lunghi, ma diſegualmente groſſi la reſiſtenza all' eſſer rotti creſce in triplicata proporzione de i diametri delle lor groſsezze, cioè delle lor baſi.

I due cilindri ſieno queſti A, B, le cui lunghezze eguali D G, F H, le baſi diſeguali i cerchi, i cui diametri C D, E F. Dico, la reſiſtenza del cilindro B alla reſiſtenza del cilindro A ad eſſer rotti, aver triplicata proporzione di quella, che ha il diametro F E al diametro D C. Imperocchè ſe conſideriamo l' aſſoluta, e ſemplice reſiſtenza, che riſiede nelle baſi, cioè ne i cerchi E F, D C, all' eſſere ſtrappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio, che la reſiſtenza del cilindro B è tanto maggiore, che quella del cilindro A, quanto il cerchio E F è maggiore del

del C D, perchè tante più sono le fibre, i filamenti, o le parti tenaci, che tengono unite le parti de i solidi. Ma se consideriamo, che nel far forza per traverso ci serviamo di due Leve, delle quali le parti, o distanze, dove si applicano le forze, sono le linee D G, F H, i sostegni sono ne' punti D, F, ma le altre parti, o distanze, dove son poste le resistenze, sono i semidiametri dei cerchi D C, E F, perchè i filamenti sparsi per tutte le superficie de i cerchi, è, come se tutti si riducessero ne i centri: considerando, dico, tali Leve, intenderemo la resistenza nel centro della base E F contro alla forza di H, esser tanto maggiore della resistenza della base C D contro alla forza posta in G, (e sono le forze in G, ed H, di Leve eguali D G, F H,) quanto il semidiametro F E è maggiore del semidiametro D C; cresce dunque la resistenza all' esser rotta nel cilindro B sopra la resistenza del cilindro A, secondo amendue le proporzioni de i cerchi E F, D C, e dei lor semidiametri, o vogliam dir diametri: ma la proporzione de i cerchi è doppia di quella de i diametri: adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesimi diametri, che è quello, che doveva provare. Ma perchè anco i cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere, le resistenze de i cilindri egualmente lunghi esser tra di loro come i cubi de i lor diametri.



Da questo, che si è dimostrato, possiamo concludere ancora, le resistenze de i prismi, e cilindri egualmente lunghi aver sesquialtera proporzione di quella degli stessi cilindri. Il che è manifesto, perchè i prismi, e cilindri egualmente alti hanno fra di loro la medesima proporzione, che le lor basi, cioè, doppia de i lati, o diametri di esse basi: ma le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati, o diametri: adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione degli stessi solidi, ed in conseguenza de i pesi de i medesimi solidi. 554

Simp. Egli è forza, che avanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficultà, e questa è, che fin qui non ho sentito mettere in considerazione certa altra sorta di resistenza, la quale mi par, che venga diminuita ne i solidi, secondo che si vanno più e più allungando, e non solo nell' uso trasversale, ma ancora per lo lungo, in quel modo appunto, che vediamo una corda lunghissima esser molto meno atta a reggere un gran peso, che se fusse corta: onde io credo, che una verga di legno, o di ferro più peso assai potrà reggere, se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in traverso; ed anco messo in conto il suo proprio peso, che nella più lunga è maggiore.

Salv. Dubito, Sig. Simpl. che in questo punto voi con molti altri v' ingannate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sicchè voi vogliate dire, che una corda lunga, v. gr. quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse un braccio, o due della medesima corda.

Simpl. Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.

Salv.

Salv. Ma io l' ho per falſa, non che per impoſſibile; e credo di potervi aſſai agevolmente cavar di errore. Però ponghiamo queſta corda A B fermata di ſopra dal capo A, e dall' altro ſia il peſo C, dalla cui forza debba eſſa corda eſſere rotta. Aſſegnatemi voi Sig. Simplicio il luogo particolare dove debba ſeguir la rottura.

Simp. Sia nel luogo D.



Salv. Vi domando qual ſia la cagione dello ſtrapparſi in D.

Simp. E' la cauſa di ciò, perchè la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g. cento libbre di peſo, quanto è la parte D B colla pietra C.

Salv. Adunque tuttavolta che tal corda nella parte D veniſſe violentata dalle medeſime cento libbre di peſo, ella lì ſi ſtrapperebbe.

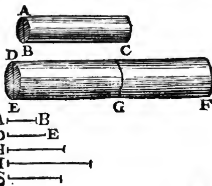
Simp. Così credo.

Salv. Ma ditemi ora, chi attaccaſſe il medeſimo peſo non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come ſarebbe in E, ovvero legaſſe la corda non nella altezza A, ma più vicino, e ſopra al punto medeſimo D come ſarebbe in F, ditemi, dico, ſe il punto D ſentirebbe il medeſimo peſo delle centro libbre.

Simp. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda E B colla pietra C.

Salv. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medeſime cento libbre di peſo, ſi romperà per la voſtra conceſſione; e pure la F E è un piccol pezzo della lunga A B, come dunque volete più dire, che la corda lunga ſia più debole della corta? Contentatevi dunque di eſſer cavato di un errore, nel quale avete avuto molti compagni, ed anco per altro molto intelligenti. E ſeguitiamo innanzi: ed avendo dimoſtrato i priſmi, e cilindri creſcere il lor momento ſopra le proprie reſiſtenze ſecondo i quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però ſempre la medeſima groſſezza) e parimente gli egualmente
555 lunghi, ma differenti in groſſezza creſcer le lor reſiſtenze ſecondo la proporzione dei cubi dei lati, o diametri delle lor baſi, paſſiamo a inveſtigare quello, che accaggia a tali ſolidi differenti in lunghezza, e groſſezza, nei quali io oſſervo, che

> I priſmi e cilindri di diverſa lunghezza, e groſſezza hanno le lor reſiſtenze all' eſſer rotti di proporzione compoſta della proporzione dei cubi de' diametri delle lor baſi, e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente preſe.



Siano tali due cilindri queſti A B C, D E F. Dico, la reſiſtenza del cilindro A C alla reſiſtenza del cilindro D F, aver la proporzione compoſta della proporzione del cubo del diametro A B al cubo del diametro D E, e della proporzione della lunghezza E F alla lunghez-

za B C. Pongasi la E G eguale alla B C, e delle linee A B, D E sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la E F alla B C, così sia la I alla S. E perchè la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D G è, come il cubo A B al cubo D E, cioè come la linea A B alla linea I, e la resistenza del cilindro G D alla resistenza del cilindro D F, come la lunghezza F E alla E G, cioè come la linea I alla S adunque per l'egual proporzione, come la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F, così la linea A B alla S, ma la linea A B alla S ha la proporzion composta della A B alla I, e della I alla S, adunque la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F ha la proporzion composta della A B alla I, cioè del cubo di A B al cubo di D E, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza E F alla lunghezza B C, che è quello, che io intendeva di dimostrare.

Dopo la dimostrata Proposizione voglio, che consideriamo quello, che accaggia tra i cilindri, e prismi simili, dei quali dimostreremo, come

De i cilindri, e prismi simili i momenti composti, cioè risultanti dalle lor gravità, e dalle loro lunghezze, che sono come Leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per lo che dimostrare segniamo i due cilindri simili A B, C D. Dico, il momento del cilindro A B per superare la resistenza della sua base B, al momento di C D per superare la resistenza della sua D, aver sesquialtera proporzione di quella, che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D; e perchè i momenti dei solidi A B, C D per superar le resistenze delle lor basi B, D son composti delle lor gravità, e delle forze delle lor Leve, e la forza della Leva A B è e- 556
guale alla forza della Leva C D, e questo perchè la lunghezza A B al semidiametro della base B ha la medesima proporzione (per la similitudine de' cilindri) che la lunghezza C D al semidiametro della base D, resta, che il momento totale del cilindro A B al momento totale di C D sia, come la sola gravità del cilindro A B alla sola gravità del cilindro C D, cioè come l'istesso cilindro A B all'istesso C D: ma questi sono in triplicata proporzione de i diametri delle basi loro B, D, e le resistenze delle medesime basi, essendo tra di loro come l'istesse basi, sono in conseguenza in duplicata proporzione de i medesimi loro diametri; adunque i momenti de i cilindri son in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.



Simpl. Questa Proposizione mi è veramente giunta non solamente nuova, ma inaspettata, e nel primo aspetto assai remota dal giudizio, che io ne averei conghietturalmente fatto: imperocchè essendo tali figure in tutto il restante simili, avrei tenuto per fermo, che anco i momenti loro verso le proprie resistenze avessero ritenuta la medesima proporzione.

Sagr. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de' nostri ragionamenti dissi parermi di scorger per ombra.

Salv. Quello, che ora accade al Sig. Simp. avvenne per alcun tempo a me, credendo, che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, nè anche molto fissa, o accurata osservazione mi pareva rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi un tenore eguale nelle loro robustezze, ma i maggiori esser

meno

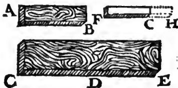
meno atti a patire gli eventi violenti, come rimaner più offeſi dalle cadute gl'uomini grandi, che i piccoli fanciulli, e come da principio dicevamo, cadendo dalla medeſima altezza vedeſi andare in pezzi una gran trave, o una colonna, ma non così un piccolo corrente, o un piccolo cilindro di marmo. Queſta tal quale oſſervazione mi dettò la mente all' inveſtigazione di quello, che ora ſon per dimoſtrarvi: proprietà veramente ammirabile, poichè tra le infinite figure ſolide ſimili tra di loro pur due non ve ne ſono, i momenti delle quali verſo le proprie reſiſtenze ritengano la medeſima proporzione.

Simp. Ora mi fate ſovvenire non ſo che poſto da Ariſtotile tra le ſue Queſtioni Meccaniche, mentre vuol render la ragione, onde avvenga che i legni quanto più ſon lunghi, tanto più ſon deboli, e più e più ſi piegano, benchè i più corti ſieno più ſottili, e i lunghi più groſſi, e ſe io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla ſemplice Leva.

Salv. E' veriſſimo; e perchè la ſoluzione non par, che tolga interamente la ragion del dubitare, Monſ. di Guevara, il quale veramente con i ſuoi dottiſſimi Comentari ha altamente nobilitata, e illuſtrata quell' Opera, ſi eſtende con altre più acute ſpeculazioni per iſciorre tutte le difficoltà, reſtando però eſſo ancora perpleſſo in queſto punto, ſe creſcendoſi colla medeſima proporzione le lunghezze, e le groſſezze di tali ſolide figure, ſi debba mantenere l'iſteſſo tenore nelle loro robuſtezze, e reſiſtenze nell' eſſer rotti, ed anco nel piegarſi. Io dopo un lungo penſarvi ho in queſta maniera ritrovato quello, che ſeguentemente ſon per apportarvi. E prima dimoſtrerò, che

De i priſmi, o cilindri ſimili gravi un ſolo e unico è quello, che ſi riduce (gravato dal proprio peſo) all' ultimo ſtato tra lo ſpezzarſi, e il ſoſtenerſi intero: ſicchè ogni maggiore, come impotente a reſiſtere al proprio peſo, ſi romperà, e ogni minore reſiſte a qualche forza, che gli venga fatta per romperlo.

557 Sia il priſma grave A B ridotto alla ſomma lunghezza di ſua conſiſtenza, ſicchè allungato un minimo di più ſi rompeſſe. Dico queſto eſſere unico tra tutti i ſuoi ſimili (che pur ſono infiniti) atto ad eſſer ridotto in tale ſtato ancipite, ſicchè ogni maggiore oppreſſo dal proprio peſo ſi ſpezzerà, ed ogni minore no, anzi potrà reſiſtere a qualche aggravio di nuova violenza, oltre a quella del proprio peſo. Sia il priſma C E ſimile, e maggiore di A B. Dico queſto non poter conſiſtere, ma romperſi ſuperato dalla propria gravità. Pongaſi la parte C D lunga quanto A B. E perchè la reſiſtenza di C D a quella di A B è, come il cubo della groſſezza di C D al cubo della groſſezza di A B, cioè come il priſma C E al priſma A B, (eſſendo ſimili) adunque il peſo di C E è il ſommo, che poſſa eſſer ſoſtenuto nella lunghezza del priſma C D; ma la lunghezza C E è maggiore; adunque il priſma C E ſi romperà. Ma ſia F G minore: ſi dimoſtrerà ſimilmente (poſta F H eguale alla B A) la reſiſtenza di F G a quella di A B eſſer, come il priſma F G al priſma A B, quando la diſtanza A B, cioè F H fuſſe eguale alla F G; ma è maggiore; adunque il momento del priſma F G poſto in G non baſta per rompere il priſma F G.

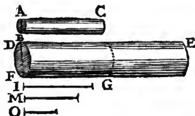


Sagr. Chiariſſima, e breve dimoſtrazione concludente la verità, e neceſſità di una Propoſizione, che nel primo aſpetto ſembra aſſai remota dal veriſimile. Biſognerebbe dunque alterare aſſai la proporzione tra la lunghezza, e la groſſezza del

del prisma maggiore coll' ingrossarlo, o scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite tra il reggersi, e lo spezzarsi, e l' investigazione di tale stato penso, che potesse essere altrettanto ingegnosa.

Salv. Anzi più presto d' avvantaggio, come anco più laboriosa, ed io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrovarla, ed ora voglio participarvela.

Dato dunque un cilindro, o prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d' un altro cilindro, o prisma, che sotto la data lunghezza sia l' unico, e massimo resistente al proprio peso.



Sia il cilindro B C massimo resistente al proprio peso, e sia la D E lunghezza maggiore della A C, bisogna trovare la grossezza del cilindro, che sotto la lunghezza D E sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze D E, A C terza proporzionale I, e come D E ad I, così sia il diametro F D al diametro B A, e facciasi il cilindro F E. Dico, questo essere il massimo, ed unico tra tutti i suoi simili resistente al proprio peso. Delle linee D E, I sia terza proporzionale M, e quarta O. E pongasi F G eguale alla A C. E perchè il diametro F D al diametro A B è, come la 558 linea D E alla I, e delle D E, I la O, è quarta proporzionale, il cubo di F D al cubo di B A sarà, come la D E alla O; ma come il cubo di F D al cubo di B A, così è la resistenza del cilindro D G alla resistenza del cilindro B C; adunque la resistenza del cilindro D G a quella del cilindro B C è, come la linea D E alla O. E perchè il momento del cilindro B C è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C esser, come la resistenza D F alla resistenza B A, cioè come il cubo di F D al cubo di B A, cioè come la linea D E alla O, avremo l' intento, cioè il momento del cilindro F E esser eguale alla resistenza posta in F D. Il momento del cilindro F E al momento del cilindro D G è, come il quadrato della D E al quadrato delle A C, cioè come la linea D E alla I; ma il momento del cilindro D G al momento del cilindro B C è, come il quadrato D F al quadrato B A, cioè come il quadrato di D E al quadrato della I, cioè come il quadrato della I al quadrato della M, cioè come la I alla O; adunque per l' egual proporzione, come il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C, così è la linea D E alla O, cioè il cubo D F al cubo B A, cioè la resistenza della base D F alla resistenza della base B A, che è quello che si cercava.

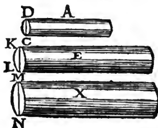
Sagr. Questa, Sig. Salviati, è una lunga dimostrazione, e molto difficile a ritenersi a memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei, che V. S. si contentasse di replicarla di nuovo.

Salv. Farò quanto V. S. comanda, ma forse sarebbe meglio arrecarne una più speditiva, e breve: ma converrà fare una figura alquanto diversa.

Sagr. Maggiore sarà il favore, e la già dichiarata mi farà grazia darmela scritta, acciò a mio bell' agio possa ristudiarla.

Salv. Non mancherò di servirla. Ora intendiamo un cilindro A, il diametro della cui base sia la linea D C, e sia questo A il massimo, che possa sostenersi, del quale vogliamo trovare un maggiore, che pur sia il massimo esso ancora, ed unico, che si sostenga. Intendiamone un simile ad esso A, e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. gr. E, il diametro della cui base sia

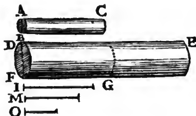
la K L, e delle due linee D C, K L sia terza proporzionale la M N, che sia diametro della base del cilindro X, di lunghezza eguale all' E. Dico, questo X esser quello, che cerchiamo. E perchè la resistenza D C alla resistenza K L è, come il quadrato D C al quadrato K L, cioè come il quadrato K L al quadrato M N, cioè come il cilindro E al cilindro X, cioè come il momento E al momento X; ma la resistenza K L alla M N è, come il cubo di K L al cubo di M N, cioè come il cubo D C al cubo K L, cioè come il cilindro A al cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque per l'analogia perturbata come la resistenza D C alla M N, così il momento A al momento X; adunque il prisma X è nella medesima costituzione di momento, e resistenza, che il prisma A.



Ma voglio che facciamo il Problema più generale, e la proposizione sia questa.

559 Dato il cilindro A C, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qualsisia lunghezza D E, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia D E, e il suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione, che il momento del cilindro A C alla sua.

Ripresa l'istessa figura di sopra, e quasi l' istesso progresso diremo. Perchè il momento del cilindro F E al momento della parte D G, ha la medesima proporzione, che il quadrato E D al quadrato F G, cioè che la linea D E alla I, ed il momento del cilindro D G al momento del cilindro A C è, come il quadrato F D al quadrato A B, cioè come il quadrato D E al quadrato I, cioè come il quadrato I al quadrato M, cioè come la linea I alla O; adunque ex æquali il momento del cilindro F E al momento del cilindro A C ha la medesima proporzione della linea D E alla O, cioè del cubo D E al cubo I, cioè del cubo di F D al cubo di A B, cioè della resistenza della base F D alla resistenza della base A B, ch' è quello che si doveva fare.

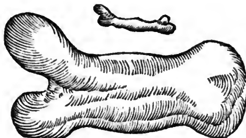


Or vedano come dalle cose fin qui dimostrate apertamente si raccoglie l' impossibilità del poter non solamente l' arte, ma la natura stessa crescer le sue macchine a vastità immensa, sicchè impossibil sarebbe fabbricar Navilii, Palazzi, o Templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene di ferro, ed in somma le altre lor parti consistessero: come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poichè i rami loro gravati dal proprio peso finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli, o altri animali, che potessero sussistere, e far proporzionatamente gli uffizi loro, mentre tali animali si dovessero augumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura, e resistente della consueta, o non si deformassero tali ossi sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura, ed aspetto dell' animale ne riuscisse mostruosamente grosso:

groſſo: il che forſe fu avvertito dal mio accortiſſimo Poeta, mentre deſcrivendo un grandiſſimo Gigante diſſe:

Non ſi può compartir quanto ſia lungo,
Sì ſmiſuratamente è tutto groſſo.

E per un breve eſempio
di queſto, che dico, diſegnai
già la figura di un oſſo al-
lungato ſolamente tre volte,
ed ingroſſato con tal propor-
zione, che poteſſe nel ſuo
animale grande far l' uffizio
proporzionato a quel dell' oſ-
ſo minore nell' animal più 360
piccolo, e le figure ſon que-
ſte: dove vedete ſproporzio-
nata figura, che diviene quel-
la dell' oſſo ingrandito. Dal
che è manifeſto, che chi vo-



leſſe mantenere in un vaſtiſſimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in un uomo ordinario, biſognerebbe o trovar materia molto più dura, e reſiſtente per formarne l'oſſa, ovvero ammettere, che la robuſtezza ſua fuſſe a proporzione aſſai più fiacca, che negli uomini di ſtatura mediocre, altrimente creſcendogli a ſmiſurata altezza, ſi vedrebbono dal proprio peſo opprimere, e cadere. Dove che all' incontro ſi vede nel diminuire i corpi non ſi diminuir colla medeſima proporzione le forze, anzi nei minori creſcer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo, che un piccolo cane porterebbe addoſſo due, o tre cani eguali a ſe, ma non penſo già, che un cavallo portaſſe nè anco un ſolo cavallo a ſe ſteſſo eguale.

Simp. Ma ſe così è, grand' occaſione mi danno da dubitare le moli immenſe, che vediamo nei peſci, che tal Balena, per quanto intendo, ſarà grande per dieci Elefanti, e pur ſi ſoſtengono.

Salv. Il voſtro dubbio, Sig. Simplicio, mi fa accorgere d' una condizione da me non avvertita prima, potente eſſa ancora a far, che Giganti, ed altri animali vaſtiſſimi poteſſero conſiſtere, e agitarſi non meno che i minori, e ciò ſeguirebbe, quando non ſolo ſi aggiugneſse gagliardia all' oſsa, ed all' altre parti, officio delle quali è il ſoſtener il proprio, e 'l ſopravvegnente peſo; ma laſciata la ſtruttura delle oſsa colle medeſime poporzioni pur nell' iſteſso modo: anzi più agevolmente conſiſterebbono le medeſime fabbriche, quando con tal proporzione ſi diminuiſse la gravità della materia delle medeſime oſsa, e quella della carne, o di altro, che ſopra l' oſſa ſi abbia ad appoggiare; e di queſto ſecondo artifizio ſi è prevalſa la natura nella fabbrica dei peſci, facendogli le oſſa, e le polpe non ſolamente aſſai leggere, ma ſenza veruna gravità.

Simp. Vedo ben, Signor Salviati, dove tende il voſtro diſcorſo: voi volete dire, che per eſſere l' abitazione dei peſci l' elemento dell' acqua, la quale per la ſua corpulenza, o come altri vogliono, per la ſua gravità ſcema il peſo ai corpi, che in quella ſi demergono, per tal ragione la materia dei peſci non peſando può ſenza aggravio dell' oſſa loro eſſer ſoſtenuta; ma queſto non baſta, perchè quando bene il reſto della ſuſtanza del peſce non graviti, gravita però ſenza dubbio la materia dell' oſſa loro. E chi dirà, che una coſtola di Balena grande quanto una trave, non peſi aſſaiſſimo, e nell' acqua non dia al fondo? queſte dunque non doveriano poter ſuſſiſtere in sì vaſta mole.

Salv. Voi acutamente opponete, e per riſpoſta al voſtro dubbio diremi, ſe avete oſſervato ſtare i peſci quando piace loro ſott' acqua immobili, e non diſcendere verſo il fondo, o ſollevarſi alla ſuperficie ſenza far qualche forza col nuoto?

Simpl. Queſta è chiariſſima oſſervazione.

Salv. Queſto dunque poterſi i peſci fermare come immobili a mezz' acqua è concludentiſſimo argomento, il compoſto della lor mole corporea agguagliar la gravità in iſpezie dell' acqua, ſicchè ſe in eſſo ſi trovano alcune parti più gravi dell' acqua, neceſſariamente biſogna, che ve ne ſieno altre altrettanto men gravi, acciò ſi poſſa pareggiar l'equilibrio. Se dunque le oſſa ſon più gravi, è neceſſario, che le polpe, o altre materie, che vi ſiano, ſien più leggere, e queſte ſi opporranno colla lor leggerezza al peſo dell' oſſa; talchè negli acquatici
561 avverrà l'oppoſito di quel, che accade negli animali terreſtri, cioè che in queſti tocchi all'oſſa a ſoſtenere il peſo proprio, e quel della carne, e in quelli la carne regga la gravezza propria, e quella dell' oſſa. E però dee ceſſar la maraviglia, come nell' acqua poſſano eſſere animali vaſtiſſimi, ma non ſopra la terra, cioè nell' aria.

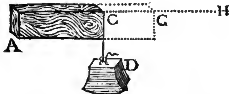
Simp. Reſto appagato, e di più noto, che queſti, che noi addimandiamo animali terreſtri, più ragionevolmente ſi dovrebbero dimandare aerei, perchè nell' aria veramente vivono, e dall'aria ſon circondati, e dell'aria reſpirano.

Sagr. Piacemi il diſcorſo del Sig. Simp. col ſuo dubbio, e colla ſoluzione. E di più comprendo aſſai facilmente, che uno di queſti ſmiſurati peſci tirato in terra forſe non ſi potrebbe per lungo tempo ſoſtenere, ma che relaſſate le attaccature dell'oſſa, la ſua mole ſi ammaccherebbe.

Salv. Io per ora inclino a creder l' iſteſſo; nè ſon lontano a credere, che il medeſimo avverrebbe a quel vaſtiſſimo navilio, il quale galleggiando in mare non ſi diſſolve pel peſo, e carico di tante merci, ed armamenti, che in ſecco, e circondato dall' aria forſe ſi aprirebbe. Ma ſeguitiamo la noſtra materia, e dimoſtriamo, come

Dato un priſma, o cilindro col ſuo peſo, ed il peſo maſſimo ſoſtenuto da eſſo, trovare la maſſima lunghezza, oltre alla quale prolungato dal ſolo ſuo proprio peſo ſi romperebbe.

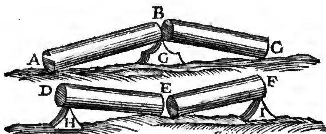
Sia dato il priſma A C col ſuo proprio peſo, e dato parimente il peſo D maſſimo da poter eſſer ſoſtenuto dall' eſtremità C, biſogna trovare la lunghezza maſſima, ſino alla quale ſi poſſa allungare il detto priſma ſenza romperſi. Facciaſi come il peſo del priſma A C al compoſto de i peſi A C col doppio del peſo di D, così la lunghezza C A alla A H, tra le quali ſia media proporzionale la A G. Dico A G eſſer la lunghezza cercata; imperocchè il momento gravante del peſo D in C è eguale



al momento del peſo doppio di D, che fuſſe poſto nel mezzo di A C, dove è anco il centro del momento del priſma A C, il momento dunque della reſiſtenza del priſma A C, che ſta in A, equivale al gravante del doppio del peſo D col peſo A C, attaccati però nel mezzo di A C. E perchè viene ad eſſerſi fatto come il momento di detti peſi così ſituati, cioè del doppio D con A C al momento di A C, così la H A alla A C, tra le quali è media la A G; adun-

dunque il momento del doppio D col momento A C al momento A C è, come il quadrato G A al quadrato A C: ma il momento premente del prisma G A al momento di A C è, come il quadrato G A al quadrato A C: adunque la lunghezza A G è la massima, che si cercava, cioè quella, fino alla quale allungandosi il prisma A C si sosterrebbe, ma più oltre si spezzerebbe.

Sin quì si son considerati i momenti, e le resistenze de i prismi, e cilindri solidi, l'una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di un peso premente, considerandolo esso solo, ovver congiunto colla gravità del medesimo solido, o veramente la sola gravità dell' istesso solido. Ora voglio, che discorriamo alquanto dei medesimi prismi, e cilindri, quando fussero sostenuti da amendue l'estremità, ovvero che sopra un sol punto preso tra le estremità fusser posati. E prima dico, che il cilindro, che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, ovvero da due nell' estremità, potrà esser lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine. Il che per se stesso è assai manifesto, perchè se intenderemo del cilindro, che io segno A B C, la sua metà A B esser la somma lunghezza potente a sostenersi stando fissa nel termine B, nell' istesso modo si sosterrà, se posata sopra il sostegno G sarà contrappesata dall' altra sua metà 562



B C. E similmente se del cilindro D E F la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostenersi fissa nel termine D, ed in conseguenza l' altra E F, fissa nel termine F, è manifesto, che posti i sostegni H, I sotto l'estremità D, F, ogni momento che si aggiunga di forza, o di peso in E, quivi si farà la rottura.

Quello che ricerca più sottile specolazione è, quando astraendo dalla gravità propria di tali solidi, ci fusse proposto di dovere investigare, se quella forza, o peso, che applicato al mezzo d' un cilindro sostenuto nelle estremità basterebbe a romperlo, potrebbe far l' istesso effetto applicato in qualsivoglia altro luogo più vicino all' una, che all' altra estremità. Come per esempio, se volendo noi rompere una mazza presala colle mani nell' estremità, ed appuntato il ginocchio in mezzo, l' istessa forza, che basterebbe usare per romperla in tal modo, basterebbe ancora, quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, ma più vicino all' un de gli estremi.

Sagr. Parmi che il Problema sia toccato da Aristotile nelle sue questioni meccaniche.

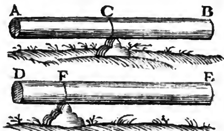
Salv.

Salv. Il quesito d'Aristotile non è precisamente l'istesso, perchè ei non cerca altro, se non di render la ragione, perchè manco fatica si ricerchi a romperlo, tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine, e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle Leve più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando, se posto il ginocchio nel mezzo, o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità, la medesima forza serva in tutti i siti.

Sagr. Nella prima apprensione parrebbe di sì, attesochè le due Leve man-
563 tengono in certo modo il medesimo momento, mentre quanto si scorcia l'una, tanto s'allunga l'altra.

Salv. Or vedete, quanto sono in pronto l'equivocazioni, e con quanta cautela, e circospezione convien andar per non v'incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto ha tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due Leve, sia posto, o non posto nel mezzo, fa tal diversità, che di quella forza, che basterebbe per far la frazione nel mezzo, dovendola fare in qualche altro luogo, tal volta non basterà l'applicarvene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della proposizione, secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazione più in un punto, che in un altro.

Segniamo prima questo legno A B da rompersi nel mezzo sopra il sostegno C, ed appresso segniamo l'istesso, ma sotto i caratteri D E da rompersi sopra il sostegno F remoto dal mezzo. Prima è manifesto, che sendo le distanze A C, C B eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità B, A. Secondo poichè la distanza D F diminuisce dalla distanza A C, il momento della forza posta in D scema dal momento in A, cioè posto nella distanza C A, e scema secondo la proporzione della linea D F alla A C, ed in conseguenza bisogna crescerlo per pareggiare, o superar la resistenza di F; ma la distanza D F si può diminuire in infinito in relazione alla distanza A C; adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Ma all'incontro secondo che cresce la distanza F E sopra la C B, convien diminuire la forza in E per pareggiare la resistenza in F; ma la distanza F E in relazione alla C B non si può crescere in infinito col ritirare il sostegno F verso il termine D, anzi nè anco il doppio; adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F sarà sempre più che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la necessità del doversi augumentare i momenti del congiunto delle forze in E, D infinitamente, per pareggiare, o superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s'andrà approssimando verso l'estremità D.



Sag. Che diremo, S. Simplicio? non convien egli confessare, la virtù della Geometria essere il più potente strumento d'ogni altro per acutir l'ingegno, e disporlo al perfettamente discorrere, e specolare? e che con gran ragione voleva Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle Matematiche? Io benissimo aveva compreso la facultà della Leva, e come crescendo, o scemando la sua lunghez-

ghezza cresceva, o calava il momento della forza, e della resistenza: contuttociò nella determinazione del presente Problema m' ingannava, e non di poco, ma d' infinito.

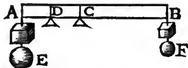
Simp. Veramente comincio a comprendere, che la Logica, benchè strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriva, quanto al destar la mente, all' invenzione, e all' acutezza della Geometria. 564

Sagr. A me pare, che la Logica insegni a conoscere, se i discorsi, e le dimostrazioni già fatte, e trovate procedono concludentemente, ma che ella insegni a trovare i discorsi, e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Ma sarà meglio, che il Sig. Salv. ci mostri, secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno, secondo i luoghi diversi della rottura.

Salv. La proporzione, che ricercate, procede in cotal forma, che

Se nella lunghezza d' un cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione, che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

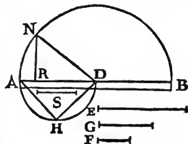
Sieno le forze A, B minime per rompere in C, e le E, F parimente le minime per rompere in D. Dico le forze A, B alle forze E, F aver la proporzion medesima, che ha il rettangolo A D B al rettangolo A C B. Imperocchè le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle forze A, B alla forza B, della B alla F, e della F alle F, E. Ma come le forze A, B alla forza B, così sta la lunghezza B A ad A C, e come la forza B alla F,



così sta la linea D B alla B C, e come la forza F alle F, E, così sta la linea D A alla A B, adunque le forze A, B alle forze. E, F hanno la proporzion composta delle tre, cioè della retta B A ad A C, della D B a B C, e della D A ad A B; ma delle due D A ad A B, ed A B ad A C, si compone la proporzione della D A ad A C; adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta di questa D A ad A C, e dell' altra D B a B C; ma il rettangolo A D B al rettangolo A C B ha la proporzion composta delle medesime D A ad A C, e D B a B C; adunque le forze A, B alle E, F stanno, come il rettangolo A D B al rettangolo A C B, che è quanto a dire la resistenza in C ad essere spezzato alla resistenza ad esser rotto in D aver la medesima proporzione, che il rettangolo A D B al rettangolo A C B, che è quello, che si doveva provare.

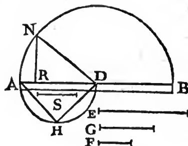
In conseguenza di questo Teorema possiamo risolvere un problema assai curioso; ed è,

Dato il peso massimo, retto dal mezzo di un cilindro, o prisma, dove la resistenza è minima; e dato un peso maggior di quello, trovare nel detto cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo.



Abbia il dato peso, maggiore del peso massimo, retto dal mezzo del cilindro A B, ad esso massimo la proporzione della linea E alla F, bisogna trovare il punto nel cilindro,

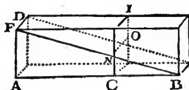
lindro, dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Tra le due E, F sia media proporzionale la G, e come la E alla G, così si faccia la A D alla S, sarà la S minore della A D. Sia A D diametro del mezzo cerchio A H D, nel quale pongasi la A H eguale alla S,
565 e congiungasi H D, e ad essa si tagli eguale la D R. Dico il punto R essere il cercato, dal quale il dato peso maggiore del massimo retto dal mezzo del cilindro D verrebbe come massimo retto. Sopra la lunghezza B A facciasi il mezzo cerchio A N B, e si alzi la perpendicolare R N, e congiungasi N D.



E perchè i due quadrati N R, R D sono eguali al quadrato N D, cioè al quadrato A D, cioè alli due A H, H D, e l'H D è eguale al quadrato D R, adunque il quadrato N R, cioè il rettangolo A R B sarà eguale al quadrato A H, cioè al quadrato S; ma il quadrato S al quadrato A D è, come la F alla E, cioè come il peso massimo retto in D al dato peso maggiore; adunque questo maggiore sarà retto in R come il massimo, che vi possa esser sostenuto; che è quello che si cercava.

Sagr. Intendo benissimo, e vo considerando, che essendo il prisma A B sempre più gagliardo, e resistente alla pressione nelle parti, che più e più si allontanano dal mezzo, nelle travi grandissime, e gravi se ne potrebbe levar non piccola parte verso l' estremità con notabile alleggerimento di peso, che nei travamenti di grandi stanze sarebbe di comodo, ed utile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrovar quale figura dovrebbe aver quel tal solido, che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente, tal che non più facile fusse ad esser rotto da un peso, che lo premesse nel mezzo, che in qualsivoglia altro luogo.

Salv. Già era in procinto di dirvi cosa assai notabile, e vaga in questo proposito. Fo un poco di figura per meglio dichiararmi. Questo D B è un prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell' estremità A D da una forza premente nel termine B è tanto minore della resistenza, che si troverebbe nel luogo C I, quanto la lunghezza C B è minore della B A, come già si è dimostrato; intendasi adesso il medesimo prisma segato diagonalmente secondo la linea F B, sicchè le faccie opposte sieno due triangoli, uno de i quali verso noi è questo F A B. Ottiene tal solido contraria natura del prisma, cioè che meno resiste all' essere spezzato sopra il termine C, che sopra l' A dalla forza posta in B, quanto la lunghezza C B è minore della B A, il che facilmente proveremo, perchè intendendo il taglio C N O parallelo all' altro A F D, la linea F A alla C N nel triangolo F A B avrà la medesima proporzione, che la linea A B alla B C, e però se noi intenderemo nei punti A, C essere i sostegni di due Leve, le cui distanze B A, A F, B C, C N, queste saranno simili, e però quel momento, che ha la forza posta in B colla distanza B A sopra la resistenza posta nella distanza A F, l'avrà la medesima forza in B colla distanza B C sopra la medesima resistenza, che fusse posta nella distanza C



N:

N: ma la reſiſtenza da ſuperarſi nel ſoſtegno C, poſta nella diſtanza C N dalla forza in B, è minore della reſiſtenza in A, tanto quanto il rettangolo C O è minore del rettangolo A D, cioè quanto la linea C N è minore della A F, cioè la C B della B A; adunque la reſiſtenza della parte O C B ad eſſer rotto in C è tanto minore della reſiſtenza dell' intero D A O ad eſſer rotto in A, quanto la lunghezza C B è minore della A B. Aviamo dunque nel trave, o
priſma D B, levatone una parte, cioè la metà, ſegandolo diagonalmente, e la-
ſciato il cuneo, o priſma triangolare F B A, e ſono due ſolidi di condizioni 566
contrarie, cioè quello tanto più reſiſte, quanto più ſi ſcorcia, e queſto nello ſcorciarſi perde altrettanto di robuſtezza. Ora ſtante queſto, par ben ragionevole, anzi pur neceſſario, che ſe gli poſſa dare un taglio, per lo quale, togliendo via il ſuperfluo, rimanga un ſolido di figura tale, che in tutte le ſue parti ſia egualmente reſiſtente.

Simp. E' ben neceſſario, che dove ſi paſſa dal maggiore al minore, s'incontri ancora l' eguale.

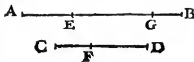
Sagr. Ma il punto ſta ora a trovar, come ſi ha da guidar la ſega per far queſto taglio.

Simpl. Queſto mi ſi rappreſenta, che dovrebbe eſſer opera aſſai facile, perchè ſe col ſegar il priſma diagonalmente levandone la metà, la figura, che reſta, ritien contraria natura a quella del priſma intero, ſicchè in tutti i luoghi, nei quali queſto acquiſtava robuſtezza, quella altrettanto la perdeva, parmi che tenendo la via del mezzo, cioè levando ſolamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà, nè perderà robuſtezza in tutti quei medeſimi luoghi, nei quali la perdita, e il guadagno dell' altre due figure erano ſempre eguali.

Salv. Voi, Sig. Simp. non avete dato nel ſegno: e ſiccome io vi moſtrerò, vedrete veramente, che quello, che ſi può ſegar del priſma, e levar via ſenza indebolirlo, non è la ſua quarta parte, ma la terza. Ora reſta (che è quello, che accennava il Sig. Sagr.) il ritrovar ſecondo che linea ſi dee far camminar la ſega; la quale proverò, che dee eſſer linea Parabolica. Ma prima è neceſſario dimoſtrare certo Lemma, che è tale:

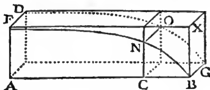
Se ſaranno due Libre, o Leve diviſe dai loro ſoſtegni in modo, che le due diſtanze, dove ſi hanno a coſtituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle diſtanze, dove ſaranno le reſiſtenze, le quali reſiſtenze ſiano tra loro, come le lor diſtanze, le potenze ſoſtenenti ſaranno eguali.

Siano due Leve A B, C D diviſe ſopra i lor ſoſtegni E, F, talmente che la diſtanza E B alla F D abbia doppia proporzione di quella, che ha la diſtanza E A alla F C. Dico le potenze, che in B, D ſoſterranno le reſiſtenze di A, C, eſſer tra loro eguali. Pongaſi la E G media proporzionale tra E B, e F D: ſarà dunque come B E ad E G, così G E ad F D, ed A E a C F, e così ſi è poſto eſſer la reſiſtenza di A alla reſiſtenza di C. E perchè come E G ad F D, così A E a C F, ſarà permutando come G E ad E A, così D F ad F C, e però (per eſſer le due Leve D C, G A diviſe proporzionalmente nei punti F, E) quando la potenza, che poſta in D pareggia la reſiſtenza C, fuſſe in G, pareggerebbe la medeſima reſiſtenza di C poſta in A; ma per lo dato la reſiſtenza di A alla reſiſtenza di C ha la medeſima proporzione, che la A E alla C F, cioè che la B E alla E G, adunque la potenza G, o vogliam



dire D posta in B, sosterrà la resistenza posta in A. Che è quello, che si doveva provare.

Inteso questo: nella faccia F B del prisma D B sia segnata la linea Parabolica F N B, il cui vertice B, secondo la quale sia segnato esso prisma, restando
567 il solido compreso dalla base A D dal piano rettangolo A G dalla linea retta B G, e dalla superficie D G B F incurvata secondo la curvità della linea Parabolica F N B. Dico tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano C O parallelo all' A D, e intendansi due Leve divise, e posate sopra i sostegni A, C, e siano dell' una le distanze B A, A F, e dell' altra le B C, C N. E perchè nella Parabola F B A, la A B alla B C sta, come il

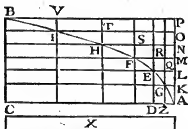


quadrato della F A al quadrato di C N, è manifesto la distanza B A, dell'una Leva alla distanza B C dell' altra aver doppia proporzione di quella, che ha l' altra distanza A F all' altra C N. E perchè la resistenza da pareggiarsi colla Leva B A alla resistenza da pareggiarsi colla Leva B C ha la medesima proporzione, che il rettangolo D A al rettangolo O C, la quale è la medesima, che ha la linea A F alla N C, che sono l' altre due distanze delle Leve, è manifesto per lo Lemma passato, che la medesima forza, che sendo applicata alla linea B G pareggerà la resistenza D A, pareggerà ancora la resistenza C O. Ed il medesimo si dimostrerà, segandosi il solido in qualsisia altro luogo: adunque tal solido Parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi segandosi il prisma secondo la linea Parabolica F N B, se ne levi la terza parte, si fa manifesto; perchè la semiparabola F N B A, e il rettangolo F B son basi di due solidi compresi tra due piani paralleli, cioè tra i rettangoli F B, D G, perlochè ritengono tra di loro la medesima proporzione, che esse lor basi; ma il rettangolo F B è sesquialtero della semiparabola F N B A; adunque segando il prisma secondo la linea Parabolica, se ne leva la terza parte. Di qui si vede, come con diminuzion di peso di più di trentatrè per cento si posson far i travamenti senza diminuir punto la loro gagliardia, il che ne i Navilii grandi in particolare per regger le coverte può esser di utile non piccolo; attesochè in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

Sagr. Le utilità son tante, che lungo, o impossibile sarebbe il registrarle tutte. Ma io lasciate queste da banda, avrei più gusto d' intender, che l' alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale levi la metà del peso, l'intendo benissimo: ma che l'altro secondo la Parabolica porti via la terza parte del prisma, posso crederlo al Sig. Salv. sempre veridico, ma in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.

Salv. Vorreste dunque aver la dimostrazione come sia vero, che l' eccesso del prisma sopra questo, che per ora chiamiamo solido Parabolico, sia la terza parte di tutto il prisma. So di averlo altra volta dimostrato; tenterò ora, se potrò rimettere insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi sovviene, che mi serviva di certo Lemma di Archimede, posto da esso nel libro delle spirali; ed è, che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l' eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante sieno, ciascheduna eguale alla massima; i quadrati di tutte queste saranno meno, che tripli de i quadrati di quelle, che si eccedono; ma i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri, che restano, trattone il quadrato della massima. Posto questo: Sia in questo rettan-

tangolo A C B P inscritta la linea Parabolica A B; dobbiamo provare il triangolo misto B A P, i cui lati sono B P, P A, e base la linea Parabolica B A, esser la terza parte di tutto il rettangolo C P. Imperocchè se non è tale, sarà o più che la terza parte, o meno. Sia, se esser può, meno, ed a quello, che gli manca intendasi essere eguale lo spazio X. Dividendo poi il rettangolo C P continuatamente in parti eguali con linee parallele a i lati B P, C A, arriveremo finalmente a parti tali, che una di loro sarà minore dello spazio X. Or sia una di quelle il rettangolo O B, e per i punti, dove l'altre parallele segano la linea Parabolica, facciansi passare le parallele alla A P, e qui intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli, che sono B O, I N, H M, F L, E K, G A, la qual figura sarà pur ancora meno, che la terza parte del rettangolo C P, essendo che l'eccesso di essa figura sopra il triangolo misto è manco assai del rettangolo B O, il quale è ancor minore dello spazio X. 568



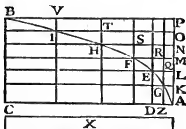
Sagr. Piano di grazia, che io non vedo, come l'eccesso di questa figura circoscritta sopra il triangolo misto sia manco assai del rettangolo B O.

Salv. Il rettangolo B O non è egli eguale a tutti questi rettangoletti, per i quali passa la nostra linea Parabolica: dico, di questi B I, I H, H F, F E, E G, G A? de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto; ed il rettangolo B O, non si è egli posto ancor minore dello spazio X? adunque se il triangolo insieme con l'X pareggiava per l'avversario la terza parte del rettangolo C P, la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno, che lo spazio X, resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo C P; ma questo non può essere, perchè ella è più della terza parte; adunque non è vero, che il nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

Sagr. Ho intesa la soluzione del mio dubbio. Ma bisogna ora provarci, che la figura circoscritta sia più della terza parte del rettangolo G P, dove credo, che avremo assai più da fare.

Salv. Eh non ci è gran difficoltà. Imperocchè nella Parabola il quadrato della linea D E al quadrato della Z G ha la medesima proporzione, che la linea D A alla A Z, che è quella, che ha il rettangolo K E al rettangolo A G, (per esser l'altezze A K, K L eguali;) adunque la proporzione, che ha il quadrato E D al quadrato Z G, cioè il quadrato L A al quadrato A K, l'ha ancora il rettangolo K E al rettangolo K Z. E nel medesimo modo appunto si proverà degli altri rettangoli L F, M H, N I, O B, star tra di loro come i quadrati delle linee M A, N A, O A, P A. Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazi, che tra di loro stanno come i quadrati di linee, che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo C P è composto di altrettanti spazi, ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all' O B. Adunque pel Lemma di Archimede la figura circoscritta è più della terza parte del rettangolo C P; ma era anche minore, il che è impossibile; adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo C P. Dico parimente, che non è più, imperocchè se è più del 569
terzo del rettangolo C P, intendasi lo spazio X eguale all' eccesso del triangolo sopra la terza parte di esso rettangolo C P, e fatta la divisione, e suddivisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriverà a tale, che uno di quelli

sia minore dello spazio X. Sia fatta; e sia il rettangolo B O minore dell'X, e descritta come sopra la figura, avremo nel triangolo misto inscritta una figura composta di rettangoli V O, T N, S M, R L, Q K, la quale non sarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo C P. Imperocchè il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello, che egli superi la terza parte di esso rettangolo C P, attesochè l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo C P è eguale allo spazio X, il quale è minore del rettangolo B O, e questo è anco minore assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperocchè ad esso rettangolo B O sono eguali tutti i rettangoletti A G, G E, E F, F H, H I, I B, dei quali son ancora manco, che la metà, gli avanzi del triangolo sopra la figura inscritto. E però avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo C P di più assai (avanzandolo dello spazio X,) che ei non avanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo C P; ma ella è minore pel Lemma supposto: imperocchè il rettangolo C P, come aggregato di tutti i rettangoli massimi, a i rettangoli componenti la figura inscritta ha la medesima proporzione, che l'aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima a i quadrati delle linee, che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però (come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo C P) è più che triplo dell'aggregato degli eccedentisi, trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore, nè minore della terza parte del rettangolo C P; è dunque eguale.



Sagr. Bella, e ingegnosa dimostrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della Parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo iscrittogli, provando quello, che Archimede con due tra di loro diversissimi, ma amendue ammirabili progressi di molte Proposizioni dimostrò. Come anco fu dimostrata ultimamente da Luca Valerio, altro Archimede secondo dell'età nostra, la qual dimostrazione è registrata nel libro, che egli scrisse del centro della gravità de i solidi.

Salv. Libro veramente da non esser posposto a qualsisia scritto dai più famosi Geometri del presente, e di tutti i secoli passati: il quale quando fu veduto dall'Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trovati, che egli andava continuando di scrivere sopra il medesimo suggetto: giacchè vide il tutto tanto felicemente ritrovato, e dimostrato dal detto Sig. Valerio.

Sagr. Io era informato di tutto questo accidente dall'istesso Accademico; e l'aveva anco ricercato, che mi lasciasse una volta vedere le sue Dimostrazioni sin allora ritrovate, quando ei s'incontrò nel libro del Sig. Valerio; ma non mi successe poi il vederle.

Salv. Io ne ho copia, e le mostrerò a V. S. che averà gusto di vedere la diversità de i Metodi, con i quali camminano questi due Autori per l'investigazione delle medesime conclusioni, e loro dimostrazioni; dove anco alcune delle conclusioni hanno differente esplicazione, benchè in effetto egualmente vere.

Sagr. Mi sarà molto caro il vederle, e V. S. quando ritorni a i soliti con-
370 gressi, mi farà grazia di portarle seco. Ma intanto essendo questa della resistenza del solido cavato dal prisma col taglio Parabolico operazione non men bella, che

che utile in molte opere Meccaniche , buona cosa sarebbe per gli Artefici l' aver qualche regola facile , e spedita per potere sopra il piano del prisma segnare essa linea Parabolica.

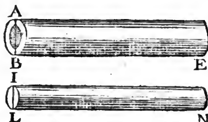
Salv. Modi di disegnar tali linee ve ne son molti , ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io. Uno de i quali è veramente maraviglioso , poichè con esso in manco tempo , che col Compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro , o sei cerchi di differenti grandezze , io posso disegnare trenta , e quaranta linee Paraboliche non men giuste , sottili , e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda non più grande di una noce ; questa tirata sopra uno specchio di metallo tenuto non eretto all' Orizzonte, ma alquanto inchinato , sicchè la palla nel moto vi possa camminar sopra calcandolo leggermente nel muoversi , lascia una linea Parabolica sottilissimamente , e pulitissimamente descritta , e più larga , e più stretta , secondo che la projezione si sarà più , o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara , e sensata esperienza , il moto de i projetti farsi per linee Paraboliche : effetto non osservato prima , che dal nostro Amico , il quale ne arreca anco la dimostrazione nel suo libro del moto , che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi per descrivere al modo detto le Parabole , bisogna con maneggiarla alquanto colla mano scaldarla , ed alquanto inumidirla , che così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigj. L' altro modo per disegnar la linea , che cerchiamo , sopra il prisma , procede così. Ferminsi ad alto due chiodi in una parete equidistanti all' Orizzonte , e tra di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo , su il quale vogliamo notare la semiparabola , e da questi due chiodi penda una catenella sottile , e tanto lunga , che la sua sacca si stenda , quanta è la lunghezza del prisma : questa catenella si piega in figura Parabolica , sicchè andando punteggiando sopra il muro la strada , che vi fa essa catenella , avremo descritta un' intera Parabola : la quale con un perpendicolo , che penda dal mezzo di quei due chiodi , si dividerà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del prisma non ha difficoltà nessuna ; sicchè ogni mediocre artefice lo saprà fare. Potrebbesi anco coll' ajuto delle linee geometriche segnate sul Compasso del nostro Amico senz' altra fattura andar su l' istessa faccia del prisma punteggiando la linea medesima.

Abbiamo sin qui dimostrate tante conclusioni attenenti alla contemplazione di quelle resistenze de i solidi all' essere spezzati , coll' aver prima aperto l' ingresso a tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto , che si potrà conseguentemente camminar avanti ritrovandone altre , ed altre conclusioni , e loro dimostrazioni di quelle , che in natura sono infinite. Solo per ora per ultimo termine degli odierni ragionamenti voglio aggiugnere la speculazione delle resistenze de i solidi vacui , de i qnali l' arte , e più la natura si serve in mille operazioni ; dove senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza : come si vede nell' ossa degli uccelli , ed in moltissime canne , che son leggere , e molto resistenti al piegarsi , e rompersi : che se un fil di paglia , che sostien una spiga più grave di tutto il gambo , fusse fatto della medesima quantità di materia , ma fusse massiccio , sarebbe assai meno resistente al piegarsi , ed al rompersi. E con tal ragione ha osservato l' arte , e confermato l' esperienza , che una asta vota , o una canna di legno , o di metallo è molto più salda , che se fusse di altrettanto peso, 571 e della medesima lunghezza massiccia , che in conseguenza sarebbe più sottile , e però l' arte ha trovato di far vote dentro le lance , quando si desideri averle gagliarde , e leggere. Mostreremo per tanto , come

Le resistenze di due cilindri eguali, ed egualmente lunghi, l'uno de i quali sia voto , e l' altro massiccio , hanno tra di loro la medesima proporzione , che i lor diametri.

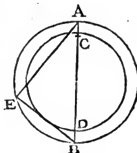
Sieno la canna , o cilindro voto A E, ed il cilindro I N massiccio eguali in peso,

so, ed egualmente lunghi. Dico, la resistenza della canna A E all' esser rotta alla resistenza del cilindro solido I N aver la medesima proporzione, che il diametro A B al diametro I L. Il che è assai manifesto, perchè essendo la canna, e il cilindro I N eguali, ed egualmente lunghi, il cerchio I L, base del cilindro, sarà eguale alla ciambella A B base della canna A E, (chiamo ciambella la superficie, che resta, tratto un cerchio minore dal suo concentrico maggiore) e però le loro resistenze assolute saranno eguali: ma perchè nel romper in traverso ci serviamo nel cilindro I N della lunghezza L N per Leva, e per sostegno del punto L, e del semidiametro, o diametro L I per contralleva; e nella canna la parte della Leva, cioè la linea B E è eguale alla L N, ma la contralleva oltre al sostegno B è il diametro, o semidiametro A B; resta manifesto la resistenza della canna superar quella del cilindro solido secondo l'eccesso del diametro A B sopra il diametro I L, che è quello, che cercavamo. S' acquista dunque di robustezza nella canna vota sopra la robustezza del cilindro solido secondo la proporzione de i diametri, tuttavolta però che amendue siano dell'istessa materia, peso, e lunghezza. Sarà bene, che conseguentemente andiamo investigando quello, che accaggia negli altri casi indifferentemente tra tutte le canne, e cilindri solidi egualmente lunghi; benchè in quantità di peso diseguali, e più, e meno evacuati. E prima dimostreremo, come,



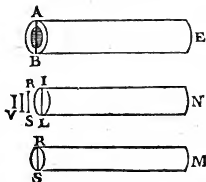
Data una canna vota, si possa trovare un cilindro pieno eguale ad essa.

Facilissima è tale operazione. Imperocchè sia la linea A B diametro della canna, e C D diametro del voto. Applichisi nel cerchio maggiore la linea A E eguale al diametro C D, e congiungasi la E B. E perchè nel mezzo cerchio A E B l'angolo E è retto, il cerchio, il cui diametro è A B, sarà eguale alli due cerchi de i diametri A E, E B; ma A E è il diametro del voto della canna; adunque il cerchio, il cui diametro sia E B, sarà eguale alla ciambella A C B D: e però il cilindro solido, il cerchio della cui base abbia il diametro E B, sarà eguale alla canna, essendo egualmente lungo. Dimostrato questo, potremo speditamente



572 Trovare qual proporzione abbiano le resistenze di una canna, e di un cilindro, qualunque sieno, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna A B E, ed il cilindro R S M egualmente lungo, bisogna trovare qual proporzione abbiano tra di loro le lor resistenze. Trovisi per la precedente il cilindro I L N eguale alla canna, ed egualmente lungo, e delle linee I L, R S (diametri delle basi de i cilindri I N, R M) sia quarta proporzionale la linea V. Dico la resistenza della canna A E a quella del cilindro R M, esser come la linea A B alla V. Imperocchè essendo la canna A E eguale, ed egualmente lunga al cilindro I N, la resistenza della canna alla resistenza del cilindro starà, come la linea A B alla I L; ma la resistenza del cilindro I N alla resistenza del cilindro R M sta, come il cubo I L al cubo R S, cioè come la linea I L alla V; adun-



dunque *ex aequali* la resistenza della canna A E alla resistenza del cilindro R M ha la medesima proporzione, che la linea A B alla V, che è quello, che si cercava.

GIORNATA TERZA. 573

DE MOTU LOCALI.



E subjecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in Natura, & circa eum volumina nec pauca, nec parva a Philosophis conscripta reperiuntur. Symptomatum tamen, quae complura & scitu digna insunt in eo, adhuc inobservata, necdum demonstrata comperio. Leviora quaedam adnotantur: ut gratia exempli, naturalem motum gravium descendentium continue accelerari. Verum juxta quam proportionem ejus fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus aequalibus, eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu projecta lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Haec ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, a me demonstrabuntur, & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, praestantissimamque scientiam, cujus hi nostri labores erunt elementa, recludetur: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem. In prima parte consideramus ea, quae spectant ad Motum aequabilem, seu uniformem. In secunda de Motu naturaliter accelerato scribimus. In tertia de Motu violento, seu de projectis.

DE MOTU ÆQUABILI.

Circa Motum aequabilem, seu uniformem unica opus habemus definitione, quam ejusmodi profero.

DE-

DEFINITIO.

Æqualem, ſeu uniformem motum intelligo eum, cujus partes quibuſcunque temporibus æqualibus a mobili peractæ, ſunt inter ſe æquales.

ADMONITIO.

Viſum eſt addere veteri definitioni (quæ ſimpliciter appellat motum æquabilem, dum temporibus æqualibus æqualia tranſiguntur ſpatia) particulam, quibuſcunque, hoc eſt omnibus temporibus æqualibus: fieri enim poteſt, ut temporibus aliquibus æqualibus mobile pertranſeat ſpatia æqualia, dum tamen ſpatia tranſacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non ſint. Ex allata definitione quatuor pendent Axiomata: ſcilicet

AXIOMA I.

Spatium tranſactum tempore longiori in eodem Motu æquabili majus eſſe ſpatio tranſacto tempore breviori.

AXIOMA II.

574 *Tempus, quo majus ſpatium conficitur in eodem motu æquabili, longius eſt tempore, quo conficitur ſpatium minus.*

AXIOMA III.

Spatium a majori velocitate confectum tempore eodem majus eſt ſpatio confecto a minori velocitate.

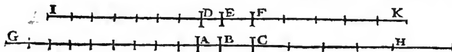
AXIOMA IV.

Velocitas, qua tempore eodem conficitur majus ſpatium, major eſt velocitate, qua conficitur ſpatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranſeat ſpatia, tempora lationum erunt inter ſe ut ſpatia peracta.

Pertranſeat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo ſpatia A B, B C, & ſit tempus motus per A B, D E; tempus vero motus per B C eſto E F. Dico, ut ſpatium A B ad ſpatium B C, ita eſſe tempus D E ad tempus E F. Protrahantur utrinque ſpatia, & tempora verſus G, H, & I, K,



& in A G ſumantur quotcunque ſpatia ipſi A B æqualia, & totidem tempora in D I tempori D E ſimiliter æqualia; & rurſus in C H ſumantur ſecundum quamcunque multitudinem ſpatia ipſi C B æqualia, & totidem tempora in F K tempori E F æqualia. Erunt jam ſpatium B G, & tempus E I æque multiplicia ſpatii B A, & temporis E D, juxta quamcunque multiplicationem accepta, & ſimiliter ſpatium H B, & tempus K E, ſpatii C B, temporiſque F E æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia D E eſt tempus lationis per A B, erit totum E I tempus totius B G, cum motus ponatur æquabilis, ſintque in E I tot tempora ipſi D E æqualia, quot ſunt in B G ſpatia æqualia B A, & ſimiliter concludetur K E eſſe tempus lationis per H B. Cum autem motus ponatur æquabilis, ſi ſpatium G B eſſet æquale ipſi B H, tempus quoque I E tempori E K foret æquale, & ſi G B majus ſit quam B H, etiam I E quam E K majus erit, & ſi minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: A B prima, B C ſecunda, D E tertia, E F quarta, & primæ, & tertiæ, nempe ſpatii A B, & temporis D E, ſumpta ſunt æque multiplicia juxta quamcunque multiplicationem tempus I E, & ſpatium G B, ac demonſtratum eſt hæc vel

una

una æquari, vel una deficere, vel una excedere tempus E K, & ſpatium B H, æque multiplicia ſcilicet ſecundæ, & quartæ. Ergo prima ad ſecundam, nempe ſpatium A B ad ſpatium B C, eandem habet rationem, quam tertia & quarta, nempe tempus D E ad tempus E F, quod erat demonſtrandum.

THEOR. II. PROP. II.

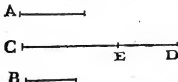
Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranſeat ſpatia, erunt ipſa ſpatia inter ſe ut velocitates. Et ſi ſpatia ſint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

Aſſumpta enim ſuperiori figura ſint duo ſpatia A B, B C tranſacta æqualibus temporibus, ſpatium quidem A B cum velocitate D E, & ſpatium B C cum velocitate E F. Dico, ſpatium A B ad ſpatium B C eſſe, ut D E velocitas ad velocitatem E F; ſumptis enim utrinque ut ſupra, & ſpatiorum, & velocitatum æque multiplicibus ſecundum quamcunque multiplicationem ſcilicet G B, & I 575
E ipſorum A B, & D E, pariterque H B, K E ipſorum B C, E F, concludetur eodem modo ut ſupra, multiplicia G B, I E vel una deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia B H, E K; igitur & manifeſtum eſt propoſitum.

THEOR. III. PROP. III

Inæqualibus velocitatibus per idem ſpatium latorum tempora velocitatibus e contrario reſpondent.

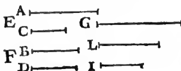
Sint velocitates inæquales A major, B minor, & ſecundum utranque fiat motus per idem ſpatium C D. Dico tempus, quo A velocitas permeat ſpatium C D, ad tempus, quo velocitas B idem ſpatium permeat, eſſe, ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim ut A ad B, ita C D ad C E; erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit C D, idem cum tempore, quo B conficit C E; ſed tempus, quo velocitas B conficit C E, ad tempus quo eadem conficit C D, eſt ut C E ad C D; ergo tempus, quo velocitas A conficit C D, ad tempus, quo velocitas B idem C D conficit, eſt ut C E ad C D, hoc eſt ut velocitas B ad velocitatem A, quod erat intentum.



THEOR. IV. PROP. IV.

Si duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; ſpatia, temporibus inæqualibus ab ipſis peracta, habebunt rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota ſint duo mobilia E, F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F ſit, ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio ſit, ut C ad D. Dico ſpatium peractum ab E cum velocitate A in tempore C, ad ſpatium peractum ab F cum velocitate B in tempore D, habere rationem compoſitam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit ſpatium ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I, ut autem tempus C ad tempus D, ita ſit I ad L: conſtat I eſſe ſpatium, quo movetur F in tempore eodem, in quo E motum eſt per G, cum ſpatia G, I ſint ut velocitates A, B; & cum ſit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: ſit autem I ſpatium, quod



quod conficitur a mobili F in tempore C, erit L ſpatium, quod conficitur ab F in tempore D cum velocitate B: ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I, & I ad L, nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B, & temporis C ad tempus D; ergo patet propoſitum.

THEOR. V. PROP. V.

Si duo mobilia æquabili motu ferantur, ſint tamen velocitates inæquales, & inæqualia ſpatia peracta, ratio temporum compoſita erit ex ratione ſpatiorum, & ex ratione velocitatum contrarie ſumptarum.

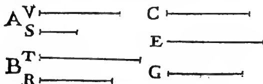
Sint duo Mobilia A, B, ſitque velocitas ipſius A ad velocitatem ipſius B ut V ad T, ſpatia autem peracta ſint ut S ad R. Dico rationem temporis, quo
576 motum eſt A, ad tempus, quo motum eſt B, compoſitam eſſe ex ratione velocitatis T ad velocitatem V, & ex ratione ſpatii S ad ſpatium R. Sit ipſius motus A tempus C, & ut velocitas T ad velocitatem V, ita ſit tempus C ad tempus E. Et cum C ſit tempus, in quo A cum velocitate V conficit ſpatium S, ſitque ut velocitas T mobilis B ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertio, ut ſpatium S ad ſpatium R, ita tempus E ad tempus G; conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E eadem cum ratione velocitatum mobilium A, B contrarie ſumptarum, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum S, R; ergo patet propoſitum.

THEOR. VI. PROP. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum & ex ratione temporum contrarie ſumptorum.

Sint duo Mobilia A, B æquabili motu lata: ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint ut S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatii V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S.

Sit velocitas C ea, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad a-



liam E; erit E velocitas, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S: quod ſi fiat ut tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, ſecundum quam mobile B conficit ſpatium T in tempore R. Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & velocitatem G, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore R,

re R, & est ratio C ad G composita ex rationibus C ad E, & E ad G; ratio autem C ad E posita est eadem cum ratione spatii V ad spatium T; ratio vero E ad G, est eadem cum ratione R ad S; ergo patet propositum.

Salv. Questo, che abbiamo veduto, è quanto il nostro Autore ha scritto del moto equabile. Passeremo dunque a più sottile, e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello, che generalmente è esercitato dai mobili gravi discendenti, ed ecco il titolo, e l' introduzione.

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

QUÆ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro conside- 577
rata sunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare, atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, & consequentes ejus passiones contemplari non sit inconveniens, (ita enim qui Helicas, aut Conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendentium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem post diuturnas mentis agitationes reperisse confidimus ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis deinceps a nobis demonstratis apprime respondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui repræsentant. Postremo ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis, atque instituti ipsiusmet naturæ in ceteris suis operibus omnibus, in quibus exerendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis: neminem enim esse arbitror, qui credat natatum, aut volatum simpliciori, aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces, & aves instinctu naturali utuntur. Dum igitur lapidem ex sublimi a quiete descendentem nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta simplicissima, atque omnibus magis obvia ratione fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus æquabilitas, & uniformitas per temporum, spatiorumque æqualitates definitur, atque concipitur (lationem enim tunc æquabilem appellamus, cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur spatia) ita per easdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus: mente concipientes motum illum uniformiter, eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscunque æqualibus æqualia ei superaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut sumptis quotcunque temporis particulis æqualibus a primo instanti, in quo mobile recedit a quiete, & descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus duplus sit gradus, quem acquisivit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus ejusdem gradus primi temporis. Ita ut (clarioris intelligentiæ causa) si mobile lationem suam continuaret juxta gradum, seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitæ, motumque suum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo esset tardior ea, quam juxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitæ obtineret; & sic a recta ratione absonum nequaquam esse videtur, si accipiamus intentionem velo-

578 locitatis fieri juxta temporis extensionem: ex quo definitio Motus, de quo acturi sumus, talis accipi potest. Motum æquabiliter, seu uniformiter acceleratum dico illum, qui a quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

Sagr. Io, siccome fuor di ragione mi opporrei a questa, o ad altra definizione, che da qualsivoglia Autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, così ben posso senza offesa dubitare, se tal definizione concepita, ed ammessa in astratto, si adatti, convenga, e si verifichi in quella sorta di moto accelerato, che i gravi naturalmente discendenti, vanno esercitando. E perchè pare, che l' Autore ci prometta, che tale, quale egli ha definito, sia il moto naturale de i gravi, volentieri mi sentirei rimuover certi scrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggiore attenzione potessi applicarmi alle proporzioni, e lor dimostrazioni, che si attendono.

Salv. E' bene, che V. S. ed il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà: le quali mi vo immaginando, che sieno per essere quelle stesse, che a me ancora sovvennero, quando primieramente vidi questo trattato, e che o dall' Autor medesimo ragionandone seco mi saran sopite, o taluna ancora da me stesso col pensarvi rimossa.

Sagr. Mentre io mi vo figurando un mobile grave discendente partirsi dalla quiete, cioè dalla privazione di ogni velocità, ed entrare nel moto, ed in quello andarsi velocitando secondo la proporzione, che cresce il tempo dal primo instante del moto; ed avere v. gr. in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne aveva guadagnati quattro, nella seconda due, nella prima uno, essendo il tempo suddivisibile in infinito, ne seguita, che diminuendosi sempre con tal ragione l' antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, o vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trovato costituito l' istesso mobile dopo la partita dall' infinita tardità, cioè dalla quiete. Talchè se quel grado di velocità, che egli ebbe alle quattro battute di tempo, era tale, che mantenendola equabile avrebbe corso due miglia in un' ora, e col grado di velocità, che ebbe nella seconda battuta, avrebbe fatto un miglio per ora, convien dire, che negl' instanti del tempo più e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete, si trovasse così tardo, che non avrebbe (seguitando di muoversi con tal tardità) passato un miglio in un' ora, nè in un giorno, nè in un anno, nè in mille, nè passato anco un sol palmo in tempo maggiore: accidente, al quale pare, che assai male agevolmente si accomodi l' immaginazione, mentre che il senso ci mostra un grave cadente venir subito con gran velocità.

Salv. Questa è una delle difficoltà, che a me ancora fu il principio dette che pensare, ma non molto dopo la rimossi; ed il rimuoverla fu effetto della medesima esperienza, che di presente a voi la suscita. Voi dite parervi, che l' esperienza mostri, che appena partitosi il grave dalla quiete, entri in una molto notabile velocità; ed io dico, che questa medesima esperienza ci chiarisce i primi impeti del cadente, benchè gravissimo, esser lentissimi e tardissimi. Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo fin che prema, quanto egli può colla sua semplice gravità: è manifesto, che alzandolo un braccio, o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà colla percossa nuova pressione, e maggiore, che la fatta prima col solo peso; e l' effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto colla velocità guadagnata nella caduta, il
579 quale effetto sarà più e più grande, secondo che da maggiore altezza verrà la percossa, cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia la velocità di un grave cadente, lo potremo noi senza errore conghietturare dalla qualità, e quantità della percossa. Ma ditemi, Signori, quel mazzo,

che

che laſciato cadere ſopra un palo dall' altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. gr. quattro dita, venendo dall' altezza di due braccia lo caccerà aſſai manco, e meno dall' altezza di uno, e manco da un palmo; e finalmente sollevandolo un dito, che farà di più, che ſe ſenza percoſſa vi fuſſe poſto ſopra? certo pochiſſimo, ed operazione del tutto impercettibile ſarebbe, ſe ſi elevaſſe, quanto è groſſo un foglio. E perchè l' effetto della percoſſa ſi regola dalla velocità del medeſimo percuziente, chi vorrà dubitare, che lentiſſimo ſia il moto, e più che minima la velocità, dove l'operazione ſua ſia impercettibile? Vedano ora quanta ſia la forza della verità, mentre l' iſteſſa eſperienza, che pareva nel primo aſpetto moſtrare una coſa, meglio conſiderata ci aſſicura del contrario. Ma ſenza ridurſi a tale eſperienza, (che ſenza dubbio è concludentiſſima) mi pare, che non ſia difficile col ſemplice diſcorſo penetrare una tal verità. Noi abbiamo un ſaſſo grave ſoſtenuto nell'aria in quiete; ſi libera dal ſoſtegno, e ſi pone in libertà; e come più grave dell' aria, vien diſcendendo al baſſo, e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; ed eſſendo che la velocità è augumentabile, e menomabile in infinito, qual ragione mi perſuaderà, che tal mobile partendoſi da una tardità infinita (che tale è la quiete) entri immediatamente in dieci gradi di velocità più, che in una di quattro, o in queſta prima, che in una di due, di uno, di un mezzo, di un centeſimo? ed in ſomma in tutte le minori in infinito? Sentite in grazia. Io non credo, che voi fuſte renitenti a concedermi, che l' acquiſto dei gradi di velocità del ſaſſo cadente dallo ſtato di quiete poſſa farſi col medeſimo ordine, che la diminuzione, e perdita dei medeſimi gradi, mentre da virtù impellente fuſſe ricacciato in ſu alla medeſima altezza: ma quando ciò ſia, non vedo, che ſi poſſa dubitare, che nel diminuirſi la velocità del ſaſſo aſcendente conſumandola tutta poſſa pervenire allo ſtato di quiete prima, che paſſar per tutti i gradi di tardità.

Simp. Ma ſe i gradi di tardità maggiore e maggiore ſono infiniti, giammai non ſi conſumeranno tutti; onde tal grave aſcendente non ſi condurrà mai alla quiete, ma infinitamente ſi moverà, ritardandoſi ſempre: coſa che non ſi vede accadere.

Salv. Accaderebbe coteſto, Sig. Simp. quando il mobile andaſſe per qualche tempo trattenendoſi in ciaſchedun grado; ma egli vi paſſa ſolamente ſenza dimorarvi oltre a un inſtante, e perchè in ogni tempo quanto, ancorchè piccoliſſimo, ſono infiniti inſtanti, però ſon baſtanti a riſpondere agli infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal grave aſcendente non perſiſta per verun tempo quanto in alcun medeſimo grado di velocità, ſi fa manifeſto così: perchè ſe aſſegnato qualche tempo quanto, nel primo inſtante di tal tempo, ed anco nell' ultimo il mobile ſi trovaſſe avere il medeſimo grado di velocità, potrebbe da queſto ſecondo grado eſſer parimente ſoſpinto in ſu per altrettanto ſpazio, ſiccome dal primo fu portato al ſecondo, e per l' iſteſſa ragione paſſerebbe dal ſecondo al terzo, e finalmente continuerebbe il ſuo moto uniforme in infinito.

Sagr. Da queſto diſcorſo mi par, che ſi potrebbe cavare una aſſai congrua ragione della quiſtione agitata tra i Filoſofi, qual ſia la cauſa dell' accelerazione 580
del moto naturale dei gravi. Imperocchè mentre io conſidero, nel grave cacciato in ſu andarſi continuamente diminuendo quella virtù impreſſagli dal proiciente, la quale, finchè fu ſuperiore all' altra contraria della gravità, lo ſoſpinſe in alto, giunte che ſieno queſta, e quella all' equilibrio, reſta il mobile di più ſalire, e paſſa per lo ſtato della quiete, nel quale l' impeto impreſſo non è altrimente annichilato, ma ſolo conſumatoſi quell' eceſſo, che pur dianzi aveva ſopra la gravità del mobile, per lo quale prevalendogli lo ſpigneva in ſu. Continuandoſi poi la diminuzione di queſto impeto ſtraniero, e in conſeguenza comin-

minciando il vantaggio ad esser dalla parte della gravità, comincia altresì la scesa, ma lenta per lo contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile: ma perchè ella pur va continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla gravità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

Simp. Il pensiero è arguto: ma più sottile, che saldo. Imperocchè quando pur sia concludente, non soddisfà se non a quei moti naturali, ai quali sia preceduto un moto violento, nel quale resti ancora vivace parte della virtù esterna: ma dove non sia tal residuo, ma si parta il mobile da una antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

Sagr. Credo, che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi, che fate, sia superflua, o per dir meglio nulla. Però ditemi, se nel projetto può esser talvolta impressa dal proiciente molta, e talora poca virtù; sicchè possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anco venti, o quattro, o uno?

Simpl. Non è dubbio, che sì.

Sagr. E non meno potrà cotal virtù impressa di così poco superar la resistenza della gravità, che non l'alzi più di un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della gravità, sicchè il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra, che altro gli fate voi, che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in su, quanta è la facoltà della sua gravità traente in giù? E questa vostra virtù non continuate voi di conservargliela impressa per tutto il tempo, che voi la sostenete in mano? Si diminuisce ella forse per la lunga dimora, che voi la reggete? E questo sostentamento, che vieta la scesa al sasso, che importa, che sia fatto più dalla vostra mano, che da una tavola, o da una corda, dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete per tanto, Sig. Simp. che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga, o breve, o momentanea, non fa differenza alcuna, sicchè il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanta appunto bastava a tenerlo in quiete.

Salv. Non mi par tempo opportuno di entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del moto naturale, intorno alla quale da varj Filosofi varie sentenze sono state prodotte: riducendola alcuni all'avvicinamento al centro, altri al restar successivamente manco parti del mezzo da fendersi: altri a certa estrusione del mezzo ambiente, il quale nel ricongiugnersi a tergo del mobile lo va premendo, e continuatamente scacciando, le quali fantasie con altre appresso converrebbe andare esaminando, e con poco guadagno risolvendo. Per ora basta al nostro Autore, che noi intendiamo, che egli ci vuole
581 investigare, e dimostrare alcune passioni di un moto accelerato, (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi dopo la sua partita dalla quiete con quella semplicissima proporzione, colla quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire, che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità. E se s'incontrerà, che gli accidenti, che poi saranno dimostrati, si verifichino nel moto dei gravi naturalmente descendenti, ed accelerati, potremo reputare, che l'assunta definizione comprenda cotal moto dei gravi, e che vero sia, che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo che cresce il tempo, e la durazione del moto.

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare, che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo che cresce lo spazio, che si va passando; sicchè per esempio il grado di

di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia, fusse doppio di quello, che egli ebbe, sceso che fu lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perchè non mi par, che sia da dubitare, che quel grave, che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia, e percuota con impeto doppio di quello, che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello, che ebbe alle due, e sescuplo dell'avuto nello spazio di uno.

Salv. Io mi consolo assai d'aver avuto un tanto compagno nell'errore; e più vi dirò, che il vostro discorso ha tanto del verisimile, e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello, di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili due proposizioni, che hanno del verisimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato, chi liberamente non me l'ammettesse.

Simpl. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave discendente *vires acquirat eundo*, crescendo la velocità a ragion dello spazio, e che il momento dell'istesso percuziente sia doppio, venendo da doppia altezza, mi pajono proposizioni da concedersi senza repugnanza, o controversia.

Salv. E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante. Ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione, che gli spazi passati, o da passarsi, tali spazi vengono passati in tempi eguali; se dunque le velocità, colle quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, colle quali passò le due prime braccia (siccome lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; ma passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell'istesso tempo non può aver luogo fuor che nel moto instantaneo; ma noi vediamo, che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia, che le quattro; adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spazio. L'altra proposizione si dimostra falsa colla medesima chiarezza. Imperocchè essendo quello, che percuote, il medesimo; non può determinarsi la differenza, e momento delle percosse, se non dalla differenza della velocità. Quando dunque il percuziente venendo da doppia altezza facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe, che percuotesse con doppia velocità; ma la doppia velocità passa il doppio spazio nell'istesso tempo, e noi vediamo 582
il tempo della scesa dalla maggiore altezza esser più lungo.

Sagr. Troppa evidenza, troppa agevolezza è questa, colla quale manifestate conclusioni ascose; questa somma facilità le rende di minor pregio, che non erano, mentre stavano sotto contrario sembiante. Poco penso io che prezzerebbe l'universale notizie acquistate con sì poca fatica, in comparazione di quelle, intorno alle quali si fanno lunghe, ed inesplicabili altercazioni.

Salv. A quelli, i quali con gran brevità, e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall'universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo in luogo di aggradimento, ma bene spiacevole, e molesto riesce cert'altro affetto, che suol talvolta destarsi in alcuni, che pretendendo ne i medesimi studj almeno la parità con chiunque si sia, si vedono aver trapassate per vere conclusioni, che poi da un altro con breve, e facile discorso vengono scoperte, e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita a convertirsi poi in odio, ed ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò uno stimolo, e una brama di voler più presto mantener gli errori inveterati, che permettere, che si ricevano le verità nuovamente scoperte, la qual brama talvolta gl'induce a scrivere in contraddizione a quelle verità pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi solo per

per tener baſſa nel concetto del numeroſo, e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di ſimili concluſioni falſe ricevute per vere, e di agevoliſſima confutazione, non piccol numero ne ho io ſentite dal noſtro Accademico, di parte delle quali ho anco tenuto regiſtro.

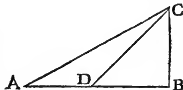
Sagr. E V. S. non dovrà privarcene, ma a ſuo tempo farcene parte, quando ben anco biſognaſſe in grazia loro fare una particolar ſeſſione. Per ora continuando il noſtro filo parmi, che ſin qui abbiamo fermata la definizione del moto uniformemente accelerato, del quale ſi tratta nei diſcorſi, che ſeguono; ed è;

Motum æquabiliter, ſeu uniformiter acceleratum dicimus eum, qui a quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

Salv. Fermata cotal definizione un ſolo principio domanda, e ſuppone per vero l'Autore, cioè;

Accipio, gradus velocitatis ejuſdem mobilis ſuper diverſas planorum inclinationes acquiſitos tunc eſſe æquales, cum eorundem planorum elevationes æquales ſint.

Chiama la elevazione di un piano inclinato la perpendicolare, che dal termine ſublime di eſſo piano caſca ſopra la linea orizzontale prodotta per l'infimo termine di eſſo piano inclinato, come per intelligenza, eſſendo la linea B A parallela all'orizzonte, ſopra il quale ſieno inclinati li due piani C A, C D, la perpendicolare C B cadente ſopra l'orizzontale B A, chiama l'Autore la elevazione dei Piani C A, C D, e ſuppone, che i gradi di velocità del medeſimo mobile ſcendente per li piani inclinati C A, C D, acquiſtati nei termini A, D, ſieno eguali, per eſſer la loro e-
583 levazione l'iſteſſa C B. E tanto anco ſi dee intendere il grado di velocità, che il medeſimo cadente dal punto C avrebbe nel termine B.



Sagr. Veramente mi par, che tal ſuppoſto abbia tanto del probabile, che meriti di eſſer ſenza controverſia conceduto, intendendo ſempre, che ſi rimuovano tutti gl'impedimenti accidentari, ed eſterni, e che i piani ſieno ben ſolidi, e terſi, ed il mobile di figura perfettiſſimamente rotonda, ſicchè ed il piano, ed il mobile non abbiano ſcabroſità. Rimoſſi tutti i contrasti, ed impedimenti, il lume naturale mi detta ſenza difficoltà, che una palla grave, e perfettamente rotonda ſcendendo per le linee C A, C D, C B, giugnerebbe nei termini A, D, B, con impeti eguali.

Salv. Voi molto probabilmente diſcorrete, ma oltre al veriſimile voglio con una eſperienza creſcer tanto la probabilità, che poco gli manchi all'agguagliarſi ad una ben neceſſaria dimoſtrazione. Figuratevi queſto foglio eſſere una parete eretta all'orizzonte, e da un chiodo fitto in eſſa pendere una palla di piombo d'un'oncia, o due, ſoſpeſa dal ſottil filo A B lungo due, o tre braccia perpendicolare all'orizzonte, e nella parete ſegnate una linea orizzontale D C ſegante a ſquadra il perpendicolo A B, il quale ſia lontano dalla parete due dita in circa, traſferendo poi il filo A B colla palla in A C, laſciate eſſa palla in libertà, la quale primieramente vedrete ſcendere deſcrivendo l'arco C B D, e di tanto trapaſſare il termine B, che ſcorrendo per l'arco B D ſormonterà fino quaſi alla ſegnata parallela C D, reſtando di pervenirvi per piccoliſſimo intervallo, toltogli il preciſamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria, e del filo. Dal che poſſiamo veracemente concludere, che l'impeto acquiſtato nel punto B dalla palla nello ſcendere per l'arco C B, fu tanto, che baſtò a riſoſpingerſi per

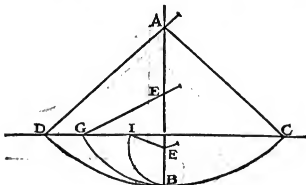
per un simile arco B D alla medesima altezza ; fatta, e più volte reiterata cotale esperienza , voglio , che ficchiamo nella parete rasente al perpendicolo A B un chiodo , come in E , ovvero in F , che sporga in fuori cinque , o sei dita, e questo acciocchè il filo A C tornando come prima a riportar la palla C per l'arco C B, giunta che ella sia in B, intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta a camminare per la circonferenza B G descritta intorno al centro E, dal 584

che vedremo quello , che potrà far quel medesimo impeto , che dianzi concepizo nel medesimo termine B , sospinse l'istesso mobile per l'arco E D all'altezza dell'orizzontale C D. Ora, Signori , voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizzontale nel punto G, e l'istesso accadere , se l'intoppo si mettesse più basso, come in F , dove la palla descriverebbe l'arco B I , terminando sempre la sua salita precisamente nella linea C D, e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso , che l'avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all'altezza di C D, (il che accaderebbe, quando fusse più vicino al punto B, che al segamento dell'A B coll'orizzontale C D,) allora il filo cavalcherebbe il chiodo , e se gli avvolgerebbe intorno . Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto : imperocchè essendo li due archi C B, D B eguali , e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco C B , è il medesimo , che il fatto per la scesa dell'arco D B ; ma il momento acquistato in B per l'arco C B è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco B D ; adunque anco il momento acquistato nella scesa D B è eguale a quello, che sospigne l'istesso mobile pel medesimo arco da B in D , sicchè universalmente ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello , che può far risalire l'istesso mobile pel medesimo arco : ma i momenti tutti, che fanno risalire per tutti gli archi B D , B G , B I sono eguali , poichè son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa C B, come mostra l'esperienza : adunque tutti i momenti , che si acquistano per le scese negli archi D B , G B, I B sono eguali .

Sagr. Il discorso mi par concludentissimo , e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser conceduto, come se fusse dimostrato .

Salv. Io non voglio , Sig. Sagredo , che noi ci pigliamo più del dovere , e massima-

simamente che di questo assunto ci abbiamo a servire principalmente nei moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli, con i quali noi pigliamo, ch'ella proceda ne' piani retti. Di modo che sebben l'esperienza addotta ci mostra, che



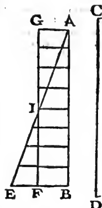
la scesa per l'arco C B conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco B D, B G, B I, noi non possiamo con simile evidenza mostrare, che l'istesso accadesse, quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi, anzi è credibile, che formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda C B, trovando intoppo nei piani ascendenti, secondo le corde B D, B G, B I, nell'urtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe salendo condursi all'altezza della linea C D. Ma levato l'intoppo, che pregiudica all'esperienza, mi par bene, che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per ora questo, come postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni fabbricate sopra tale ipotesi rispondere, e puntualmente confrontarsi coll'esperienza. Supposto dall'Autore questo solo principio, passa alle proposizioni dimostrativamente concludendole, delle quali la prima è questa.

THEOR. I PROP. I.

685 *Tempus, in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aquale tempori, in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aquabili delato, cujus velocitatis gradus subduplus sit ad summum, & ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.*

Repræsentetur per extensionem A B tempus, in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium C D; graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis A B maximus, & ultimus repræsentetur per E B, utcunque super A B constitutam: junctæque A E lineæ omnes ex singulis punctis lineæ A B ipsi B E æquidistanter actæ crescentes velocitatis gradus post instans A repræsentabunt. Divisa deinde B E bifariam in F, ductisque parallelis F G, A G, ipsis B A, B F; Parallelogrammum A G F B erit

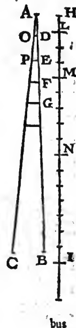
erit constitutum triangulo A E B æquale, dividens suo latere G F bifariam A E in I: quod si parallelæ trianguli A E B usque ad G I F extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehensarum in triangulo A E B; quæ enim sunt in triangulo I E F, paria sunt cum contentis in triangulo G I A; eæ vero, quæ habentur in trapezio A I F B, communes sunt. Cumque singulis ex omnibus instantibus temporis A B respondeant singula, & omnia puncta lineæ A B, ex quibus actæ parallelæ in triangulo A E B comprehensæ crescentes gradus velocitatis adauctæ repræsentant, parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, sed æquabilis itidem repræsentent: apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato juxta crescentes parallelas trianguli A E B, ac in motu æquabili juxta parallelas parallelogrammi G B: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate, (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli A G I repræsentata,) reficitur a momentis per parallelas trianguli I E F repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu æquabili juxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus, quod erat intentum.



THEOR. II. PROP. II.

Si aliquod Mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia quibuscunque temporibus ab ipso peracta sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum: nempe ut eorundem temporum quadrata.

Intelligatur fluxus temporis ex aliquo primo instanti A repræsentari per extensionem A B, in qua sumantur duo quælibet tempora A D, A E; sitque H I linea, in qua mobile ex puncto H, tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum; sitque spatium H L peractum primo tempore A D, H M vero sit spatium per quod descenderit in tempore A E. Dico spatium M H ad spatium H L esse in duplicata ratione 586 ejus, quam habet tempus E A ad tempus A D. Seu dicamus, spatia M H, H L, eandem habere rationem quam habent quadrata E A, A D. Ponatur linea A C, quemcunque angulum cum ipsa A B continens; ex punctis vero D, E ductæ sint parallelæ D O, E P, quarum D O repræsentabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti D temporis A D; P E vero maximum gradum volocitatis acquisitæ in instanti E temporis A E. Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur a mobili ex quiete motu uniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur a mobili motu æquabili delato, cujus velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia M H, L H, esse eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent ut dimidiæ P E, O D, conficerentur in tempori-



bus E A, D A. Si igitur oſtenſum fuerit, hæc ſpatia M H, L H, eſſe in duplicata ratione temporum E A, D A; intentum probatum erit. Verum in quarta propoſitione primi libri demonſtratum eſt, mobilium æquabili motu latorum ſpatia peracta habere inter ſe rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum eſt eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia P E ad dimidiam O D, ſeu tota P E ad totam O D, hanc habet A E ad A D,) ergo ratio ſpatiorum peractorum dupla eſt rationis temporum, quod erat demonſtrandum.

Patet etiam hinc, eandem ſpatiorum rationem eſſe duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum P E, O D, cum ſit P E ad O D, ut E A ad D A.

COROLLARIUM I.

Hinc manifeſtum eſt, quod ſi fuerint quotcunque tempora æqualia conſequenter ſumpta a primo inſtanti ſeu principio lationis, ut puta A D, D E, E F, F G, *quibus conficiantur ſpatia* H L, L M, M N, N I, *ipſa ſpatia erunt inter ſe, ut numeri impares ab unitate, ſcilicet ut* 1, 3, 5, 7. *Hæc enim eſt ratio exceſſuum quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium, & quarum exceſſus eſt æqualis minimæ ipſarum: ſeu dicamus quadratorum ſeſe ab unitate conſequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta ſeriem ſimplicem numerorum in temporibus æqualibus, ſpatia peracta iiſdem temporibus incrementa ſuſcipiunt juxta ſeriem numerorum imparium ab unitate.*

Sagr. Soſpendete in grazia alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizzando intorno a certo concetto pur ora caſcatomi in mente, per la ſpiegazione del quale per mia, e per voſtra più chiara intelligenza fo un poco di diſegno, dove mi figuro per la linea A I la continuazione del tempo dopo il primo inſtante in A, applicando poi in A ſecondo qualſivoglia angolo la retta A F, e congiugnendo i termini I, F, diviſo il tempo A I in mezzo in C, tiro la C B parallela alla I F. Conſiderando poi la C B, come grado

587 maſſimo della velocità, che cominciando dalla quiete nel primo inſtante del tempo A, ſi andò augumentando ſecondo il creſcimento delle parallele alla BC, prodotte nel triangolo A B C, (che è il medeſimo, che creſcere ſecondo che creſce il tempo,) ammetto ſenza controverſia per i diſcorſi fatti ſin qui, che lo ſpazio paſſato dal mobile cadente colla velocità accreſciuta nel detto modo ſarebbe eguale allo ſpazio, che paſſerebbe il medeſimo mobile, quando ſi foſſe nel medeſimo tempo A C moſſo di moto uniforme, il cui grado di velocità foſſe eguale all' E C metà del B C. Paſſo ora più oltre, e figuratomi il mobile ſceſo con moto accelerato trovarſi nell' inſtante C, avere il grado di velocità B C, è manifeſto, che ſe egli continuaſſe di muo-

muoverſi coll' iſteſſo grado di velocità B C ſenza più accelerarſi, paſſerebbe nel ſeguente tempo C I, ſpazio doppio di quello, che ſi paſsò nell' egual tempo A C, col grado di velocità uniforme E C metà del grado B C. Ma perchè il mobile ſcende con velocità accreſciuta ſempre uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiugnerà al grado C B nel ſeguente tempo C I quei momenti medeſimi di velocità creſcente ſecondo le parallele del triangolo B F G eguale al triangolo A B C. Sicchè aggiunto al grado di velocità G I la metà del grado F G, maſſimo degli acquiſtati nel moto accelerato, e regolati dalle parallele del triangolo B F G, avremo il grado di velocità I N, col quale di moto uniforme ſi ſarebbe moſſo nel tempo C I; il qual grado I N eſſendo triplo del grado E C convince lo ſpazio paſſato nel ſecondo tempo C I, dovere eſſer triplo del paſſato nel primo tempo C A. E ſe noi intenderemo eſſere aggiunta all' A I un' altra egual parte di tempo I O, ed accreſciuto il triangolo ſino in A P O, è manifeſto, che quando ſi continuaſſe il moto per tutto il tempo I O col grado di velocità I F, acquiſtato nel moto accelerato nel tempo A I, eſſendo tal grado I F quadruplo dell' E C, lo ſpazio paſſato nel tempo I O ſarebbe quadruplo del paſſato nell' egual primo tempo A C, ma continuando l' accreſcimento dell' uniforme accelerazione nel triangolo F P Q, ſimile a quello del triangolo A B C, che ridotto a moto equabile aggiugne il grado eguale all' E C, aggiunto il Q R eguale all' E C, avremo tutta la velocità equabile eſercitata nel tempo I O quintupla dell' equabile del primo tempo A C, e però lo ſpazio paſſato quintuplo del paſſato nel primo tempo A C. Vedeſi dunque anco in queſto ſemplice calcolo gli ſpazi paſſati in tempi eguali dal mobile, che partendoſi dalla quiete va acquiſtando velocità, conforme all' accreſcimento del tempo, eſſer tra di loro come i numeri impari *ab unitate* 1. 3. 5. e congiuntamente preſi gli ſpazi paſſati, il paſſato nel doppio tempo eſſer quadruplo del paſſato nel ſuddupla, il paſſato nel tempo triplo eſſer nonuplo, ed in ſomma gli ſpazi paſſati eſſere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di eſſi tempi.

Simpl. Io veramente ho preſo più guſto in queſto ſemplice, e chiaro diſcorſo del Sig. Sagr. che nella per me più oſcura dimoſtrazione dell' Autore: ſicchè io 588
reſto aſſai ben capace, che il negozio debba ſucceder così, poſta, e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma ſe tale ſia poi l' accelerazione, della quale ſi ſerve la natura nel moto de i ſuoi gravi diſcendenti, io per ancora ne reſto dubbioſo, e però per intelligenza mia, e di altri ſimili a me, parmi che ſarebbe ſtato opportuno in queſto luogo arrecar qualche eſperienza di quelle, che ſi è detto eſſervene molte, che in diverſi caſi s' accordano colle concluſioni dimoſtrate.

Salv. Voi da vero ſcienziato fate una ben ragionevol domanda, e così ſi coſtuma, e conviene nelle ſcienze, le quali alle concluſioni naturali applicano le dimoſtrazioni matematiche, come ſi vede ne i Perſpettivi, negli Aſtronomi, ne i Meccanici, ne i Muſici, ed altri, li quali con ſenſate eſperienze confermano i principj loro, che ſono i fondamenti di tutta la ſeguente ſtruttura: e però non voglio, che ci paja ſuperfluo, ſe con troppa lunghezza avremo diſcorſo ſopra queſto primo, e maſſimo fondamento, ſopra il quale s' appoggia l' immenſa macchina d' infinite concluſioni, delle quali ſolamente una piccola parte ne abbiamo in queſto libro poſte dall' Autore, il quale avrà fatto aſſai ad aprir l' ingreſſo, e la porta ſtata fin' or ſerrata agl' ingegni ſpeculativi. Circa dunque all' eſperienze non ha tralaſciato l' Autor di farne, e per aſſicurarſi che l' accelerazione de i gravi naturalmente diſcendenti ſegua nella proporzione ſopraddetta, molte volte mi ſon ritrovato io a farne la prova nel ſeguente modo, in ſua compagnia.

In

In un regolo, o vogliam dir corrente di legno lungo circa 12. braccia, e largo per un verso mezzo braccio, e per l' altro 3. dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto poco più largo di un dito. Tiratolo dirittissimo, e per averlo ben pulito, e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata, e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo ben rotondata, e pulita. Costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità, un braccio, o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per lo detto canale la palla, notando nel modo, che appresso dirò, il tempo, che consumava nello scorrerlo tutto: replicando il medesimo atto molte volte, per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza, nè anco della decima parte di una battuta di polso. Fatta, e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale: e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell' altro. E facendo poi l' esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, e con quello delli $\frac{2}{3}$ o de i $\frac{3}{4}$ o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s' incontrava gli spazi passati esser tra di loro come i quadrati de i tempi: e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale, nel quale si faceva scender la palla. Dove osservammo ancora i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantenere esquisitamente tra di loro quella proporzione, che più a basso troveremo essergli assegnata, e dimostrata dall' Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena di acqua attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino saldatogli nel fondo, versava un sottil filo di acqua, che si andava ricevendo con
589 un picciol bicchiere per tutto il tempo, che la palla scendeva nel canale, e nelle sue parti: le particelle poi dell' acqua in tal guisa raccolte si andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando; dandoci le differenze, e proporzioni de i pesi loro le differenze, e proporzioni de i tempi: e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni molte, e molte volte replicate giammai non differivano di un notabil momento.

Simp. Gran soddisfazione avrei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze, ma sendo certo della vostra diligenza nel farle, e fedeltà nel riferirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime, e vere.

Salv. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

COROLLARIUM II.

Colligitur secundo, quod si a principio lationis sumantur duo spatia quaelibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se, ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim a principio lationis S *duobus spatiis* S T, S V; *quorum medium sit proportionale* S X; *tempus casus per* S T *ad tempus casus per* S V *erit, ut* S T *ad* S X: *seu dicamus, tempus per* S V *ad tempus per* S T *esse, ut* V S *ad* S X. *Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum quadrata; ratio autem spatii* V S *ad spatium* S T *sit dupla rationis* V S *ad* S X, *seu sit eadem, quam habent quadrata* V S, S X; *patet, rationem temporum lationum per* S V, S T *esse, ut spatiorum, seu linearum* V S, S X.

S
T
X
V

SCHOLIUM.

Id autem, quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis; in iisdem enim assumptum est accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe secundum tem-

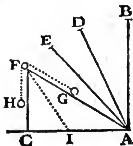
temporis incrementum, ſeu dicas ſecundum ſimplicem, ac primam numerorum ſeriem.

Salv. Qui vorrei, Sig. Sagredo, che a me ancora foſſe permeſſo, ſebben forſe con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per un poco la preſente lettura, fin ch' io poſſa eſplicare quanto dal detto è dimoſtrato fin' ora, e congiuntamente dalla notizia di alcune concluſioni meccaniche appreſe già dal noſtro Accademico, ſovviemmi adeſſo di poter ſoggiugnere per maggior confermazione della verità del principio, che ſopra con probabili diſcorſi, ed eſperienze fu da noi eſaminato; anzi quello più importa per geometricamente concluderlo, dimoſtrando prima un ſol Lemma elementare nella contemplazione degl' impeti.

Sagr. Mentre tale debba eſſer l' acquiſto, quale V. S. ci promette, non vi è tempo, che da me volentieriſſimo non ſi ſpendeſſe, trattandoſi di confermare, e interamente ſtabilire queſte ſcienze del moto: e quanto a me non ſolo vi concedo il poter ſoddisfarvi in queſto particolare, ma di più pregovi ad appagare quanto prima la curioſità, che mi avete in eſſo ſvegliata; e credo, che il Sig. Simplicio abbia ancora il medeſimo ſentimento.

Simp. Non poſſo dire altrimenti.

Salv. Giacchè dunque me ne date licenza, conſideriſi in primo luogo come effetto notiſſimo, che i momenti, o le velocità di un iſteſſo mobile ſon diverſe ſopra diverſe inclinazioni di piani, e che la maſſima è per la linea perpendicolarmente ſopra l'orizzonte elevata, e che per l' altre inclinate ſi diminuiſce tal velocità, ſecondo che quelle più dal perpendicolo ſi diſcoſtano, cioè più obbliquamente s'inclinano, onde l' impeto, il talento, l'energia, o vogliamo dire 590
il momento del diſcendere vien diminuito nel mobile dal piano ſoggetto, ſopra il quale eſſo mobile s'appoggia, e diſcende.



E per meglio dichiararmi, intendaſi la linea A B, perpendicolarmente eretta ſopra l'orizzonte A C; pongaſi poi la medeſima in diverſe inclinazioni verſo l'orizzonte piegata, come in A D, A E, A F, ec. dico l'impeto maſſimo, e totale del grave per diſcendere eſſer per la perpendicolare B A, minor di queſto per la D A, e minore ancora per la E A, e ſucceſſivamente andarſi diminuendo per la più inclinata F A, e finalmente eſſer del tutto eſtinto nella orizzontale C A, dove il mobile ſi trova indifferente al moto, e alla quiete, e non ha per ſe ſteſſo inclinazione di muoverſi verſo alcuna parte, nè meno alcuna reſiſtenza all' eſſer moſſo; poichè ſiccome è impoſſibile, che un grave, o un compoſto di eſſi ſi muova naturalmente all' in ſu diſcoſtandoſi dal comun centro, verſo dove conſpirano tutte le coſe gravi, così è impoſſibile, che egli ſpontaneamente ſi muova, ſe con tal moto il ſuo proprio centro di gravità non acquiſta avvicinamento al ſuddetto centro comune: onde ſopra l'orizzontale, che qui s'intende per una ſuperficie egualmente lontana dal medeſimo centro, e perciò affatto priva d' inclinazione, nullo ſarà l'impeto, o momento di detto mobile. Appreſa queſta mutazione d'impeto, mi fa qui meſtier eſplicare quello, che in un antico trattato di meccaniche ſcritto già in Padova dal noſtro Accademico ſol per uſo de' ſuoi Diſcepoli fu diffuſamente, e concludentemente dimoſtrato, in occaſione di conſiderare l' origine, e natura del maraviglioſo ſtrumento della vite, ed è, con qual proporzione ſi faccia tal mutazione d' impeto, per diverſe inclinazioni de' piani, come per eſempio, del piano inclinato A F, tirando la

ſua

sua elevazione sopra l'orizzonte, cioè la linea F C, per la quale l'impeto di un grave, ed il momento del discendere è il massimo, cercasi qual proporzione abbia questo momento al momento dell'istesso mobile per l'inclinata F A. Qual proporzione dico esser reciproca delle dette lunghezze, e questo sia il Lemma da premettersi al Teorema, che dopo io spero di poter dimostrare. Qui è manifesto tanto esser l'impeto del discendere di un grave, quanta è la resistenza, o forza minima, che basta per proibirlo, e fermarlo: per tal forza, e resistenza, e sua misura, mi voglio servire della gravità di un altro mobile. Intendasi ora sopra il piano F A posare il mobile G legato con un filo, che cavalcando sopra l'F abbia attaccato un peso H, e consideriamo, che lo spazio della scesa, o salita a perpendicolo di esso, è ben sempre eguale a tutta la salita, o scesa dell' altro mobile G per l'inclinata A F, ma non già alla salita, o scesa a perpendicolo, nella qual sola esso mobile G (siccome ogni altro mobile) esercita la sua resistenza, il che è manifesto; imperocchè considerando nel triangolo A F C il moto del mobile G, per esempio all' in su da A in F, esser composto del trasversale orizzontale A C, e del perpendicolare C F, ed essendo che quanto all' orizzontale nessuna, come si è detto, è la resistenza del medesimo all' esser mosso (non facendo con tal moto perdita alcuna, nè meno acquisto in riguardo della propria distanza dal comun centro delle
591 cose gravi, che nell' orizzonte si conserva sempre l'istessa) resta la resistenza esser solamente rispetto al dover salire la perpendicolare C F. Mentre che dunque il grave G movendosi da A in F resiste solo nel salire lo spazio perpendicolare C F, ma che l'altro grave H scende a perpendicolo necessariamente, quanto tutto lo spazio F A, e che tal proporzione di salita, e scesa si mantiene sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto de i detti mobili (per esser collegati insieme) possiamo assertivamente affermare, che quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete tra essi mobili, i momenti, le velocità, o le lor propensioni al moto, cioè gli spazi, che da loro si passerebbero nel medesimo tempo, devon rispondere reciprocamente alle loro gravità, secondo quello, che in tutti i casi de' movimenti meccanici si dimostra, sicchè basterà per impedire la scesa del G, che lo H sia tanto men grave di quello, quanto a proporzione lo spazio C F è minore dello spazio F A. Sia fatto dunque come F A ad F C, così il grave G al grave H, che allora seguirà l'equilibrio, cioè i gravi H, G averanno momenti eguali, e cesserà il moto de i detti mobili. E perchè siamo convenuti, che di un mobile tanto sia l'impeto, l'energia, il momento, o la propensione al moto, quanta è la forza, o resistenza minima, che basta a fermarlo, e s'è concluso, che il grave H è bastante a proibire il moto al grave G, adunque il minor peso H, che nella perpendicolare F C esercita il suo momento totale, sarà la precisa misura del momento parziale, che il maggior peso G esercita per lo piano inclinato F A, ma la misura del total momento del medesimo grave G è egli stesso, (poichè per impedire la scesa perpendicolare di un grave si richiede il contrasto di altrettanto grave, che pur sia in libertà di moversi perpendicolarmente) adunque l'impeto, o momento parziale del G per l'inclinata F A all' impeto massimo, e totale dell' istesso G per la perpendicolare F C starà, come il peso H al peso G, cioè per la costruzione come essa perpendicolare F C, elevazione dell' inclinata, alla medesima inclinata,

ta F A, che è quello, che per Lemma si propose di dimostrare, che dal nostro Autore, come vedranno, vien supposto per noto nella seconda parte della sesta proposizione del presente trattato.

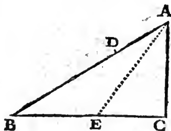
Sagr. Da questo, che V. S. ha concluso fin qui, parmi che facilmente si possa dedurre, argomentando *ex æquali* colla proporzione perturbata, che i momenti dell' istesso mobile, per piani diversamente inclinati come F A, F I, che abbiano l' istessa elevazione, son fra loro in reciproca proporzione de' medesimi piani.

Salv. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso a dimostrare il Teorema, cioè, che

I gradi di velocità di un mobile discendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all' arrivo all' orizzonte son sempre eguali, rimossi gli impedimenti.

Qui deesi prima avvertire, che stabilito, che in qualsivogliano inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità, o la quantità dell' impeto colla proporzione del tempo (secondo la diffinizione data dall' Autore al moto naturalmente accelerato) onde, come egli ha per l' antecedente proposizione dimostrato, gli spazj passati sono in duplicata proporzione de' tempi, e conseguentemente de' gradi di velocità; quali furono gl' impeti nella prima mossa, tali proporzionalmente saranno i gradi dalle velocità guadagnati nell' istesso tempo, poichè e questi, e quelli crescono colla medesima proporzione nel medesimo tempo.

Ora sia il piano inclinato A B, la sua elevazione sopra l' orizzonte la perpen- 592
dicolare A C, e l' orizzontale C B, e perchè, come poco fa si è concluso, l' impeto di un mobile per la perpendicolare A C all' impeto del medesimo per l' inclinata A B sta, come A B ad A C, prendasi nell' inclinata A B la A D terza proporzionale delle A B, A C, l' impeto dunque per A C all' impeto per la A B, cioè per la A D, sta come la A C all' A D, e perciò il mobile nell' istesso tempo, che passerebbe lo spazio perpendicolare A C, passerà ancora lo spazio A D nell' inclinata A B, (essendo i momenti come gli spazj) ed il grado di velocità in C al grado di velocità in D averà la medesima proporzione della A C alla A D; ma il grado di velocità in B al medesimo grado in D sta, come il tempo per A B al tempo per A D, per la diffinizione del moto accelerato, ed il tempo per A B al tempo per A D sta, come la medesima A C media tra le B A, A D, alla A D, per l' ultimo corollario della seconda proposizione, adunque i gradi in B, ed in C, al grado in D, hanno la medesima proporzione della A C alla A D, e però sono eguali, che è il Teorema, che intesi di dimostrare.



Di questo potremo più concludentemente provare la seguente terza proposizione dell' Autore, nella quale egli si vale del principio, ed è, che il tempo per l' inclinata al tempo per la perpendicolare, ha l' istessa proporzione di essa inclinata, e perpendicolare. Imperocchè diciamo, quando B A sia il tempo per A B, il tempo per A D sarà la media tra esse, cioè la A C, per lo secondo Corollario della seconda proposizione; ma quando A C sia il tempo per A D, sarà anco il tempo per A C, per essere le A D, A C scorse in tempi eguali, e però quando B A sia il tempo per A B, A C sarà il

tempo per A C, adunque come A B ad A C, così il tempo per A B, al tempo per A C.

Col medesimo discorso si proverà, che il tempo per A C al tempo per altra inclinata A E sta, come la A C alla A E; adunque *ex aequali* il tempo per l'inclinata A B al tempo dell' inclinata A E sta omologamente, come la A B alla A E, ec.

Potevasi ancora dall' istesso progresso del Teorema, come vedrà benissimo il Sig. Sagr. dimostrar immediatamente la sesta proposizione dell' Autore; ma basti per ora tal digressione, che forse gli è riuscita troppo tediosa, benchè veramente di profitto in queste materie del moto.

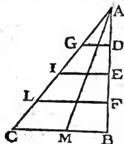
Sagr. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel principio.

Salv. Ripiglierò dunque la lettura del testo.

THEOR. III. PROP. III.

Si super plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani ipsius, & perpendiculi longitudines.

Sit planum inclinatum A C, & perpendiculum A B, quorum eadem sit altitudo supra horizontem C B, nempe ipsamet linea B A: Dico, tempus descensus
593 ejusdem mobilis super plano A C, ad tempus casus in perpendiculo A B, eam
habere rationem, quam habet longitudo plani A C ad ipsius perpendiculi A B longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineae D G, E I, F L, horizonti C B parallelae: constat ex assumpto, gradus velocitatis mobilis ex A primo motus initio in punctis G D acquisitos esse aequales, cum accessus ad horizontem equales sint: similiter gradus in punctis I, E iidem erunt: nec non gradus in L, & F. Quod si non hae tantum parallelae, sed ex punctis omnibus lineae A B usque ad lineam A C protractae intelligantur; momenta, seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum semper erunt inter se paria. Conficiantur itaque spatia duo A C, A B iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur a mobili, quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eandem habent tempora lationum, ergo tempus lationis per A C ad tempus per A B est, ut longitudo plani A C ad longitudinem perpendiculi A B. Quod erat demostrandum.



Sagr. Parmi, che assai chiaramente, e con brevità si poteva concludere il medesimo, essendosi già concluso, che la somma del moto accelerato de i passaggi per A C, A B è quanto il moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo C B; essendo dunque passati li due spazi A C, A B coll' istesso moto equabile, già è manifesto per la proposizione prima del primo, che i tempi de' passaggi saranno come gli spazi medesimi.

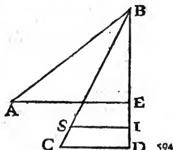
COROLLARIUM.

Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se, ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum A M *ex* A *ad eundem horizontem* C B *terminatum, demon-*

monstrabitur pariter, tempus descensus per A M *ad tempus per* A B *esse, ut linea* A M *ad* A B; *ut autem tempus* A B *ad tempus per* A C, *ita linea* A B *ad* A C: *ergo ex æquali, ut* A M *ad* A C, *ita tempus per* A M *ad tempus per* A C.

THEOR. IV. PROP. IV.

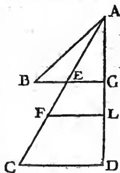
Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta.



Sint ex eodem termino B plana æqualia, sed inæqualiter inclinata, B A, B C, & ductis A E, C D lineis horizontalibus ad perpendiculum usque B D: esto plani B A elevatio B E, plani vero B C elevatio sit B D, & ipsarum elevationum DB, B E media proportionalis sit B I; constat, rationem D B ad B I esse subduplam rationis D B ad B E. Dico jam, rationem temporum descensuum, seu lationum super planis BA, BC, esse eandem cum ratione D B ad B I permutatim assumpta: ut scilicet temporis per B A homologa sit elevatio alterius plani B C, nempe B D, temporis vero per B C homologa sit B I. Demonstrandum proinde est, tempus per B A ad 594 tempus per B C esse, ut D B ad B I. Ducatur I S, ipsi D C æquidistans; & quia jam demonstratum est, tempus descensus per B A ad tempus casus per perpendiculum B E esse, ut ipsa BA ad BE: tempus vero per B E ad tempus per BD, ut B E ad B I, tempus vero per B D ad tempus per B C, ut B D ad B C, seu B I ad B S; ergo ex æquali tempus per B A ad tempus per B C erit, ut B A ad B S, seu C B, ad B S, est autem C B ad B S, ut D B ad B I; ergo patet propositum.

THEOR. V. PROP. V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversæ sint inclinationes, & longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum, & ex ratione subdupla elevationum eorundem permutatim accepta.



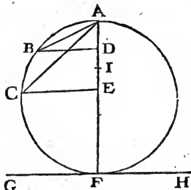
Sint plana A B, A C diversimode inclinata, quorum longitudines sint inæquales & inæquales quoque elevationes. Dico, rationem temporis descensus per A C ad tempus per A B compositam esse ex ratione ipsius A C ad A B, & ex subdupla elevationum earundem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum A D, cui occurrant horizontales B G, C D, & inter elevationes D A, A G media sit A L; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano A C in F, erit quoque A F media inter C A, A E. Et quia tempus per A C ad tempus per A E est, ut linea F A ad A E; tempus vero per A E ad tempus per A B, ut eadem A E ad eandem A B: patet, tempus per A C ad tempus per A B esse, ut A F ad A B. Demonstrandum itaque restat, rationem A F ad A B componi ex ratione C A ad A B, & ex

ratione G A ad A L, quæ est ratio subdupla elevationum D A, A G permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita C A inter F A, A B: ratio enim F A ad A C est eadem cum ratione L A ad A D, seu G A ad A L; quæ est subdupla rationis elevationum G A, A D, & ratio C A ad A B est ipsamet ratio longitudinum, ergo patet propositum.

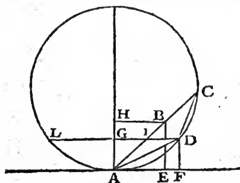
THEOR. VI. PROP. VI.

Si a puncto sublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt æqualia.

Sit circulus ad horizontem G H erectus, cujus ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali sit erecta diameter F A, & ex puncto sublimi A plana quælibet inclinentur usque ad circumferentiam A B, A C. Dico tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur B D, C E ad diametrum perpendiculares, & inter planorum E A, A D altitudines media sit propor-
595 tionalis A I. Et quia rectangula F A E, F A D æqualia sunt quadratis A C, A B; ut autem rectangulum F A E ad rectangulum F A D, ita E A ad A D; ergo ut quadratum C A ad quadratum A B, ita E A linea ad lineam A D. Verum ut linea E A ad D A, ita quadratum I A ad quadratum A D; ergo quadrata linearum C A, A B sunt inter se, ut quadrata linearum I A, A D, & ideo ut C A linea ad A B, ita I A ad A D. At in præcedenti demonstratum est, rationem temporis descensus per A C, ad tempus descensus per A B, componi ex rationibus C A ad A B & D A ad A I, quæ est eadem cum ratione B A ad A C; ergo ratio temporis descensus per A C ad tempus descensus per A B componitur ex rationibus C A ad A B, & B A ad A C. Est igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis, ergo patet propositum.



Idem aliter demonstratur ex Mechanicis, nempe in sequenti figura mobile temporibus æqualibus pertransire C A, D A. Sit enim B A æqualis ipsi D
596 A, & ducantur perpendiculares B E, D F, constat ex elementis mechanicis momentum ponderis super plano secundum lineam A B C elevato ad momentum suum totale esse, ut B E ad B A, ejusdemque ponderis momentum super eleva-



tione

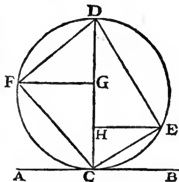
tione A D ad totale suum momentum esse, ut D F ad D A, vel B A: ergo ejusdem ponderis momentum super plano secundum D A inclinato ad momentum super inclinatione secundum A B C est, ut linea D F ad lineam B E. Quare spatia, quæ pertransibit idem pondus temporibus æqualibus super inclinationibus C A, D A, erunt inter se, ut lineæ B E, D F, ex propositione secunda primi libri. Verum ut B E ad D F, ita demonstratur se habere A C ad D A; ergo idem mobile temporibus æqualibus pertransit lineas C A, D A.

Esse autem ut B E ad D F, ita C A ad D A, ita demonstratur:

Jungatur C D, & per D, & B ipsi A F parallelæ agantur D G L, secans C A in puncto I, & B H: eritque angulus A D I æqualis angulo D C A, cum circunferentiis L A, A D æqualibus insistant, estque angulus D A C communis: ergo triangulorum æquiangulorum C A D, D A I latera circa æquales angulos proportionalia erunt, & ut C A ad A D, ita D A ad A I, id est B A ad A I, seu H A ad A G, hoc est B E ad D F: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic.

Sit ad horizontem A B erectus circulus, cujus diameter C D ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi D inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum D F. Dico descensum per planum D F, & casum per diametrum D C ejusdem mobilis temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim F G horizonti A B parallela, quæ erit ad diametrum D C perpendicularis, & connectatur F C; & quia tempus casus per D C ad tempus casus per D G est, ut media proportionalis inter C D, D G ad ipsam D G: media autem inter C D, D G est D F, cum angulus D F C in semicirculo sit rectus, & F G perpendicularis ad D C: tempus itaque casus per D C ad tempus casus per D G est ut linea F D ad D G. Sed jam demonstratum est, tempus descensus per D F ad tempus casus per D G esse, ut eadem linea D F ad D G; tempora igitur descensus per D F, & casus per D C ad idem tempus casus per D G eandem habent rationem, ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur corda C E ducta E H horizonti parallela, & juncta E D, tempus descensus per E C, æquari tempori casus per diametrum D C.



COROLLARIUM I.

Hinc colligitur, tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C, seu D perductas esse inter se æqualia.

COROLLARIUM II.

Colligitur etiam, quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum & planum inclinatum, super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cujus diameter est perpendiculum ipsum. 597

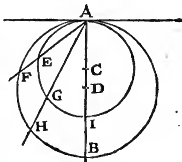
COROLLARIUM III.

Hinc colligitur lationum tempora super planis inclinatis tunc esse æqualia, quando

do elevationes partium æqualium eorundem planorum fuerint inter se, ut eorundem planorum longitudines: ostensum enim est, tempora per C A, D A *in penultima figura esse æqualia, dum elevatio partis* A B *æqualis* A D, *nempe* B E, *ad elevationem* D F *fuerit, ut* C A *ad* D A.

Sagr. Sospenda in grazia V. S. per un poco la lettura delle cose, che seguono, fin che io mi vo risolvendo sopra certa contemplazione, che pur ora mi si rivolge per la mente, la quale, quando non sia una fallacia, non è lontana dall' essere uno scherzo grazioso, quali son tutti quelli della natura, o della necessità.

E' manifesto, che se da un punto segnato in un piano orizzontale si faranno produr sopra il medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muoversi un punto con moto equabile, cominciandosi a muover tutti nell'istesso momento di tempo dal segnato punto, e che sieno le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente a figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi tuttavia maggiori e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato, giusto in quella maniera, che vediamo farsi dall'ondette dell'acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto un sassetto, la percossa del quale serve per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi, che vengon disegnati successivamente maggiori e maggiori da esse ondette. Ma se noi intenderemo un piano eretto all' orizzonte, ed in esso piano notato un punto sublime, dal quale si partano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo discender mobili gravi, ciascheduno con moto naturalmente accelerato con quella velocità, che alle diverse inclinazioni convengono; posto che tali mobili discendenti fusser continuamente visibili, in che sorte di linee gli vedremo noi continuamente disposti? Qui nasce la mia maraviglia, mentre le precedenti dimostrazioni mi assicurano, che si vedranno sempre tutti nell' istessa circonferenza di cerchi successivamente crescenti, secondo che i mobili nello scendere si vanno più e più successivamente allontanando dal punto sublime, dove fu il principio della lor caduta, e per meglio dichiararmi segnisi il punto sublime A, dal quale discendano linee secondo qualsivogliano inclinazioni A F, A H, e la perpendicolare A B, nella quale presi i punti C, D descrivansi intorno ad essi cerchi, che passino nel punto A, segando le linee inclinate nei punti F H B, E G I. E' manifesto, per le antecedenti dimostrazioni, che partendosi nell'istesso tempo dal termine A mobili discendenti per esse linee, quando l'uno sarà in E, l' al-
398 tro sarà in G, e l' altro in I, e così continuando di scendere si troveranno nell' istesso momento di tempo in F, H, B, e continuando di muoversi questi, ed altri infiniti per le infinite diverse inclinazioni si troveranno sempre successivamente nelle medesime circonferenze fatte maggiori e maggiori in infinito. Dalle due specie dunque di moti, delle quali la natura si serve, nasce con mirabil corrispondente diversità la generazione di cerchi infiniti. Quella si pone, come in sua sede, e principio originario nel centro d'infiniti cerchi concentrici, questa si costituisce nel contatto sublime delle infinite circonferenze di cerchi tutti tra loro eccentrici. Quelli nascono da moti tutti eguali, ed equabili; questi da moti



ti tutti sempre inequabili in se stessi, e diseguali l'uno dall'altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma più aggiunghiamo, che se dai due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole orizzontale, ed eretta, ma per tutti i versi, siccome da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzione di cerchi dal minimo al massimo, così cominciandosi da un sol punto si verranno producendo infinite sfere, o vogliam dire una sfera, che in infinite grandezze si andrà ampliando. E questo in due maniere: cioè, o col por l'origine nel centro, ovvero nella circonferenza di tali sfere.

Salv. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all'ingegno del Sig. Sagr.

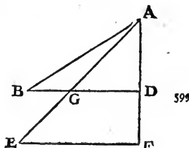
Simp. Io restando almeno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi colli due diversi moti naturali i cerchi, e le sfere, sebbene della produzione dipendente dal moto accelerato, e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel potersi assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo, quanto l'altissima sferica superficie, mi fa credere, che possa essere, che qualche gran mistero si contenga in queste vere, ed ammirande conclusioni, mistero dico attenente alla creazione dell'Universo, il quale si stima essere di forma sferica, ed alla residenza della prima causa.

Salv. Io non ho repugnanza al creder l'istesso, ma simili profonde contemplazioni si aspettano a più alte dottrine, che le nostre. Ed a noi dee bastare d'esser quei men degni artefici, che dalle sodine scuoprono, e cavano i marmi, nei quali poi gli scultori industri fanno apparire maravigliose immagini, che sotto rozza, ed informe scorza stavano ascose. Or se così vi piace, seguiremo avanti.

THEOR. VII. PROP. VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem ejus, quam habeant eorundem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis, temporibus æqualibus absolventur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata A E, A B, quorum elevationes sint F A, D A, & quam rationem habet A E ad A B, eandem duplicatam habeat F A ad D A. Dico tempora lationum super planis A E, A B ex quiete in A esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum E F, & B D, quæ secet A E in G. Et quia ratio F A ad A D dupla est rationis E A ad A B, & ut F A ad A D, ita E A ad A G; ergo ratio E A ad A G dupla est rationis E A ad A B; ergo A B media est inter E A, A G, & quia tempus descensus per A B ad tempus per A G est, ut A B ad A G, tempus autem descensus per A G ad tempus per A E est, ut A G ad mediam inter A G, A E, quæ est A B; ergo ex æquali tempus per A B ad tempus per A E est, ut A B ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.



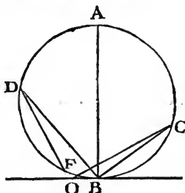
599

THEO-

THEOR. VIII. PROP. VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis, quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo, sive sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora: in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

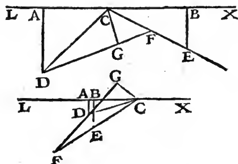
Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis A B. De planis ex terminis A, B ad circumferentiam usque productis, quod tempora lationum super eis sint æqualia, jam demonstratum est. De plano D F ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano D B, quod & longius erit, & minus declive, quam D F; ergo tempus per D F brevius, quam per D B, hoc est per A B. De plano vero diametrum secante, ut C O; quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declive, quam C B: ergo patet propositum.



THEOR. IX. PROP. IX.

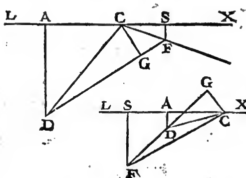
Si a puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, & a linea secentur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis, & horizontali contentis, lationes in partibus a dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

Ex puncto C horizontalis lineæ X, duo plana utcumque inflectantur C D, C B, & in quolibet puncto lineæ C D constituatur angulus C D F, angulo X C E æqualis: secet autem linea D F planum C E in F, adeo ut anguli C D F, C F D, angulis X C E, L C D permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per C D, C F esse equalia. Quod autem (posito angulo C D F æquali angulo X C E) angulus C F D sit æqualis angulo D C L, manifestum est. Dempto enim angulo communi D C F, ex tribus



600 angulis trianguli C D F, æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam L X in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo C D F,

F, C F D, duobus X C E, L C D æquales: positus autem est C D F ipsi X C E ęqualis: ergo reliquus C F D reliquo D C L. Ponatur planum C E ęquale plano C D, & ex punctis D, E perpendiculares agantur D A, E B ad horizontalem X L, ex C vero ad D F ducatur perpendicularis C G. Et quia angulus C D G angulo E C B est ęqualis, & recti sunt D G C, C B E, erunt trianguli C D G, C B E ęquianguli, & ut D C ad C G, ita C E ad E B: est autem D C ęqualis C E; ergo C G ęqualis erit B E. Cumque triangulorum D A C, C G F, anguli D C A, C A D angulis G F C, C G F sint æquales: erit, ut C D ad D A, ita F C ad C G, & permutando, ut D C ad C F, ita D A ad C G, seu B E. Ratio itaque elevationum planorum ęqualium C D, C E est eadem cum ratione longitudinum D C, C E: ergo ex corollario primo pręcedentis Propositionis sextę tempora descensuum in ipsis erunt æqualia, quod erat probandum. 600



601

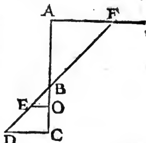
Aliter idem; ducta F S perpendiculari ad horizontalem A S. Quia triangulum C S F simile est triangulo D G C, erit, ut S F ad F C, ita G C ad C D. Et quia triangulum C F G simile est triangulo D C A, erit, ut F C ad C G, ita C D ad D A: ergo ex æquali, ut S F ad C G, ita C G ad D A. Media est igitur C G inter S F, D A, & ut D A ad S F, ita quadratum D A ad quadratum C G. Rursus cum triangulum A C D simile sit triangulo C G F, erit, ut D A ad D C, ita G C ad C F, & permutando ut D A ad C G, ita D C ad C F, & ut quadratum D A ad quadratum C G, ita quadratum D C ad quadratum C F. Sed ostensum est, quadratum D A ad quadratum C G esse, ut linea D A ad lineam F S; ergo ut quadratum D C ad quadratum C F, ita linea D A ad F S; ergo ex pręcedenti septima cum planorum C D, C F elevationes D A, F S, duplam habeant rationem eorundem planorum, tempora lationum per ipsa erunt ęqualia.

THEOR. X. PROP. X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quarum elevationes sint æquales, sunt inter se, ut eorundem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per A B C, & per A B D usque ad horizontem D C, adeo ut latio per A B præcedat lationibus per B D, & per B C. Dico, tempus lationis per B D ad tempus per B C esse, ut B D longitudo ad B C. Ducatur A F horizonti paralella, ad quam extendatur D B occurrens in F, & ipsarum D F, F B

F, F B media sit F E, & ducta E O ipsi D C paralella, erit A O media inter C A, A B. Quod si intelligatur tempus per A B esse, ut A B, erit tempus per F B, ut F B. Et tempus per totam A C erit ut media A O, per totam vero F D erit F E. Quare tempus per reliquam B C erit B O, per reliquam vero B D erit B E. Verum ut B E ad B O, ita est B D ad B C; ergo tempora per B D, B C post casus per A B, F B, seu, quod idem est, per communem A B, erunt inter se, ut longitudines B D, B C; esse autem tempus per B D ad tempus per B C ex quiete in B, ut longitudo B D ad B C, supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum æquales sint elevationes, inter se, ut eorundem planorum longitudines, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem præcedat alia latio ex eadem altitudine; quod erat ostendendum.



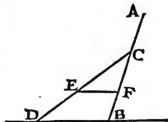
THEOR. XI. PROP. XI.

Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem est, ut ipsamet prima pars ad excessum, quo eadem pars superatur a media proportionali inter totum planum, & primam eandem partem.



Fiat latio per totam A B ex quiete in A, quæ in C divisa sit utcumque; totius autem B A, & prioris partis A C media sit proportionalis A F: erit C F excessus mediæ F A super partem A C: Dico tempus lationis per A C ad tempus sequentis lationis per C B, esse ut A C ad C F. Quod patet: nam tempus per A C ad tempus per totam A B est, ut A C ad mediam A F; ergo dividendo, tempus per A C ad tempus per reliquam C B erit, ut A C ad C F. Si itaque intelligatur tempus per A C esse ipsamet A C, tempus per C B erit C F: quod est propositum.

602 Quod si motus non fiat per continuatam A C B, sed per inflexas A C D usque ad horizontem B D, cui ex F paralella ducta sit F E, demonstrabitur pariter tempus per A C ad tempus per reflexam C D esse ut A C ad C E. Nam tempus per A C ad tempus per C B est, ut A C ad C F, tempus vero per C B post A C ad tempus per C D post eundem descensum per A C demonstratum est esse, ut C B ad C D, hoc est ut C F ad C E; ergo ex æquali tempus per A C ad tempus per C D erit, ut A C linea ad C E.

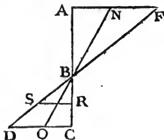


THEOR. XII. PROP. XII.

Si perpendiculum, & planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum, & partium suarum a communi sectione, & horizontali superiori comprehensarum; tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis facta in parte superiori perpendiculi, & consequenter in inferiori

feriori ſecantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compoſitam ex media in perpendiculo ſumpta, & ex exceſſu, quo totum planum inclinatum ſuam mediam ſuperat.

Sint horizontes ſuperior A F, inferior C D, inter quos ſecentur perpendiculum A C, & planum inclinatum D F in B, & totius perpendiculi C A, & ſuperioris partis A B media ſit A R, totius vero D F, & ſuperioris partis B F media ſit F S. Dico, tempus caſus per totum perpendiculum A C ad tempus per ſuam ſuperiorem partem A B cum inferiori plano, nempe cum B D, eam habere rationem, quam habet A C ad mediam perpendiculi, ſcilicet A R, cum S D, quæ eſt exceſſus totius plani D F ſuper ſuam mediam F S. Connectatur R S, quæ erit horizontalibus parallela. Et quia tempus caſus per totam A C, ad tempus per partem A B eſt, ut C A ad mediam A R, ſi intelligamus A C eſſe tempus caſus per A C; erit A R tempus caſus per A B, & R C per reliquam B C. Quod ſi tempus per A C ponatur, uti factum eſt, ipſa A C, tempus per F D, erit F D, & pariter concludetur D S eſſe tempus per B D poſt F B, ſeu poſt A B. Tempus igitur per totam A C, eſt A R cum R C; per inflexas vero A B D, erit A R cum S D: quod erat probandum.

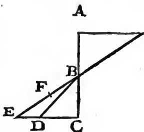


Idem accidit ſi loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr. N O; eademque eſt demonſtratio.

PROBL. I. PROPOS. XIII.

Dato perpendiculo, ad ipſum planum inflectere, in quo, cum ipſum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus poſt caſum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum A B, cui extenſo in C ponatur pars B C æqualis, 603
& ducantur horizontales C E, A G. Oportet ex B planum uſque ad horizontem C E inflectere, in quo fiat motus poſt caſum ex A eodem tempore, ac in A B ex quiete in A. Ponatur C D æqualis C B, & ducta B D applicetur B E æqualis utriſque B D, D C. Dico, B E eſſe planum quæſitum. Producatur E B occurrens horizonti A G in G, & ipſarum E G, G B, media ſit G F. Erit E F ad F B, ut E G ad G F, & quadratum E F ad quadratum F B, ut quadratum E G ad quadratum G F, hoc eſt, ut linea E G ad G B; eſt autem E G dupla G B; ergo quadratum E F duplum quadrati F B: verum quadratum quoque D B duplum eſt quadrati B C; ergo ut linea E F ad F B, ita D B ad B C, & componendo, & permutando, ut E B ad duas D B, B C, ita B F ad B C; ſed B E duabus D B, B C eſt æqualis; ergo B F ipſi B C, ſeu B A æqualis eſt. Si igitur intelligatur A B eſſe tempus caſus per A B, erit G B tempus per G B, & G F tempus per totam

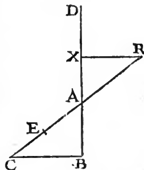


G E; ergo B F erit tempus per reliquam B E, post casum ex G, seu ex A. Quod erat propositum.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

Dato perpendiculo, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum D B, & planum ad ipsum inclinatum A C. Oportet in perpendiculo A D partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum A C. Ducatur horizontalis C B, & ut B A cum dupla A C ad A C, ita fiat C A ad A E, & ut B A ad A C, ita fiat E A ad A R, & ab R ducatur perpendicularis R X ad D B; dico X esse punctum quæsitum. Et quia ut B A cum dupla A C ad A C, ita C A ad A E, dividendo erit, ut B A cum A C ad A C, ita C E ad E A, & quia ut B A ad A C, ita E A ad A R, erit componendo, ut B A cum A C ad A C, ita E R ad R A. Sed ut B A cum A C, ad A C, ita est C E ad E A; ergo ut C E ad E A, ita E R ad R A, & ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe C R ad R E.

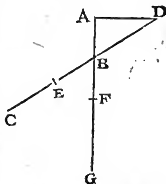


Sunt itaque C R, R E, R A proportionales. Amplius, quia ut B A ad A C, ita posita est E A ad A R, & propter similitudinem triangulorum ut B A ad A C, ita X A ad A R; ergo ut E A ad A R, ita X A ad A R: sunt itaque E A, X A æquales. Modo si intelligamus tempus per R A esse ut R A, tempus per R C erit R E, media inter C R, R A; & A E erit tempus per A C post R A, sive post X A; verum tempus per X A est X A, dum R A est tempus per R A. Ostensum autem est X A, A E esse æquales: ergo patet propositum.

PROBL. III. PROPOS. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quæ tempore eodem conficiatur; ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum A B, & planum ad i-
604 psum inflexum B C. Oportet in perpendiculo infra extenso partem reperire, quæ ex casu ab A conficiatur tempore eodem, atque B C ex eodem casu ab A. Ducatur horizontalis A D, cui occurrat C B extensa in D, & ipsarum C D, D B media sit D E, & B F ponatur æqualis B E, deinde ipsarum B A, A F, tertia proportionalis sit A G. Dico B G esse spatium, quod post casum A B conficitur tempore eodem, ac planum B C post eundem casum. Si enim ponamus tempus per A



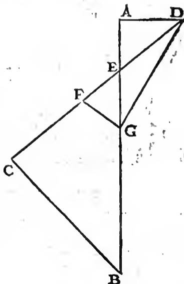
B es-

B esse ut A B, erit tempus per D B ut D B, & quia D E est media inter B D, D C, erit eadem D E tempus per totam D C, & B E tempus per reliquam B C ex quiete in D, seu ex casu A B; & similiter concludetur, B F esse tempus per B G, post casum eundem: est autem B F æqualis B E: ergo patet propositum.

THEOR. XIII. PROP. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete sint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

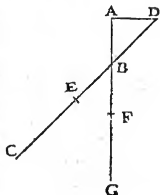
Sit perpendiculum E B, & planum inclinatum C E ad idem punctum E composita, quorum tempora lationum ex quiete in E sint æqualia, & in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime A, ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum E C, quam perpendiculum E B post casum A E. Jungatur C B, & ducta horizontali A D extendatur C E illi occurrens in D, & C D, D E media proportionalis sit D F, ipsarum vero B A, A E, media sit A G, & ducantur F G, D G. Et qnia tempora lationum per E C, E B ex quiete in E sunt æqualia, erit angulus C rectus, ex Corollario secundo Propositionis sextæ: estque rectus A, & anguli ad verticem E æquales: triangula igitur A E D, C E B sunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia; ergo ut B E ad E C, ita D E ad E A. Rectangulum ergo B E A est æquale rectangulo C E D: & quia rectangulum C D E, superat rectangulum C E D, quadrato E D, rectangulum vero B A E, superat rectangulum B E A quadrato E A; excessus rectanguli C D E super 605
rectangulo B A E, hoc est quadrati F D super quadrato A G, erit idem cum excessu quadrati D E super quadrato A E, qui excessus est quadratum D A: est igitur quadratum F D æquale duobus quadratis G A, A D, quibus est quoque æquale quadratum G D; ergo linea D F ipsi D G est æqualis, & angulus D G F, æqualis angulo D F G, & angulus E G F minor angulo E F G, & latus oppositum E F minus latere E G. Modo si intelligamus tempus casus per A E esse, ut A E, erit tempus per D E, ut D E, cumque A G media sit inter B A, A E, erit A G tempus per totam A B, & reliqua E G, erit tempus per reliquam E B ex quiete in A, & similiter concludetur E F, esse tempus per E C post descensum D E, seu post casum A E, demonstratum autem est E F minorem esse, quam E G: ergo patet propositum.



CO-

COROLLARIUM.

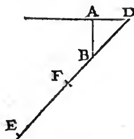
Ex hac, atque ex præcedenti constat spatium, quod conficitur in perpendiculo, post casum ex sublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo, quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente casu ex sublimi, majus tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A tempus conversi per E C brevius sit tempore procedentis per E B constat spatium, quod conficitur per E B tempore æquali tempori per E C, minus esse toto spatio E B. Quod autem idem spatium perpendiculi majus sit, quam E C, manifestum fit sumpta figura præcedentis Propositionis, in qua partem perpendiculi B G confici demonstratum est tempore eodem cum B C post casum A B: hanc autem B G majorem esse quam B C, sic colligitur. Cum B E, F B æquales sint, B A vero minor B D, majorem rationem habet F B ad B A, quam E B ad B D, & componendo F A ad A B majorem habet, quam E D ad D B; est autem ut F A ad A B, ita G F ad F B, (est enim A F media inter B A, A G,) & similiter ut E D ad B D, ita est C E ad E B; ergo G B ad B F majorem habet rationem, quam C B ad B E; est igitur G B major B C.



PROBL. IV. PROP. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete conficit.

Sit perpendiculum A B, & ad ipsum planum inflexum B E: oportet in B E spatium signare, per quod mobile post casum in A B moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum A B ex quiete confecit.



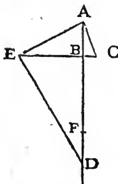
Sit horizontalis linea A D, cui occurrat in
606 D planum extensum, & accipiatur F B æqualis B A, & fiat ut B D ad D F, ita F D ad D E. Dico, tempus per B E post casum in A B æquari tempori per A B ex quiete in A. Si enim intelligatur A B esse tempus per A B, erit D B tempus per D B. Cumque sit, ut B D ad D F, ita F D ad D E, erit D F tempus per totum planum D E, & B F per partem B E ex D, sed tempus per B E post D B, est idem, ac post A B; ergo tempus per B E post A B, erit B F, æquale scilicet tempori A B, ex quiete in A: quod erat propositum.

PRO-

PROBL. V. PROP. XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio a principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

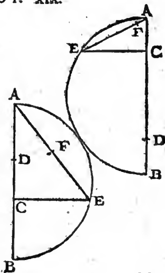
Sit perpendiculum A, in quo detur spatium A B, cujus tempus ex principio A sit A B, sitque horizon C B E, & detur tempus ipso A B minus, cui in horizonte notetur æquale B C: oportet in eodem perpendiculo spatium eidem A B æquale reperire, quod tempore B C conficiatur. Jungatur linea A C. Cumque B C minor sit B A, erit angulus B A C minor angulo B C A. Constituatur ei æqualis C A E, & linea A E horizonti occurrat in puncto E, ad quam perpendicularis ponatur E D secans perpendiculum in D, & linea D F ipsi B A secetur æqualis. Dico ipsam F D esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in A absolvitur tempore B C dato. Cum enim in triangulo rectangulo A E D ab angulo recto E perpendicularis ad latus oppositum A D ducta sit E B, erit A E media inter D A, A B, & B E media inter D B, B A, seu inter F A, A B, (est enim F A ipsi D B æqualis.) Cumque A B positum sit esse tempus per A erit A E seu E C tempus per totam A D, & E B tempus per A F, ergo reliqua B C erit tempus per reliquam F D: quod erat intentum.



PROBL. VI. PROP. XIX. 607

Dato in perpendiculo spatio quocunque a principio lationis peracto, datoque tempore casus: tempus reperire, quo aliud æquale spatium ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.

Sit in perpendiculo A B, quodcunque spatium A C ex principio lationis in A acceptum, cui æquale sit aliud spatium D B ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per A C, sitque illud A C. Oportet reperire tempus lationis per D B post casum ex A. Circa totam A B semicirculus describatur A E B, & ex C ad A B perpendicularis sit C E, & jungatur A E, quæ major erit quam E C. Secetur E F ipsi E C æqualis; dico reliquum F A esse tempus lationis per D B. Quia enim A E est media inter B A, A C; estque A C tempus casus per A C; erit A E tempus per totam A B. Cumque C E media sit inter D A, A C, (est enim D A æqualis ipsi B C,) erit C E, hoc est, E F, tempus per A D; ergo reliqua A F est tempus per reliquam D B, quod est propositum.



COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quod si alicujus spatii ponatur tempus ex quiete esse, ut ipsummet spatium; tempus illius post aliud spatium adjunctum erit excessus medii inter adjunctum una cum spatio, & ipsum spatium super medium inter primum, & adjunctum. Veluti posito, quod tempus per A B ex quiete in A sit A B, addito A S, tempus per A B post S A erit excessus medii inter S B, B A, super medium inter B A, A S.

PROBL. VII. PROP. XX.

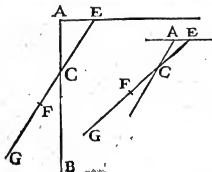
Dato quolibet spatio, & parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit spatium C B, & in eo pars C D data post principium lationis in C. Oportet partem alteram versus finem B reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data C D. Sumatur media inter B C, C D, cui æqualis ponatur B A; & ipsarum B C, C A, tertia proportiona-
608 lis sit C E. Dico, E B esse spatium, quod post casum ex C conficitur tempore eodem ac ipsum C D. Si enim intelligamus, tempus per totam C B esse ut C B; erit B A (media scilicet inter B C, C D) tempus per C D. Cumque C A media sit inter B C, C E, erit C A tempus per C E; est autem tota B C tempus per totam C B; ergo reliqua B A erit tempus per reliquam E B post casum ex C; eadem vero B A fuit tempus per C D; ergo temporibus æqualibus conficiuntur C D, & E B ex quiete in A; quod erat faciendum.

THEOR. IV. PROP. XXI.

Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo a principio lationis sumatur pars quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum, spatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori casus jam peracti in perpendiculo, ad spatium jam peractum in perpendiculo majus erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem A E sit perpendiculum A B, in quo ex principio A fiat casus, cujus sumatur quælibet pars A C; inde ex C inclinetur utcunque planum C G; super quo post casus in A C continuetur motus. Dico, quod spatium tali motu peractum per C G in tempore æquali tempori casus per A C, est plus quam duplum, minus vero quam triplum ejusdem spatii A C. Ponatur enim C F æqualis A C, & extenso plano G C usque ad horizontem in E, fiat, ut C E ad E F, ita F E ad E G. Si itaque ponatur tempus casus per A C esse, ut



linea

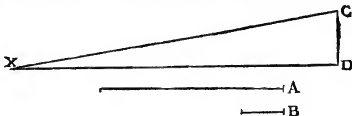
linea A C, erit C E tempus per E C & C F, seu C A, tempus motus per C G. Ostendendum itaque est, spatium C G ipso C A majus esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit, ut C E ad E F, ita F E ad E G, erit etiam ita C F ad F G. Minor autem est E C quam E F, quare & C F minor erit quam F G, & G C major quam dupla F C, seu A C. Cumque rursus F E minor sit, quam dupla ad E C, (est enim E C major C A, seu C F,) erit quoque G F minor quam dupla ad F C, & G C minor quam tripla ad C F seu C A. Quod erat demonstrandum.

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam, si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; ut videtur in altera figura: eademque est demonstratio.

PROBL. VIII. PROP. XXII.

Datis duobus temporibus inæqualibus, & spatio, quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis: a puncto supremo perpendiculi usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore æquali longiori ex datis. 609

Tempora inæqualia sint, A majus, B vero minus; spatium autem, quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore B, sit C D. Oportet ex termino C planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A, ita C D ad aliam lineam, cui linea C X æqualis ex C ad horizontem descendat: manifestum est, planum C X esse illud, super quo mobile descendit tempore dato A. Demonstratum enim est, tempus per planum incli-



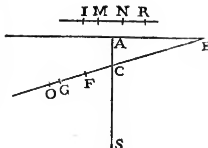
natum ad tempus in sua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis suæ. Tempus igitur per C X ad tempus per C D est, ut C X ad C D, hoc est ut tempus A ad tempus B; tempus vero B est illud, quo conficitur perpendiculum C D ex quiete; ergo tempus A est illud, quo conficitur planum C X.

PROBL. IX. PROP. XXIII.

Dato spatio quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo, ex termino imo hujus spatii planum inflectere, super quo post casum in perpendiculo tempore eodem conficiatur spatium cuilibet spatio dato æquale; quod tamen majus sit quam duplum, minus vero quam triplum spatii peracti in perpendiculo.

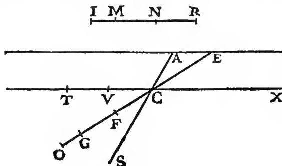
 Sit

Sit in perpendiculo A S tempore A C peractum ſpatium A C ex quiete in A : cujus I R majus ſit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino C planum inflectere, ſuper quo mobile eodem tempore A C conficiat poſt caſum per A C ſpatium ipſi I R æquale. Sint R N, N M, ipſi A C æqualia, & quam rationem habet reſiduum I M ad M N, eandem
610 habeat A C linea ad aliam, cui æqualis applicetur C E ex C ad horizontem A E, quæ extendatur verſus O & accipiantur C F, F G, G O æquales ipſis R N, N M, M I. Dico, tempus ſuper inflexa C O, poſt caſum A C, eſſe æquale tempori A C ex quiete in A. Cum enim ſit, ut O G ad G F, ita F C ad C E; erit componendo ut O F ad F G, ſeu F C, ita F E ad E C, & ut unum antecedentium ad unum conſequentium, ita omnia ad omnia: nempe tota O E ad E F, ut F E ad E C. Sunt itaque O E, E F, E C, continue proportionales, quod cum poſitum ſit, tempus per A C eſſe ut A C, erit C E tempus per E C; & E F tempus per totam E O, & reliquum C F per reliquam C O; eſt autem C F æqualis ipſi C A; ergo factum eſt quod fieri oportebat; eſt enim tempus C A tempus caſus per A C ex quiete in A, C F vero (quod æquatur C A) eſt tempus per C O, poſt deſcenſum per E C; ſeu poſt caſum per A C; quod eſt propoſitum. Notandum autem eſt, quod idem accidet, ſi præcedens latio non in perpendiculo fiat, ſed in plano inclinato, ut in ſequenti figura, in qua latio præcedens facta ſit per planum inclinatum A S infra horizontem A E; & demonſtratio eſt prorſus eadem.



SCHOLIUM.

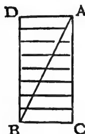
Si diligenter attendatur, manifeſtum erit, quod quo minus data linea I R deficit a tripla ipſius A C, eo planum inflexum, ſuper quod facienda eſt ſecunda latio, puta C O, accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tem-



pore

pore æquali A C conficitur ſpatium ad A C triplum. Cum enim I R proxima fuerit ad triplicitatem A C, erit I M æqualis fere ipſi M N. Cumque, ut I M ad M N in conſtructione, ita fiat A C ad C E, conſtat, ipſam C E paulo majorem reperiri quam C A, & quod conſequens eſt, punctum E proximum reperiri puncto A, & C O cum C S acutiſſimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. E contra vero, ſi data I R minimum quid major fuerit quam dupla ejuſdem A C, erit I M breviſſima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram eſſe A C reſpectu C E, quę longiſſima erit, & quam proxime accedet ad parallellam horizontalem per C productam. Indeque colligere poſſumus, quod, ſi in appoſita figura poſt deſcenſum per planum inclinatum A C fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis eſſet C T, ſpatium, tempore ęquali tempori deſcenſus per A C, per quod mobile conſequenter moveretur, 611
eſſet duplum ſpatii A C exacte. Videtur autem & hic accommodari conſimilis ratiocinatio. Apparet enim ex eo, cum O E ad E F ſit ut F E ad E C, ipſam F C determinare tempus per C O. Quod ſi pars horizontalis T C, dupla C A, diviſa ſit bifariam in V, extenſa verſus X in infinitum elongata erit, dum occurſum cum producta A E quærit, & ratio infinitę T X ad infinitam V X non erit alia a ratione infinitę V X ad infinitam X C.

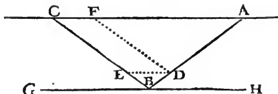
Iſtud idem alia aggreſſione concludere poterimus, conſimile reſumentes ratiocinium ei, quo uſi ſumus in propoſitionis primæ demonſtratione. Reſumentes enim triangulum A B C, nobis repræſentans in ſuis parallelis baſi B C velocitatis gradus continue adauctos juxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ ſint, veluti infinita ſunt puncta in linea A C, & inſtantia in quovis tempore, exurget ſuperficies ipſa trianguli. Si intelligamus, motum per alterum tantum temporis continuari, ſed non amplius motu accelerato, verum æquabili, juxta maximum gradum velocitatis acquiſitæ, qui gradus repræſentatur per lineam B C; Ex talibus gradibus conflabitur aggregatum conſimile parallelogrammo A D B C, quod duplum eſt trianguli A B C. Quare ſpatium, quod cum gradibus conſimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit ſpatii peracti cum gradibus velocitatis a triangulo A B C repræſentatis. At in plano horizontali motus eſt æquabilis, cum nulla ibi ſit cauſa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, ſpatium C D, peractum tempore æquali tempori A C, duplum eſſe ſpatii A C; hoc enim motu ex quiete accelerato juxta parallelas trianguli conficitur; illud vero juxta parallelas parallelogrammi, quę, dum fuerint infinitæ, duplæ ſunt ad parallelas infinitas trianguli.



Attendere inſuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, eſt in illo ſuapte natura indelebiliter impreſſus, dum externæ cauſæ accelerationis, aut retardationis tollantur, quod in ſolo horizontali plano contingit: nam in planis declivibus adeſt jam cauſa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter ſequitur, motum in horizontali eſſe quoque ęternum: ſi enim eſt æquabilis, non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, exiſtente gradu celeritatis per naturalem deſcenſum a mobili acquiſito ſuapte natura indelebili, atque æterno, conſiderandum occurrit, quod ſi poſt deſcenſum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, jam in iſto occurrit cauſa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter deſcendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquiſitæ in præcedenti deſcenſu, qui per ſe uniformiter mobile in infinitum adduceret, & naturalis propenſionis ad motum deorſum juxta illam

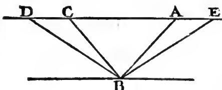
eandem proportionem accelerationis, juxta quam ſemper movetur. Quare admodum rationabile videbitur, ſi inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile poſt deſcenſum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus gradum illum maximum in deſcenſu acquiſitum, idem per ſe perpetuo in aſcendente plano ſervari; attamen in aſcenſu ei ſupervenire naturalem inclinationem deorſum, motum nempe ex quiete acceleratum juxta ſemper acceptam proportionem. Quod ſi forte hæc intelligere fuerit ſubobſcurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

612 Intelligatur itaque, factum eſſe deſcenſum per planum declive A B, ex quo per aliud acclive B C continuetur motus reflexus, & ſint primo plana æqualia, & ad æquales angulos ſuper horizontem G H elevata. Conſtat jam, quod mobile ex quiete in A deſcendens per A B, gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipſius incrementum: gradum vero in B eſſe maximum acquiſitorum, & ſuapte natura immutabiliter impreſſum, ſublatis ſcilicet cauſis accelerationis novæ, aut retardationis: accelerationis, inquam, ſi adhuc ſuper extenſo plano ulterius progrederetur; retardationis vero, dum ſuper planum acclive B C fit reflexio: in horizontali autem G H æquabilis motus juxta gradum velocitatis ex A in B acquiſitæ in infinitum extenderetur. Eſſet autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori deſcenſus per A B in horizonte conficeret ſpatium duplum ipſius A B. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu ęquabiliter moveri per planum B C, adeo ut etiam in hoc tempore ęquali tempori deſcenſus per A B conficeret ſuper B C extenſo ſpatium duplum ipſius A B. Verum intelligamus ſtatim atque aſcendere incipit, ei ſuapte natura ſupervenire illud idem, quod ei contigit ex A ſuper planum A B, nempe deſcenſus quidam ex quiete ſecundum gradus eoſdem accelerationis, vi quorum, ut in A B contigit, tempore eodem tantundem deſcendat in plano reflexo, quantum deſcendit per A B, manifeſtum eſt, quod ex ejuſmodi mixtione motus ęquabilis aſcendentis, & accelerati deſcendentis perducetur mobile ad terminum C per planum B C, juxta eoſdem velocitatis gradus, qui erunt ęquales. Quod vero ſumptis utcunque duobus punctis D, E, ęqualiter ab angulo B remotis, tranſitus per D B fiat tempore ęquali tempori reflexionis per B E, hinc colligere poſſumus. Ducta D F erit parallela ad B C; conſtat enim, deſcenſum per A D reflecti per D F, quod ſi poſt D mobile feratur per horizontalem D E, impetus in E erit idem cum impetu in D; ergo ex E aſcendet in C, ergo gradus velocitatis in D eſt ęqualis gradui in E. Ex his igitur rationabiliter aſſerere poſſumus, quod, ſi per aliquod planum inclinatum fiat deſcenſus, poſt quem ſequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum aſcendet uſque ad eandem altitudinem, ſeu elevationem ab horizonte. Ut ſi fiat deſcenſus per A B, feretur mobile per planum reflexum B C uſque ad horizontalem A C; non tantum ſi inclinationes planorum ſint ęquales, verum etiam ſi inęquales ſint, qualis eſt plani B D; aſſumptum enim prius eſt, gradus velocitatis eſſe ęquales, qui ſuper planis inęqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipſorum planorum eadem fuerit ſupra horizontem elevatio. Si autem exiſtente eadem inclinatione planorum E B, B D, deſcenſus per E B impellere valet mobile per planum B D uſque ad D, cum talis impulſus fiat pro-



pter

pter conceptum velocitatis impetum in puncto B; sitque idem impetus in B, seu descendat mobile per A B, seu per E B; constat, quod expelletur pariter mobile per B D, post descensum per A B, atque per E B. Accidet vero, quod tempus ascensus per B D longius erit, quam per B C, prout descensus quoque per E B



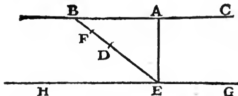
613

longiori fit tempore, quam per A B: ratio autem eorundem temporum jam demonstrata est eadem, ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo, ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus ęqualibus peractorum in planis, quorum diversę sint inclinationes, eędem tamen elevationes: hoc est, quę inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit juxta sequentem rationem.

THEOR. XV. PROP. XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano elevato ab ejus imo termino, spatium, quod a mobili post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore æquali tempori casus, majus est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum ejusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales B C, H G, sint perpendiculum A E, & planum elevatum E B, super quo post casum in perpendiculo A E ex termino E, fiat reflexio versus B. Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori descensus A E, majus esse quam A E, minus vero quam duplum ejusdem A E. Ponatur E D, ipsi A E æquale, & ut E B ad B D, ita fiat D B ad B F. Ostendetur primo, punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per E B perveniet tempore



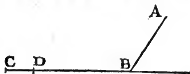
æquali tempori A E: deinde, E F majus esse quam E A; minus vero quam duplum ejusdem. Si intelligamus, tempus descensus per A E esse, ut A E, erit tempus descensus per B E, seu ascensus per E B, ut ipsa linea B E: cumque D B media sit inter E B, B F, sitque B E tempus descensus per totam B E, 614 erit B D tempus descensus per B F, & reliqua D E tempus descensus per reliquam F E. Verum idem est tempus per F E ex quiete in B, atque tempus ascensus per E F, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum B E seu A E acquisitus: ergo idem tempus D E erit id, in quo mobile post casum ex A per A E, motu reflexo per E B, pervenit ad signum F. Positum autem est, E D esse æquale ipsi A E, quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota E B ad totam B D, ita ablata D B ad ablatam B F, erit, ut tota E B ad totam B D, ita reliqua E D ad D F. Est autem E B major B D: ergo & E D major D F, & E F minor quam dupla D E, seu A E; quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculo, sed in plano inclinato fiat;

fiat; eademque eſt demonſtratio, dummodo planum reflexum ſit minus acclive, nempe longius plano declivi.

THEOR. XVI. PROP. XXV.

Si poſt caſum per aliquod planum inclinatum ſequatur motus per planum horizontis, erit tempus caſus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

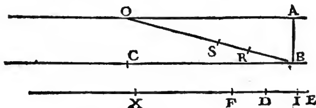
Sit linea horizontis C B, planum inclinatum A B, & poſt caſum per A B ſequatur motus per horizontem, in quo ſumatur quodlibet ſpatium B D. Dico, tempus caſus per A B ad tempus motus per B D eſſe, ut dupla A B ad B D. Sumpta enim B C ipſius A B dupla, conſtat ex prædemonſtratis, tempus caſus per A B æquari tempori motus per B C: ſed tempus motus per B C ad tempus motus per D B eſt, ut linea C B ad lineam B D: ergo tempus motus per A B, ad tempus per B D, eſt, ut dupla A B ad B D; quod erat probandum.



PROBL. X. PROP. XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque ſpatio majori eodem perpendiculo, ſed minori quam duplo ejuſdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere inter eaſdem parallelas, ſuper quo motu reflexo poſt deſcenſum in perpendiculo conficiat mobile ſpatium dato æquale, & in tempore æquali tempori deſcenſus in perpendiculo.

Inter parallelas horizontales A O, B C, ſit perpendiculum A B; F E vero major ſit, quam B A, minor vero quam dupla ejuſdem. Oportet ex B planum inter horizontales erigere, ſuper quo mobile poſt caſum ex A in B, motu reflexo, in tempore æquali tempori deſcenſus per A B conficiat aſcendendo ſpatium æquale ipſi E F, Ponatur E D æqualis A B, erit reliqua D F minor, com tota E F minor ſit quam dupla ad A B: ſit D I æqualis D F, & ut E I ad I



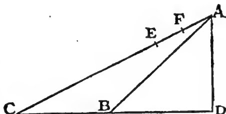
D, ita fiat D F ad aliam F X, atque ex B reflectatur recta B O æqualis E X. Dico planum per B O eſſe illud, ſuper quo poſt caſum A B mobile in tempore æquali tempori caſus per A B pertranſit aſcendendo ſpatium æquale dato ſpatio E F. Ipſis E D, D F æquales ponantur B R, R S: Cum enim ſit, ut
615 E I ad I D, ita D F ad F X: erit componendo, ut E D ad D I, ita D X ad X F; hoc eſt, ut E D ad D F, ita D X ad X F, & E X ad X D; hoc eſt,

eſt, ut B O ad O R, ita R O ad O S. Quod ſi ponamus, tempus per A B eſſe A B, erit tempus per O B ipſa O B; & R O tempus per O S; & reliqua B R tempus per reliquum S B, deſcendendo ex O in B. Sed tempus deſcenſus per S B ex quiete in O eſt æquale tempori aſcenſus ex B in S poſt deſcenſum A B: ergo B O eſt planum ex B elevatum, ſuper quo poſt deſcenſum per A B conficitur tempore B R ſeu B A ſpatium B S æquale ſpatio dato E F. Quod facere oportebat.

THEOR. XVII. PROP. XXVII.

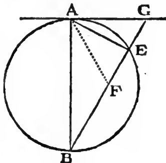
Si in planis inæqualibus, quorum eadem ſit elevatio, deſcendat mobile, ſpatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum brevius, eſt æquale ſpatio, quod componitur ex ipſo breviori plano, & ex parte, ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad exceſſum, quo longius brevius ſuperat.

Sit planum A C longius, A B vero brevius, quorum eadem ſit elevatio A D; & ex ima parte A C ſumatur C E æquale ipſi A B; & quam rationem habet totum C A ad A E, (nempe ad exceſſum plani C A ſuper A B) hanc habeat C E ad E F. Dico, ſpatium F C eſſe illud, quod conficitur poſt diſceſſum ex A tempore æquali tempori deſcenſus per A B. Cum enim totum C A ad totum A E ſit, ut ablatum C E ad ablatum E F; erit reliquum E A ad reliquum A F, ut totum C A ad totum A E. Sunt itaque tres C A, A E, A F, continue proportionales. Quod ſi ponatur, tempus per A B eſſe ut A B; erit tempus per A C ut A C, tempus vero per A F, erit ut A E, & per reliquum F C, erit ut E C; eſt autem E C ipſi A B æquale: ergo ſit propoſitum.



THEOR. XVIII. PROP. XXVIII.

Tangat horizontalis linea A G circulum, & a contactu ſit diameter A B, & 616
duæ chordæ utcunque A E B. Determinanda ſit ratio temporis caſus per A B ad tempus deſcenſus per ambas A E B. Extendatur B E uſque ad tangentem in G, & angulus B A E bifariam ſecetur, ducta A F. Dico, tempus per A B ad tempus per A E B eſſe, ut A E ad A E F. Cum enim angulus F A B æqualis ſit angulo F A E; angulus vero E A G angulo A B F; erit totus G A F duobus F A B, A B F æqualis; quibus æquatur quoque angulus G F A; ergo linea G F ipſi G A eſt æqualis. Et quia rectangulum B G E æquatur quadrato G A; erit quoque equale quadrato G F, & tres lineæ B G, G F, G E, proportionales.



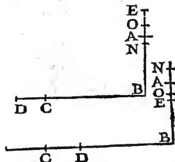
les. Quod si ponatur, A E esse tempus per A E, erit G E tempus per G E; & G F tempus per totam G B, & E F tempus per E B, post descensum ex G, seu ex A per A E. Tempus igitur per A E, seu per A B ad tempus per A E B est, ut A E ad A E F; quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur G F æqualis G A; constat, G F esse mediam proportionalem inter B G, G E. Reliqua ut supra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cujus termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars æqualis dimidio spatii in horizontali dato, mobile ex tali altitudine descendens, & in horizontali conversum, conficiet horizontale spatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium B C, & ex termino B sit perpendiculum, in quo B A sit dimidium ipsius B C. Dico, tempus, quo mobile ex A demissum conficiet ambo spatia A B, B C, esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium B C cum parte perpendiculi, sive majori, sive minori parte A B, conficeretur. Sit sumpta major, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda, E B. Ostendendum est, tempus, quo conficiuntur spatia B E, B C, longius esse tempore, quo conficiuntur A B, B C. Intelligatur, tempus per A B esse ut A B; erit quoque tempus motus in horizontali B C, cum B C dupla sit ad A B & per am-

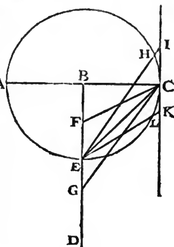


617 bo spatia A B C, tempus erit dupla B A. Sit B O media inter E B, B A. Erit B O tempus casus per E B. Sit præterea horizontale spatium B D duplum ipsius B E; constat, tempus ipsius post casum E B esse idem B O. Fiat, ut D B ad B C, seu ut E B ad B A, ita O B ad B N, & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque O B tempus per B D post casum ex E, erit N B tempus per B C post casum ex eadem altitudine E. Ex quo constat, O B cum A N esse tempus per E B C; cumque dupla B A sit tempus per A B C; ostendendum relinquitur, O B cum B N majora esse quam dupla B A; Cum autem O B media sit inter E B, B A; ratio E B ad B A dupla est rationis O B ad B A; & cum E B ad B A sit, ut O B ad B N, erit quoque ratio O B ad B N dupla rationis O B ad B A; verum ipsa ratio O B ad B N componitur ex rationibus O B ad B A, & A B ad B N: ergo ratio A B ad B N est eadem cum ratione O B ad B A. Sunt igitur B O, B A, B N tres continue proportionales, & O B cum B N majores quam dupla B A. Ex quo patet propositum.

THEOR. XIX. PROP. XXX.

Si ex aliquo puncto lineæ horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat: tale planum erit illud,

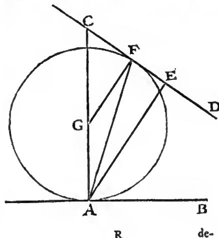
illud, quod de perpendiculo abscindit partem æqualem distantiæ puncti accepti in horizontali a termino perpendiculi.



Sit perpendiculum B D ex puncto B horizontalis lineæ A C descendens, in qua sit quodlibet punctum C, & in perpendiculo ponatur distantia B E æqualis distantiæ B C, & ducatur C E. Dico, planorum omnium ex puncto C usque ad perpendiculum inclinatorum C E esse illud, super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendiculum. Inclinentur enim supra, & infra plana C F, C G, & ducatur I K circulum semidiametro B C descriptum tangens in C, quæ erit perpendiculo æquidistans, & ipsi C F parallela sit E K, usque ad tangentem protracta, secans circumferentiam circuli in L; constat tempus casus per L E esse æquale tempori casus per C E, sed tempus per K E est longius, quam per L E; ergo tempus per K E longius est, quam per C E; sed tempus per K E æquatur tempori per C F, cum sint æquales, & secundum eandem inclinationem ductæ: similiter cum C G, & I E sint æquales, & juxta eandem inclinationem inclinatæ, tempora lationum per ipsas erunt equalia: sed tempus per H E breviorem ipsa I E est brevius tempore per I E; ergo tempus quoque per C E, (quod equatur tempori per H E,) brevius erit tempore 618
per I E. Patet ergo propositum.

THEOR. XX. PROP. XXXI.

Si linea recta super horizontalem fuerit utcunque inclinata: planum a dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud, quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.



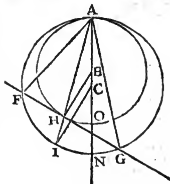
Sit C D linea supra horizontalem A B utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A, educantur ex eo A C perpendicularis ad A B, A E vero perpendicularis ad C D, & angulum C A E bifariam dividat F A linea. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ C D ad punctum A inclinatorum extensum per F A esse, in quo tempore omnium brevissimo fiat

descensus. Ducatur F G ipsi A E parallela, erunt anguli G F A, F A E coalterni æquales: est autem E A F ipsi F A G æqualis: ergo trianguli latera FG, G A æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo G A circulus describatur, transibit per F & horizontalem, & inclinatam tanget in punctis A F: est enim angulus G F C rectus, cum G F ipsi A E sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per F A. Quod erat demonstrandum.

L E M M A.

Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem qualibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ a contactu circulorum ad tria puncta rectæ
619 *lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli, & ad sectiones exterioris protractæ angulos in contactu circulorum æquales continebunt.*

Tangant se intus in puncto A duo circuli, quorum centra, B minoris, C majoris: interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea F G in puncto H, majorem autem secet in punctis F, G, & connectantur tres lineæ A F, A H, A G. Dico, angulos ab illis contentos F A H, G A H esse æquales. Extendatur A H usque ad circumferentiam in I, & ex centris producantur B H, C I, & per eadem centra ducta sit B C, quæ extensa cadet in contactum A, & in circumferentias circulorum in O, & N. Et quia anguli I C N, H B O æquales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli I A N, erunt lineæ B H, C I parallelæ. Cumque B H ex centro ad contactum sit perpendicularis ad F G, erit quoque ad eandem perpendicularis C I, & arcus F I arcui I G æqualis, & quod consequens est, angulus F A I, angulo I A G. Quod erat ostendendum.



T H E O R. XXI. P R O P. XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, & ab altero ipsorum qualibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur, quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se æqualibus.

Sint in horizonte duo puncta A, B, & ex B inclinetur recta B C, in qua ex termino B sumatur B D ipsi B A æqualis, & jungatur A D. Dico, casum per A D velocius fieri, quam per quamlibet ex A ad inclinatam B C productam. Ex punctis enim A, D ad ipsas B A, B D, perpendiculares ducantur A E, D E, se se in E secantes; & quia in triangulo æquicruri A B D anguli B A D, B D A sunt æquales, erunt reliqui ad rectos D A E, E D A æquales; ergo centro E in-

E intervallo E A descriptus circulus per D quoque transibit: & lineas B A, B D tanget in punctis A, D. Et cum A sit terminus perpendiculi A E, casus per A D citius absolvetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam B C ultra circumferentiam circuli extensam, quod erat primo ostendendum. 620

Quod si extenso perpendiculo A E, in eo sumatur quodvis centrum F, & secundum intervallum F A circulus A G C describatur tangentem lineam in punctis G, C secans: junctæ A G, A C per angulos æquales a media A D ex ante demonstratis dirimentur, & per ipsas lationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli A G C terminentur.

PROBL. XII. PROP. XXXIII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo, idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

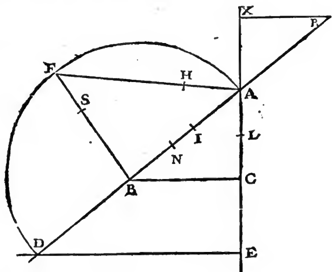
Sint perpendiculum, & planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, A B, A C, oportet in perpendiculo B A, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens mobile conficiat spatium A C eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum A B ex quiete in A. Ponatur D C E ad angulos rectos ad A C, & secetur C D æqualis A B, & jungatur A D: erit angulus A D C major angulo C A D, (est enim C A major quam A B, seu C D,) fiat angulus D A E æqualis angulo A D E, & ad ipsam A E perpendicularis sit E F plano inclina-

to, & utrique extenso occurrens in F, & utraque A I, A G ponatur ipsi C F æqualis, & per G ducatur G H horizonti æquidistans. Dico, H esse punctum, quod quæritur.

621 Intelligatur enim tempus casus per perpendiculum A B esse A B, erit tempus per A C ex quiete in A ipsamet A C. Cumque in triangulo rectangulo A E F ab angulo recto E perpendicularis ad basim A F sit acta E C, erit A E media inter F A, A C, & C E media inter A C, C F, hoc est, inter C A, A I, & cum ipsius A C tempus ex A sit A C; erit A E tempus totius A F, & E C tempus ipsius A I. Quia vero in triangulo æquicruri A E D latus A E est æquale lateri E D, erit E D tempus per A F, & est E C tempus per A I; ergo C D, hoc est A B, erit tempus per I F ex quiete in A, quod idem est ac si dicamus, A B esse tempus per A C ex G, seu ex H; quod erat faciendum.

PROBL. XIII. PROP. XXXIV.

Dato plano inclinato, & perpendiculo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo mobile decidens, & per planum inclinatum conversum utcumque, conficiat tempore eodem, ac solum planum inclinatum ex quiete in ejus superiori termino.



Sint planum inclinatum, & perpendiculum, A B, A C, quorum idem sit terminus A. Oportet in perpendiculo ad partes A extenso punctum sublime reperire, ex quo mobile decidens, & per planum A B conversum, partem assumptam perpendiculi, & planum A B, conficiat tempore eodem, ac solum planum A B ex quiete in A.

Sit

Sit horizontalis linea B C, & secetur A N æqualis A C: & ut A B ad B N; ita fiat A L ad L C: & ipsi A L ponatur æqualis A I, & ipsarum A C, B I, tertia proportionalis sit C E in perpendiculo A C producto signata. Dico, C E esse spatium quæsitum: adeo ut extenso perpendiculo supra A, & assumpta parte A X ipsi C E æquali, mobile ex X conficiet utrumque spatium X A B æquali tempore, ac solum A B ex A. Ponatur horizontalis X R æquidistans B C, cui occurrat B A extensa in R, deinde producta A B in D, ducatur E D æquidistans C B, & supra A D semicirculus describatur, & ex B ipsi D A perpendicularis erigatur B F usque ad circumferentiam. Patet, F B esse mediam inter A B, B D, & ductam F A mediam inter D A, A B. Ponatur B S æqualis B I, & F H æqualis F B. Et quia, ut A B ad B D, ita A C ad C E, estque B F media inter A B, B D, & B I media inter A C, C E; erit ut B A ad A C, ita F B ad B S. Et cum sit ut B A ad A C, seu ad A N, ita F B ad B S, erit per conversionem rationis B F ad F S, ut A B ad B N, hoc est, A L ad L C; rectangulum igitur sub F B, C L, æquatur rectangulo sub A L, S F; hoc autem rectangulum A L, S F, est excessus rectanguli sub A L, F B, seu A I, B F, super rectangulo A I, B S, seu A I B; rectangulum vero F B, L C est excessus rectanguli A C, B F, super rectangulo A L, B F; rectangulum autem A C, B F, æquatur rectangulo A B I; (est enim ut B A ad A C, ita F B, ad B I) excessus igitur rectanguli A B I super rectangulo A I, B F, seu A I, F H, æquatur excessui rectanguli A I, F H, super rectangulo A I B; ergo bina rectangula A I, F H, æquantur duobus A B I, A I B: nempe binis A I B, cum quadrato B I. Commune sumatur quadratum A I, erunt bina rectangula A I B, cum duobus quadratis A I, I B, nempe quadratum ipsum A B, æquale binis rectangulis A I, F H, cum quadrato A I. Communiter rursus assumpto quadrato B F, erunt duo quadrata A B, B F; nempe unicum quadratum A F, æquale binis rectangulis A I, F H, cum duobus quadratis A I, F B, id est A I, F H. Verum idem quadratum A F æquale est binis rectangulis A H F, cum duobus quadratis A H, H F; ergo bina rectangula A I, F H, cum quadratis A I, F H, æqualia sunt binis rectangulis A H F cum quadratis A H, H F; & dempto communi quadrato H F bina rectangula A I, F H, cum quadrato A I erunt æqualia binis rectangulis A H F cum quadrato A H. Cumque rectangulorum omnium F H sit latus commune, erit linea A H æqualis lineæ A I, si enim major, vel minor esset, rectangula quoque F H A, & quadratum H A, majora vel minora essent rectangulis F H, I A, & quadrato I A; contra id, quod demonstratum est. 622

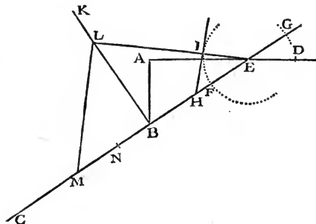
Modo si intelligamus tempus casus per A B esse ut A B, tempus per A C erit ut A C, & ipsa I B media inter A C, C E, erit tempus per C E, seu per X A ex quiete in X, cumque inter D A, A B, seu R B, B A media sit A F, inter vero A B, B D, id est R A, A B, media sit B F, cui æquatur F H, erit ex prædemonstratis excessus A H tempus per A B ex quiete in R, seu post casum ex X; dum tempus ejusdem A B ex quiete in A fuerit A B. Tempus igitur per X A, est I B; per A B vero post R A, seu post X A, est A I; ergo tempus per X A B erit ut A B, idem nempe cum tempore per solam A B ex quiete in A. Quod erat propositum.

PROBL. XIV. PROP. XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, atque in eadem cum perpendiculo.

Sit

623 Sit perpendiculum A B; & ad ipsum inflexa B C. Oportet in B C partem accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, ac in eadem cum perpendiculo A B. Ducatur horizon A D, cui inclinata C B extensa occurrat in E, ponaturque B F æqualis B A; & centro E intervallo E F circulus describatur F I G; & F E ad circumferentiam usque protrahatur in G; & ut G B ad B F, ita fiat B H ad H F; & H I circulum tangat in I. Deinde ex B perpendicularis ad F C erigatur B K, cui occurrat in L linea E I L; tandem ipsi E L perpendicularis ducatur L M occurrens B G in M. Dico, in linea B M

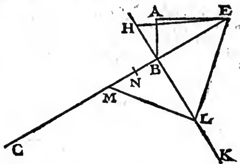


ex quiete in B fieri motum eodem tempore, ac ex quiete in A per ambas A B, B M. Ponatur E N æqualis E L. Cumque ut G B ad B F, ita sit B H ad H F; erit permutando, ut G B ad B H, ita B F ad F H & dividendo G H ad H B, ut B H ad H F. Quare rectangulum G H F quadrato H B erit æquale: sed idem rectangulum æquatur quoque quadrato H I; ergo B H ipsi H I est æqualis. Cumque in quadrilatero I L B H latera H B, H I sint æqualia, & anguli B, I recti, erit latus quoque B L ipsi L I æquale: est autem E I æqualis E F; ergo tota L E, seu N E, duabus L B, E F est æqualis: auferatur communis E F; erit reliqua F N ipsi L B æqualis; at posita est F B æqualis ipsi B A; ergo L E duabus A B, B N æquatur. Rursus si intelligatur, tempus per A B esse ipsam A B; erit tempus per E B ipsi E B æquale: tempus autem per totam E M erit E N, media scilicet inter M E, E B; quare reliquæ B M tempus casus post E B, seu post A B, erit ipsa B N. Positum autem est, tempus per A B esse A B: ergo tempus casus per ambas A B M est A B N; cum autem tempus per E B ex quiete in E sit E B; tempus per B M ex quiete in B erit media proportionalis inter B E, B M; hæc autem est B L: tempus igitur per ambas A B M ex quiete in A est A B N; tempus vero per B M solam ex quiete in B est B L: ostensum autem est, B L esse æqualem duabus A B, B N; ergo patet propositum.

Aliter magis expedite.

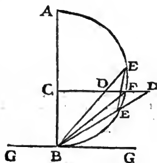
624 Sit B C planum inclinatum, B A perpendiculum. Ducta perpendiculari per B ad

B ad E C, & utrinque extensa, ponatur B H æqualis excessus B E super B A: & angulo B H E ponatur æqualis angulus H E L: ipsa vero E L extensa occurrat B K in L; & ex L excitetur perpendicularis ad E L, L M occurrens B C in M. Dico, B M esse spatium in plano E C quæsitum. Quia enim angulus M L E rectus est, erit B L media inter M B, B E; & L E media inter M E, E B, cui E L secetur æqualis E N; & erunt tres lineæ N E, E L, L H æquales, & H B erit excessus N E super B L. Verum eadem H B est etiam excessus N E super N B, B A; ergo duæ N B, B A, æquales sunt B L. Quod si ponatur, E B esse tempus per E B; erit B L tempus per B M ex quiete in B; & B N erit tempus ejusdem post E B, seu post A B; & A B erit tempus per A B; ergo tempora per A B M, nempe A B N, æqualia sunt tempori per solam B M ex quiete in B; quod est intentum.



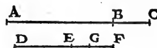
LEMMA.

Sit D C ad diametrum B A perpendicularis, & a termino B educatur B D E utcunque, & connectatur F B. Dico, F B inter D B, B E esse mediam. Connectatur E F: & per B ducatur tangens B G; quæ erit ipsi C D parallela: quare angulus D B G angulo F D B erit æqualis: at eidem G B D æquatur quoque angulus E F B in portione alterna: ergo similia sunt triangula F B D, F E B; & ut B D ad B F, ita F B ad B E.



LEMMA.

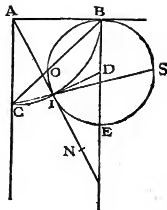
Sit linea A C major ipsa D F; & habeat A B ad B C majorem rationem, quam D E ad E F. Dico, A B ipsa D E esse majorem. Quia enim A B ad B C majorem rationem habet, quam D E ad E F, quam rationem habet A B ad B C, hanc habebit D E ad minorem quam E F: habeat ad E G: & quia A B ad B C est, ut D E ad E G, erit componendo, & per conversionem rationis, ut C A ad A B, ita G D ad D E: est autem C A major G D: ergo B A ipsa D E major erit.



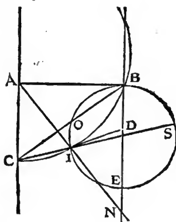
LEM-

LEMMA.

625 Sit circuli quadrans A C I B: & ex B ipsi A C parallela B E; & ex quovis centro in ea sumpto circulus B O E S descriptus tangens A B in B, & secans circumferentiam quadrantis in I; & juncta sit C B, & C I usque ad S extensa. Dico, lineam C I minorem semper esse ipsa C O. Jungatur A I, quæ circulum B O E tanget. Si enim ducatur D I, erit æqualis ipsi D B; cum vero D B quadrantem tangat, tanget etiam eumdem D I: & ad diametrum A I erit perpendicularis. Quare & ipsa A I circulum B O E tanget in I. Et quia angulus A I C major est angulo A B C, cum majori insistat peripheriæ: ergo angulus quoque S I N ipso A B C major erit; quare portio I E S major est portione B O; & linea C S centro vicinior major ipsa C B: quare & C O major C I; cum S C ad C B sit, ut O C ad C I.



Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) B I C quadrante fuerit minor; nam perpendicularis D B circulum secabit C I B; quare D I quoque, cum ipsi D B sit æqualis, & angulus D I A erit obtusus, & ideo A I N circulum quoque B I N secabit: cumque angulus A B C minor sit angulo A I C, qui æquatur ipsi S I N; iste autem est adhuc minor eo, qui ad contactum in I fieret per lineam S I; ergo portio S E I est longe major portione B O; unde, &c. quod erat demonstrandum.

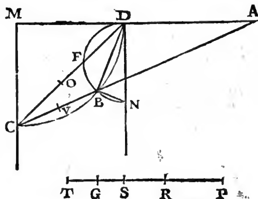


THEOR. XXII. PROP. XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non majorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cujus duo alia plana ad quodlibet circumferentiæ punctum inflectantur, descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

Sit

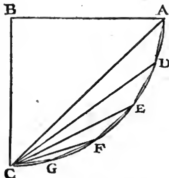
Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C circumferentia C B D, non major quadrante, in qua fit planum elevatum C D, & duo plana a terminis D, C, inflexa ad quodlibet punctum B in circumferentia sumptum: Dico, tempus descensus per ambo plana D B C brevius esse tempore descensus per solum D C, vel per unicum B C ex quiete in B. Ducta sit per D horizontalis M D A; cui C B extensa occurrat in A: sintque D N, M C ad M D, & B N ad B D perpendiculares: & circa triangulum rectangulum D B N semicirculus describatur D F B N, secans D C in F: & ipsarum C D, D F media sit proportionalis D O; ipsarum autem C A, A B media sit A V. Sit autem P S tempus, quo peragitur tota D C, vel B C, (constat enim, tempore eodem peragi utramque) & quam rationem habet C D ad D O, hanc habeat tempus S P ad tempus P R: erit tempus P R id, in quo mobile ex D peragit D F; R S vero id, in quo reliquum F C. Cum vero P S sit quoque tempus, quo mobile ex B peragit B C; si fiat ut B C ad C D, ita S P ad P T; erit P T tempus casus ex A in C; cum D C media sit inter A C, C B, ex ante demonstratis. Fiat tantum, ut C A ad A V, ita T P ad P G; erit P G tempus, quo mobile ex A venit in B; G T vero tempus residuum motus B C consequentis post motum ex A in B. Cum vero D N circuli D F N diameter ad horizontem sit erecta, temporibus aequalibus peragentur D F & D B lineae, Quare si demonstratum fuerit, mobile citius permeare B C post casum D B, quam F C post peractam D F, habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit mobile veniens ex D per D B ipsam B C; ac si venerit ex A per A B; cum ex utroque casu D B, A B, aequalia accipiat velocitatis momenta; ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi B C post A B quam F C post D F. Explicatum est autem, tempus, quo peragitur B C post A B, esse G T: tempus vero ipsius F C post D F esse R S. Ostendendum itaque est, R S majus esse quam G T: quod sic ostenditur; quia ut S P ad P R, ita C D ad D O, per conversionem rationis; & convertendo, ut R S ad S P, ita O C ad C D: ut autem S P ad P T, ita D C ad C A: & quia est ut T P ad P G, ita C A ad A V; per conversionem rationis erit quoque ut P T ad T G, ita A C ad C V; ergo ex aequali, ut R S ad G T, ita O C ad C V; est autem O C major quam C V, ut mox demonstrabitur; ergo tempus R S majus est tempore G T; quod demonstrare oportebat. Cum vero C F major sit C B, F D vero minor B A; habebit C D ad D F majorem rationem, quam C A ad A B; ut autem C D ad D F, ita quadratum C O ad quadratum O F; cum sint C D, D O, D F, proportionales, ut vero C A ad A B, ita quadratum C V ad quadratum V B; ergo C O ad O F majorem ratio-



rationem habet quam C V ad V B; igitur ex Lemmate prædicto C O major est quam C V. Constat insuper, tempus per D C ad tempus per D B C esse, ut D O C ad D O cum C V.

SCHOLIUM.

Ex his, quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum, non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem fieri. In quadrante enim B A E C, cujus latus B C sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus A C in quotcunque partes æquales, A D, D E, E F, F G, G C; & ductæ sint rectæ ex C ad puncta A, D, E, F, G; & junctæ sint rectæ quoque A D, D E, E F, F G, G C. Manifestum est, lationem per duas A D C citius absolvi, quam per unam A C, vel D C ex quiete in D; sed ex quiete in A citius absolvitur D C, quam duæ A D C; sed per duas D E C ex quiete in A verisimile est citius absolvi descensum quam per solam C D. Ergo descensus per tres A D E C absolvitur citius quam per duas A D C. Verum similiter procedente descensu per A D E, citius fit latio per duas E F C quam per solam E C. Ergo per quatuor A D E F C citius fit motus quam per tres A D E C. Ac tandem per duas F G C post præcedentem descensum per A D E F citius absolvitur latio quam per solam F C. Ergo per quinque A D, E F G C breviori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor A D E F C. Quo igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A C.

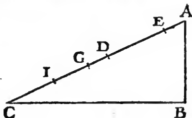


Quod autem in quadrante explicatum est, contigit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

PROBL. XV. PROP. XXXVII.

Dato perpendiculo, & plano inclinato, quorum eadem sit elevatio, partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint A B perpendiculum, & A C planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo A B, quæ post quietem in A conficiatur tempore æquali tempori, quo conficitur perpendiculum. Po-
628 natur A D æqualis A B; & reliqua D C bifariam secetur in I; & ut A C ad C I, ita fiat C I ad aliam A E; cui ponatur æqualis D G. Patet, E G æqualem esse A D, & A B. Dico insuper, hanc



E G eam esse, quæ conficitur a mobili veniente ex quiete in a tempore æquali tempori, quo mobile cadit per A B. Quia enim, ut A C ad C I, ita C I ad A E, seu I D ad D G; erit per conversionem rationis, ut C A ad A I, ita D I ad I G. Cum itaque sit ut totum C A ad totum A I ita ablatum C I ad ablatum I G: erit reliquum I A ad reliquum A G, ut totum C A ad totum A I. Est itaque A I media inter C A, A G; & C I media inter C A, A E. Si itaque ponatur, tempus per A B esse ut A B, erit A C tempus per A C; & C I, seu I D tempus per A E; cumque A I media sit inter C A, A G; sitque C A tempus per totam A C; erit A I tempus per A G; & reliquum I C per reliquum G C: fuit autem D I tempus per A E: sunt itaque D I, I C tempora per utrasque A E, C G; ergo reliquum D A erit tempus per E G, æquale nempe tempori per A B. Quod faciendum fuit.

COROLLARIUM.

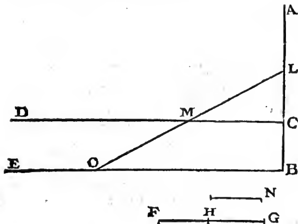
Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam, & inferam, quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBL. XVI. PROP. XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus a perpendiculo sectis, in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia mobilia, & in planis horizontalibus reflexa conficiant in temporibus æqualibus temporibus casuum in iisdem horizontalibus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcumque datam rationem minoris ad majorem.

Secta sint plana horizontalia, C D, B E, a perpendiculo A C B, sitque data ratio minoris ad majorem N ad F G. Oportet in perpendiculo A B punctum sublime reperire, ex quo mobile cadens, & in plano C D reflexum tempore æquali tempori sui casus spatium conficiat, quod ad spatium ab altero mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per B E planum, habeat rationem eamdem cum data N ad F G. Ponatur G H æqualis ipsi N; & ut F H ad H G, ita fiat B C ad C L. Dico, L esse punctum sublime quæsitum. Accepta enim C M dupla ad C L, ducatur L M

plano B E occurrens in O; erit B O dupla B L. Et quia, ut F H ad H G, ita B C ad C L; erit componendo, & convertendo, ut H G, hoc eſt N ad G F, ita C L ad L B, hoc eſt C M ad B O. Cum autem C M dupla ſit ad L C, ſit, ſpatium C M eſſe illud, quod a mobili veniente ex L poſt caſum L C conficitur in pla-



629 no C D; & eadem ratione B O eſſe illud, quod conficitur poſt caſum L B in tempore æquali tempori caſus per L B; cum B O ſit dupla ad B L; ergo patet propoſitum.

Sagr. Parmi veramente, che conceder ſi poſſa al noſtro Accademico, che egli ſenza jattanza abbia nel principio di queſto ſuo trattato potuto attribuirſi di arrecarci una nuova ſcienza intorno a un ſuggetto antichiſſimo. Ed il vedere con quanta felicità, e chiarezza da un ſolo ſempliciſſimo principio ei deduca le dimoſtrazioni di tante propoſizioni, mi fa non poco maravigliare, come tal materia ſia paſſata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide, e tanti altri Matematici, e Filoſofi illuſtri, e maſſime che del moto ſi trovano ſcritti volumi grandi, e molti.

Salv. Si vede un poco di fragmento d' Euclide intorno al moto, ma non vi ſi ſcorge veſtigio, che egli s' incamminaſſe all' inveſtigazione della proporzione dell' accelerazione, e delle ſue diverſità ſopra le diverſe inclinazioni. Talchè veramente ſi può dire eſſerſi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di concluſioni infinite, ed ammirande, le quali nei tempi avvenire potranno eſercitare altri ingegni.

Sagr. Io veramente credo, che ſiccome quelle poche paſſioni (dirò per eſempio) del cerchio dimoſtrate nel terzo de' ſuoi elementi da Euclide ſono l' ingreſſo ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte, e dimoſtrate in queſto breve trattato, quando paſſaſſe nelle mani di altri ingegni ſpeculativi,
630 ſarebbe ſtrada ad altre ed altre più maraviglioſe, ed è credibile, che così ſeguirebbe mediante la nobiltà del ſoggetto ſopra tutti gli altri naturali.

Lunga, ed aſſai laborioſa giornata è ſtata queſta d' oggi, nella quale ho guſtato più delle ſemplici propoſizioni, che delle loro dimoſtrazioni, molte delle quali credo, che per ben capirle mi porteranno via più d' un' ora per ciaſcheduna: ſtudio, che mi riſerbo a farlo con quiete, laſciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che avremo veduto queſta parte, che reſta intorno al moto dei Projetti; che ſarà, ſe così gli piace, nel ſeguente giorno.

Salv. Non mancherò d' eſſer con loro.

GIOR-

GIORNATA QUARTA.

Salv. A Tempo arriva ancora il Signor Simpl. però senza interpor quiete venghiamo al moto, ed ecco il Testo del nostro Autore. 631

DE MOTU PROJECTORUM.

§. Quæ in motu æquabili contingunt accidentia, itemque in motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quędam symptomata, eaque scitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe, & naturaliter accelerato, movetur: hujusmodi autem videtur esse motus ille, quem de projectis dicimus; cujus generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento: jam constat ex his, quæ fusius alibi dicta sunt, illius motum æquabilem, & perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, & in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex æquabili horizontali, & ex deorsum naturaliter accelerato, quem projectionem voco. Cujus accidentia nonnulla demonstrabimus; quorum primum sit

THEOR. I. PROP. I.

Projectum dum fertur motu composito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

Sagr. E' forza, Sig. Salviati, in grazia di me, ed anco credo io del Sig. Simplicio far qui un poco di pausa; conciossiachè io non mi son tanto inoltrato nella Geometria, ch' io abbia fatto studio in Apollonio, se non in quanto so, ch' ei tratta di queste Parabole, e dell' altre sezioni coniche, senza la cognizione delle quali, e delle lor passioni, non credo, che intender si possano le dimostrazioni di altre proposizioni a quelle aderenti. E perchè già nella bella prima proposizione ci vien proposto dall' Autore doversi dimostrare la linea descritta dal Proietto esser Parabolica, mi vo immaginando, che, non dovendosi trattar di altro, che di tali linee, sia assolutamente necessario avere una perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle, che per la presente scienza son necessarie.

Salv. V. S. si umilia molto, volendosi far nuovo di quelle cognizioni, le quali non è gran tempo, che ammesse come ben sapute: allora dico, che nel trattato delle Resistenze avemmo bisogno della notizia di certa proposizione di Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

Sagr. Può essere o che io la sapessi per ventura, o che io la supponessi per 632
una volta tanto, che ella mi bisognò in tutto quel trattato: ma qui dove mi immagino di avere a sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non bisogna, come si dice, bever grosso, buttando via il tempo, e la fatica.

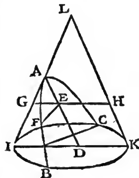
Simp. E poi rispetto a me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredo fusse

ben

ben corredato di tutti i suoi bisogni, a me cominciano già a giugner come nuovi gli stessi primi termini: perchè sebbene i nostri Filosofi hanno trattata questa materia del Moto de' Proietti, non mi sovvien, che si siano ristretti a definire, quali sieno le linee da quelli descritte, salvo che assai generalmente sien sempre linee curve, eccetto che nelle proiezioni perpendicolari sursum. Però quando quel poco di Geometria, che io ho appreso da Euclide da quel tempo in qua, che noi avemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi converrà contentarmi delle sole proposizioni credute, ma non sapute.

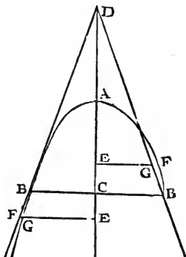
Salv. Anzi voglio io, che le sappiate mercè dell' istesso Autor dell' opera, il quale quando già mi concedè di veder questa sua fatica, perchè io ancora in quella volta non aveva in pronto i libri di Apollonio, s' ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa Parabola senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato; le quali son bene anco provate da Apollonio, ma dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; ed io voglio, che abbreviamo assai il viaggio, cavando la prima immediatamente dalla pura, e semplice generazione della essa Parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima:

Intendasi il cono retto, la cui base sia il cerchio I B K C, e vertice il punto L, nel quale, segato con un piano parallelo al lato L K, nasca la sezione B A C detta Parabola; la cui base B C seghi ad angoli retti il diametro I K del cerchio I B K C, e sia l' asse della Parabola A D parallelo al lato L K; e preso qualsivoglia punto F nella linea B F A, tirisi la retta F E parallela alla B D. Dico, che il quadrato della B D al quadrato della F E ha la medesima proporzione, che l' asse D A alla parte A E. Per lo punto E intendasi passare un piano parallelo al cerchio I B K C, il quale farà nel cono una sezione circolare, il cui diametro sia la linea G E H. E perchè sopra il diametro I K del cerchio I B K la B D è perpendicolare, sarà il quadrato della B D eguale al rettangolo fatto dalle parti I D, D K. E parimente nel cerchio superiore, che s' intende passare per i punti G F H, il quadrato della linea F E è eguale al rettangolo delle parti G E H. Adunque il quadrato della B D al quadrato della F E ha la medesima proporzione, che il rettangolo I D K al rettangolo G E H. E perchè la linea E D è parallela alla H K, sarà la E H eguale alla D K, che pur son parallele: e però il rettangolo I D K al rettangolo G E H avrà la medesima proporzione, che la I D alla G E, cioè, che la D A alla A E: adunque il rettangolo I D K al rettangolo G E H, cioè il quadrato B D al quadrato F E ha la medesima proporzione, che l' asse D A alla parte A E, che bisognava dimostrare.



633 L' altra proposizione pur necessaria al presente trattato così faremo manifesta. Segniamo la Parabola, della quale sia prolungato fuori l' asse C A in D, e preso qualsivoglia punto B, per esso intendasi prodotta la linea B C parallela alla base di essa Parabola. E posta la D A eguale alla parte dell' asse C A, dico, che la retta tirata per i punti D, B, non cade dentro alla Parabola, ma fuori, sicchè solamente la tocca nell' istesso punto B. Imperocchè, se è possibile, caschi dentro segandola sopra, o prolungata segandola sotto. Ed in essa sia

sia preso qualsivoglia punto G, per lo quale passi la retta F G E. E perchè il quadrato F E è maggiore del quadrato G E, maggior proporzione avrà esso quadrato F E al quadrato B C, che il quadrato G E al medesimo B C. E perchè per la precedente il quadrato F E al quadrato B C sta come la E A alla A C, adunque maggior proporzione ha la E A alla A C, che il quadrato G E al quadrato B C, cioè che il quadrato E D al quadrato D C (essendochè nel triangolo D G E come la G E alla parallela B C, così sta E D a D C.) ma la linea E A alla A C, cioè alla A D, ha la medesima proporzione, che 4. rettangoli E A D a 4. quadrati di A D, cioè al quadrato C D (che è eguale a 4 quadrati di A D) adunque 4 rettangoli E A D al quadrato C D avranno maggior proporzione, che il quadrato E D al quadrato D C; adunque 4. rettangoli E A D saranno maggiori del quadrato E D: il che è falso, perchè son minori: imperocchè le parti E A, A D della linea E D non sono eguali. Adunque la linea D B tocca la Parabola in B, e non la sega; il che si doveva dimostrare.

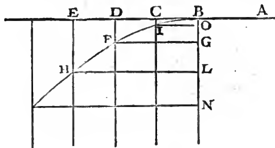


Simpl. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande; ed andate sempre, per quanto mi pare, supponendo, che tutte le proposizioni di Euclide mi siano così familiari e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur ora l'uscirmi addosso, che 4 rettangoli E A D son minori del quadrato D E, perchè le parti E A, A D della linea E D non sono eguali, non mi quieta, ma mi lascia sospeso.

Salv. Veramente tutti i Matematici non vulgari suppongono, che il lettore abbia prontissimi almeno gli Elementi di Euclide: e qui per supplire al vostro bisogno basterà ricordarvi una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che quando una linea è segata in parti eguali, ed in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè, del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti. Onde è manifesto, che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Ora di queste due proposizioni dimostrate, prese dagli Elementi Conici, conviene, che tenghiamo 634
memoria, per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: che di queste sole, e non di più si serve l'Autore. Ora possiamo ripigliare il testo per vedere in qual maniera ci vien dimostrando la sua prima proposizione, dove egli intende di provarci la linea descritta dal mobile grave, che mentre ci discende con moto composto dell' equabile orizontale, e del naturale descendente, sia una Semiparabola.

Intelligatur horizontalis linea, seu planum A B in sublimi positum: super quo ex A in B motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in B superveniat ipsi mobili a propria gravitate motus naturalis deorsum juxta per-

perpendicularem B N. Intelligatur insuper plano A B in directum posita linea B E, tanquam temporis effluxus, seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales, B C, C D, D E, atque ex punctis B, C, D, E, intelligantur productæ lineæ perpendiculo B N æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars C I; cujus quadrupla sumatur in sequenti D F, nonupla E H, & consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum, C B, D B, E B, seu dicamus, in ratione earundem linearum duplicata. Quod si mobili ultra B versus C æquabili latione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem C I superadditum intelligamus, reperietur tempore B C in termino I constitutum. Ulterius autem procedendo, tempore D B, duplo scilicet B C, spatium descensus deorsum erit spatii primi C I quadruplum: demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta a gravi motu naturaliter accelerato esse in duplicata ratione temporum. Pariterque consequenter spatium E H peractum tempore B E erit ut 9 adeo ut manifeste constet, spatia E H, D F, C I, esse inter se ut quadrata linearum E B, D B, C B. Ducantur modo a punctis I, F, H, rectæ I O, F G, H L, ipsi E B æquidistantes; erunt H L, F G, I O lineæ lineis E B, D B, C B, singulæ singulis æquales; nec non ipsæ B O, B G, B L ipsis C I, D F, E H æquales. Eritque quadratum H L ad quadratum F G, ut linea L B ad B G: & quadratum F G ad quadratum I O, ut G B ad B O. Ergo puncta I, F, H, sunt in una eademque linea Parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cujuslibet magnitudinis, loca mobilis simili motu composito lati iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. Ergo patet propositum.



635 *Salv.* Questa conclusione si raccoglie dal converso della prima delle due proposizioni poste di sopra: imperocchè descritta per esempio la Parabola per li punti B, H, se alcuno delli due F, I non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro, o fuori; e per conseguenza la linea F G sarebbe o minore, o maggiore di quella, che andasse a terminare nella linea Parabolica: onde il quadrato della H L non al quadrato della F G, ma ad altro maggiore, o minore avrebbe la medesima proporzione, che ha la linea L B alla B G, ma la ha al quadrato della F G; adunque il punto F è nella Parabolica; e così tutti gli altri, ec.

Sagr. Non si può negare, che il discorso non sia nuovo, ingegnoso, e concludente, argomentando *ex suppositione*, supponendo cioè che il moto traversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore di andarsi sempre accelerando secondo la proporzione duplicaca dei tempi: e che tali moti, e loro velocità nel mescolarsi non si alterino, perturbino, ed impediscano, sicchè finalmente la linea del Projetto non vadia nella continuazion del moto a degenerare in un' altra specie; cosa, che mi si rappresenta come impossi-

poſſibile. Imperocchè, ſtante che l' aſſe della Parabola noſtra, ſecondo il quale noi ſupponghiamo farſi il moto naturale dei gravi, eſſendo perpendicolare all' Orizzonte, va a terminar nel centro della Terra, ed eſſendo che la linea Parabolica ſi va ſempre slargando dal ſuo aſſe, niun projetto andrebbe giammai a terminar nel centro, o ſe vi andrebbe, come par neceſſario, la linea del projetto tralignerebbe in altra diverſiſſima dalla Parabolica.

Simp. Io a queſte difficoltà ne aggiungo dell' altre: una delle quali è, che noi ſupponghiamo, che il piano orizzontale, il quale non ſia nè acclive, nè declive, ſia una linea retta; quaſi che una ſimil linea ſia in tutte le ſue parti egualmente diſtante dal centro, il che non è vero; perchè partendoſi dal ſuo mezzo va verſo le eſtremità ſempre più, e più allontanandoſi dal centro, e però aſcendendo ſempre; il che ſi tira in conſeguenza eſſer impoſſibile, che il moto ſi perpetui, anzi che nè pur per qualche ſpazio ſi mantenga equabile, ma ben ſempre vadia languendo. In oltre è per mio credere impoſſibile lo ſchivar l' impedimento del mezzo, ſicchè non levi l' equabilità del moto traſverſale, e la regola dell' accelerazione nei gravi cadenti. Dalle quali tutte difficoltà ſi rende molto improbabile, che le coſe dimoſtrate con tali ſuppoſizioni incoſtanti poſſano poi nelle praticate eſperienze verificarſi.

Salv. Tutte le promoſſe difficoltà, e inſtanze ſon tanto ben fondate, che ſtimo eſſere impoſſibile il rimuoverle; ed io per me le ammetto tutte, come anco credo, che il noſtro Autore eſſo ancora le ammetterebbe. E concedo, che le concluſioni così in aſtratto dimoſtrate ſi alterino in concreto, e ſi falſifichino a ſegno tale, che nè il moto traſverſale ſia equabile, nè l' accelerazione del naturale ſia colla proporzion ſuppoſta, nè la linea del Proietto ſia Parabolica, ec. Ma bene all' incontro domando, che elle non contendano al noſtro Autor medeſimo quello, che altri grandiſſimi uomini hanno ſuppoſto, ancorchè falſo. E la ſola autorità di Archimede può quietare ogn' uno: il quale nelle ſue Meccaniche, e nella prima quadratura della Parabola piglia come principio vero, l' ago della bilancia, o ſtadera eſſere una linea retta in ogni ſuo punto egualmente diſtante dal centro comune dei gravi; e le corde alle quali ſono appeſi i gravi eſſer tra di loro parallele. La qual licenza viene da alcuni ſcuſata, perchè nelle noſtre pratiche gli ſtrumenti 936
noſtri, e le diſtanze, le quali vengono da noi adoperate, ſon così piccole in comparazione della noſtra gran lontananza dal centro del globo terreſtre, che ben poſſiamo prendere un minuto di un grado del cerchio maſſimo, come ſe fuſſe una linea retta, e due perpendicoli, che dai ſuoi eſtremi pendeſſero, come ſe fuſſero paralleli. Che quando nelle opere pratiche ſi aveſſe a tener conto di ſimili minuzie, biſognerebbe cominciare a riprendere gli Architetti, li quali col perpendicolo ſuppongono di alzar le altiſſime torri tra linee equidiſtanti. Aggiungo qui, che noi poſſiamo dire, che Archimede, e gli altri ſuppoſero nelle loro contemplazioni eſſer coſtituiti per infinita lontananza remoti dal centro: nel qual caſo i loro aſſunti non erano falſi; e che però concludevano con aſſoluta dimoſtrazione. Quando poi noi vogliamo praticare in diſtanza terminata le concluſioni dimoſtrate, col ſuppor lontananza immenſa, dobbiamo diſalcar dal vero dimoſtrato quello, che importa il non eſſer ſtata la lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale, che domandar ſi può immenſa in comparazione della piccolezza degli artificj praticati da noi, il maggior dei quali ſarà il tiro dei Projetti, e di queſti quello ſolamente dell' Artiglierie; il quale per grande che ſia non paſſerà 4. miglia di quelle, delle quali noi ſiamo lontani dal centro quaſi altrettante migliaja; ed andando queſti a terminar nella ſuperficie del globo terreſtre, ben potranno ſolo inſenſibilmente alterar quella figura parabolica, la quale ſi concede, che ſommamente ſi traſformerebbe nell' andare a terminar nel centro. Quanto poi al perturbamento procedente dall' impedimento del mezzo, queſto è più con-

ſiderabile, e per la ſua tanto moltiplice varietà incapace di poter ſotto regole ferme eſſer compreſo, e datone ſcienza; atteſochè, ſe noi metteremo in conſiderazione il ſolo impedimento, che arreca l'aria ai moti conſiderati da noi, queſto ſi troverà perturbargli tutti, e perturbargli in modi infiniti, ſecondo che in infiniti modi ſi variano le figure, le gravità, e le velocità dei mobili. Imperocchè quanto alla velocità, ſecondo che queſta ſarà maggiore, maggiore ſarà il contraſto fattogli dall' aria, la quale anco impedirà più i mobili, ſecondo che ſaranno men gravi: talchè ſebbene il grave deſcendente dovrebbe andare accelerandoſi in duplicata proporzione della durazion del ſuo moto, tuttavia per graviſſimo che fuſſe il mobile, nel venir da grandiſſime altezze, ſarà tale l' impedimento dell' aria, che gli torrà il poter creſcere più la ſua velocità, e lo ridurrà ad un moto uniforme, ed equabile: e queſta adequazione tanto più preſto, ed in minori altezze ſi otterrà, quanto il mobile ſarà men grave. Quel moto anco, che nel piano orizontale, rimoſſi tutti gli altri oſtacoli, dovrebbe eſſere equabile, e perpetuo, verrà dall' impedimento dell' aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più preſto, quanto il mobile ſarà più leggiero. Dei quali accidenti di gravità, di velocità, ed anco di figura, come variabili in modi infiniti, non ſi può dar ferma ſcienza. E però per poter ſcientificamente trattar cotal materia biſogna aſtrar da eſſi, e ritrovate, e dimoſtrate le concluſioni aſtratte dagl' impedimenti ſervircene nel praticarle con quelle limitazioni, che l' eſperienza ci verrà inſegnando. E non però piccolo ſarà l' utile, perchè le materie, e lor figure ſaranno elette le men ſoggette agl' impedimenti del mezzo: quali ſono le graviſſime, e le rotonde: e gli ſpazj, e le velocità per lo più non ſaranno sì grandi, che le loro eſorbitanze non poſſano con facil tara eſſer ridotte a ſegno. Anzi pure ne i Proietti praticabili da noi, che ſieno di materie gravi, e di figura rotonda, ed anco di materie
637 men gravi, e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe, o archi, inſenſibile ſarà del tutto lo ſvario del lor moto dall' eſatta figura Parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza) che negli artifizj da noi praticabili la piccolezza loro renda pochiſſimo notabili gli eſterni, ed accidentari impedimenti, tra i quali quello del mezzo è il più conſiderabile, vi poſſo io con due eſperienze far manifeſto. Io farò conſiderazione ſopra i movimenti fatti per l' aria, che tali ſon principalmente quelli de i quali noi parliamo, contro i quali eſſa aria in due maniere eſercita la ſua forza. L' una è coll' impedir più i mobili men gravi, che i graviſſimi. L' altra è nel contraſtar più alla velocità maggiore, che alla minore dell' iſteſſo mobile. Quanto al primo; il moſtrarci l' eſperienza, che due palle di grandezza eguali, ma di peſo l' una 10, o 12 volte più grave dell' altra, quali ſarebbero per eſempio una di piombo, e l' altra di rovere, ſcendendo dall' altezza di 150, e 200 braccia con pochiſſima differente velocità arrivano in terra, ci rende ſicuri, che l' impedimento, e ritardamento dell' aria in amendue è poco; che ſe la palla di piombo partendoſi nell' iſteſſo momento da alto coll' altra di legno, poco fuſſe ritardata, e queſta molto, per aſſai notabile ſpazio dovrebbe il piombo nell' arrivare in terra laſciarſi addietro il legno, mentre è 10 volte più grave; il che tuttavia non accade, anzi la ſua anticipazione non ſarà nè anco la centeſima parte di tutta l'altezza. E tra una palla di piombo, ed una di pietra, che di quella peſaſſe la terza parte, o la metà, appena ſarebbe oſſervabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Ora perchè l' impeto, che acquiſta una palla di piombo nel cadere da un' altezza di 200 braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile ſcorrerebbe braccia 400 in tanto tempo quanto fu quello della ſua ſceſa) è aſſai conſiderabile riſpetto alle velocità, che noi con archi, o altre macchine conferiamo a i noſtri Proietti (trattone gl' impeti dependenti dal fuoco) poſſiamo

ſenza

ſenza errore notabile concludere, e reputar come aſſolutamente vere le propoſizioni, che ſi dimoſtreranno ſenza il riguardo dell' alterazion del mezzo. Circa poi all' altra parte, che è di moſtrare, l' impedimento, che l' iſteſſo mobile riceve dall' aria, mentre egli con gran velocità ſi muove, non eſſer grandemente maggiore di quello, che gli contraſta nel muoverſi lentamente, ferma certezza ce ne porge la ſeguente eſperienza. Soſpendaſi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4, o 5 braccia due palle di piombo eguali; e attaccati i detti fili in alto ſi rimuovano amendue le palle dallo ſtato perpendicolare; ma l' una ſi allontani per 80, o più gradi, e l' altra non più che 4, o 5; ſicchè laſciate in libertà l' una ſcenda, e trapaſſando il perpendicolo deſcriva archi grandiſſimi di 160, 150, 140 gradi, ec. diminuendogli appoco appoco: ma l' altra ſcorrendo liberamente paſſi archi piccoli di 10, 8, 6, ec. diminuendogli eſſa ancora appoco appoco. Qui primieramente dico, che in tanto tempo paſſerà la prima li ſuoi gradi 180, 160, ec. in quanto l' altra li ſuoi 10, 8, ec. Dal che ſi fa manifeſto, che la velocità della prima palla ſarà 16, e 18 volte maggiore della velocità della ſeconda; ſicchè quando la velocità maggiore più doveſſe eſſere impedita dall' aria, che la minore, più rade devriano eſſer le vibrazioni negli archi grandiſſimi di 180, o 160 gradi, ec. che ne i piccoliſſimi di 10, 8, 4, ed anco di 2, e di 1; ma a queſto repugna l' eſperienza: imperocchè, ſe due compagni ſi metteranno a numerare le vibrazioni, l' uno le grandiſſime, e l' altro le piccoliſſime, vedranno, che ne numereranno non pur le decine, ma le centinaja ancora, ſenza diſcordar di una ſola, anzi di un ſol punto. E queſta oſ- 638
ſervazione ci aſſicura congiuntamente delle due propoſizioni, cioè che le maſſime, e le minime vibrazioni ſi fanno tutte a una a una ſotto tempi eguali, e che l' impedimento, e ritardamento dell' aria non opera più ne i moti velociſſimi, che ne i tardiſſimi; contro a quello, che pur dianzi pareva, che noi ancora comunemente giudicaſſimo.

Sagr. Anzi, perchè non ſi può negare, che l' aria impediſca queſti, e quelli, poichè e queſti, e quelli vanno languendo, e finalmente finiſcono, convien dire, che tali ritardamenti ſi facciano colla medeſima proporzione nell' una, e nell' altra operazione. Ma che? L' avere a far maggior reſiſtenza una volta, che un' altra, da che altro procede egli, fuor che dall' eſſere aſſalito una volta con impeto, e velocità maggiore, ed un' altra con minore? E ſe queſto è, la quantità medeſima della velocità del mobile è cagione, ed inſieme miſura della quantità della reſiſtenza. Adunque tutti i moti, ſiano tardi, o veloci, ſon ritardati e impediti coll' iſteſſa proporzione; notizia pare a me non diſprezzabile.

Salv. Poſſiam per tanto anco in queſto ſecondo caſo concludere, che le fallacie nelle concluſioni, le quali aſtraendo dagli accidenti eſterni ſi dimoſtreranno, ſieno negli artifizi noſtri di piccola conſiderazione, riſpetto a i moti di gran velocità, de i quali per lo più ſi tratta, ed alle diſtanze, che non ſono ſe non piccoliſſime in relazione alla grandezza del ſemidiametro, e de i cerchi maſſimi del globo terreſtre.

Simp. Io volentieri ſentirei la cagione per la quale V. S. ſequeſtra i Proietti dall' impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della polvere, dagli altri proietti con frombe, archi, o baleſtre, circa il non eſſere nell' iſteſſo modo ſoggetti all' alterazione, ed impedimento dell' aria.

Salv. Muovemi l' ecceſſiva, e per modo di dire, furia ſoprannaturale, colla quale tali proietti vengono cacciati; che bene anco fuora d' iperbole mi par, che la velocità, colla quale vien cacciata la palla fuori di un moſchetto, o di una artiglieria, ſi poſſa chiamar ſoprannaturale. Imperocchè ſcendendo naturalmente per l' aria da qualche altezza immenſa una tal palla, la velocità ſua mercè del contraſto dell' aria non ſi andrà accreſcendo perpetuamente: ma quello, che ne i cadenti poco

gravi si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderà ancora dopo la scesa di qualche migliaja di braccia in una palla di ferro, o di piombo, e questa terminata, ed ultima velocità si può dire esser la massima, che naturalmente può ottener tal grave per aria; la qual velocità io reputo assai minor di quella, che alla medesima palla viene impressa dalla polvere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da un' altezza di cento, o più braccia un archibuso con palla di piombo, all' ingiù perpendicolarmente sopra un pavimento di pietra; e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza di un braccio o due, e vedasi poi qual delle due palle si trovi esser più ammaccata: imperocchè se la venuta da alto si troverà meno schiacciata dell' altra, sarà segno, che l' aria gli avrà impedita, e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto; e che per conseguenza una tanta velocità non gli permetterebbe l' aria, che ella guadagnasse giammai venendo da quanto si voglia sublime altezza: che quando la velocità impressagli dal fuoco non eccedesse quella, che per se stessa naturalmente scendendo potesse acquistare, la botta all' ingiù dovrebbe più tosto esser più valida, che meno. Io non ho fatto tale espe-
639 rienza, ma inclino a credere, che una palla di archibuso, o di artiglieria cadendo da un' altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa, che ella fa in una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche, che il breve sdrucito, o vogliam dire scissura da farsi nell' aria, non basti a levar l' eccesso della furia soprannaturale impressagli dal fuoco. Questo soverchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del proietto; facendo il principio della Parabola meno inclinato, e curvo del fine. Ma questo poco, o niente può esser di pregiudizio al nostro Autore nelle praticabili operazioni: tra le quali principale è la composizione di una Tavola per i tiri, che dicono di Volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle palle tirate secondo tutte le diverse elevazioni. E perchè tali proiezioni si fanno con Mortari, e con non molta carica; in questi non essendo soprannaturale l' impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

Ma intanto procediamo avanti nel trattato, dove l' Autore ci vuole introdurre alla contemplazione, e investigazione dell' impeto del mobile, mentre si muove con moto composto di due. E prima del composto di due equabili, l' uno orizzontale, e l' altro perpendicolare.

THEOR. II. PROP. II.

Si aliquod mobile duplici motu æquabili moveatur, nempe orizontali, & perpendiculari, impetus, seu momentum lationis ex utroque motu compositæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod mobile æquabiliter duplici latione: & motioni perpendiculari respondeat spatium A B; lationi vero horizontali eodem tempore confectæ respondeat B C. Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore spatia A B, B C, erunt harum lationum momenta inter se, ut ipsæ A B, B C. Mobile vero, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit diagonalem A C. erit momentum suæ velocitatis ut A C. Verum A C potentia æquatur ipsis A B, B C. ergo momentum compositum ex utrisque momentis A B, B C, est potentia tantum illis simul sumtis æquale; quod erat ostendendum.



Simp. E' necessario levarmi un poco di scrupolo, che qui mi nasce, parendomi, che questo, che ora si conclude, repugni ad un' altra proposizione del trattato

tato

tato passato; nella quale si affermava, l' impeto del mobile venente dall' A in B essere eguale al venente dall' A in C, ed ora si conclude l' impeto in C esser maggiore, che in B.

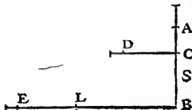
Salv. Le proposizioni Sig. Simpl. sono amendue vere, ma molto diverse tra di loro. Qui si parla di un sol mobile mosso di un sol moto, ma composto di due, amendue equabili; e lì si parla di due mobili mossi di moti naturalmente accelerati, uno per la perpendicolare A B, e l' altro per l' inclinata A C. In oltre i tempi quivi non si suppongono eguali, ma il tempo per l' inclinata A C è maggiore del tempo per la perpendicolare A B; ma nel moto, del quale si parla al presente, i moti per le A B, B C, A C, s' intendono equabili, e fatti nell' istesso tempo.

Simp. Mi scusino, e seguano avanti, che resto acquietato.

Salv. Seguita l'Autore per incamminarci a intender quel, che accaggia intorno all' impeto di un mobile, mosso pur di un moto composto di due, uno cioè orizzontale, ed equabile, e l'altro perpendicolare, ma naturalmente accelerato, dei 640
quali finalmente è composto il moto del projetto, e si descrive la linea Parabolica; in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l' impeto del Proietto: per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, o vogliamo dir metodo di regolare, e misurar cotale impeto sopra l'istessa linea, nella quale si fa il moto del grave descendente con moto naturalmente accelerato partendosi dalla quiete: dicendo:

THEOR. III. PROP. III.

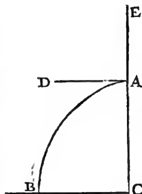
Fiat motus per lineam A B ex quiete in A, & accipiatur in ea quodlibet punctum C; & ponatur ipsamet A C esse tempus, seu temporis mensura casus ipsius per spatium A C, nec non mensura quoque impetus, seu momenti in puncto C ex descensu A C acquisiti. Modo sumatur in eadem linea A B quodcunque aliud punctum, ut puta B in quo determinandum est de impetu acquisito a mobili per descensum A B, in ratione ad impetum, quem obtinuit in C, cujus mensura posita est A C. Ponatur A S, media proportionalis inter B A, A C. Demonstrabimus, impetum in B ad impetum in C esse ut lineam S A ad A C. Sumantur horizontales C D, dupla ipsius A C; B E vero dupla B A. Constat ex demonstratis, cadens per A C conversum in horizonte C D, atque juxta impetum in C acquisitum motu æquabili delatum conficere spatium C D æquali tempore, atque ipsum A C motu accelerato confecit; similiterque B E confici eodem tempore atque A B. Sed tempus ipsius descensus A B est A S; ergo horizontalis B E conficitur tempore A S. Fiat ut tempus S A ad tempus A C, ita E B ad B L. Cumque motus per B E sit æquabilis, erit spatium B L peractum tempore A C secundum momentum celeritatis in B. Sed tempore eodem A C conficitur spatium C D secundum momentum celeritatis in C: momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia, quæ juxta ipsa momenta eodem conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in C ad momentum celeritatis in B, est ut D C ad B L. Quia vero ut D C ad B E, ita ipsarum dimidia, nempe C A ad A B; ut autem E B ad B L, ita B A ad A S: ergo ex æquali, ut C



D ad

D ad B L, ita C A ad A S, hoc eſt, ut momentum celeritatis in C ad momentum celeritatis in B, ita C A ad A S; hoc eſt, tempus per C A ad tempus per A B. Patet itaque ratio menſurandi impetum, ſeu celeritatis momentum ſuper linea, in qua ſit motus deſcenſus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum eſt, quod cum de motu compoſito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorſum futurus ſit ſermo, (ex tali enim mixtione conflatur, ac deſignatur linea projecti, nempe Parabola;) neceſſe habemus definire aliquam communem menſuram, juxta quam utriuſque motus velocitatem, impetum, ſeu momentum dimetiri
641 valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeri ſint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuito, ſed unus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquiſito ſit conferendus, & conjungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium ejuſdem generis aſſumendo. Ut autem clarius me explicem; intelligatur perpendicularis A C ad horizontalem C B: A C vero eſſe altitudinem: C B autem amplitudinem Semiparabolæ A B; quæ deſcribitur a compoſitione duarum lationum; quarum una eſt mobilis deſcendentis per A C motu naturaliter accelerato ex quiete in A; altera eſt motus tranſverſalis æquabilis juxta horizontalem A D. Impetus acquiſitus in C per deſcenſum A C determinatur a quantitate ejuſdem altitudinis A C. unus enim atque idem eſt ſemper impetus mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, ſed innumeri aſſignari poſſunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, ut illum quem elegero a reliquis ſegregare, & quaſi digito monſtrare poſſim, altitudinem C A in ſublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, ſublimitatem A E firmabo, ex qua ſi cadens ex quiete in E mente concipiam, patet, impetum ejus in termino A acquiſitum unum eſſe, cum quo idem mobile, per horizontalem A D converſum, ferri concepero; ejuſque gradum celeritatis eſſe illum, quo in tempore deſcenſus per E A ſpatium in horizontali duplum ipſius E A conficiet. Hæc præmonere neceſſarium viſum eſt.



Advertatur inſuper, ſemiparabolæ A B amplitudinem a me vocari horizontalem C B;

Altitudinem, A C nempe, ejuſdem Parabolæ axem.

Lineam vero E A, ex cujus deſcenſu determinatur impetus horizontalis, ſublimitatem appello.

His declaratis, ac definitis, ad demonſtrandum me confero.

Sagr. Fermate in grazia, perchè qui mi par, che convenga adornar queſto penſiero dell' Autore colla conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diverſe velocità de i moti equabili delle converſioni de i moti celeſti; il quale avendo per avventura avuto concetto, non potere alcun mobile paſſare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarſi, ſe non col paſſare per tutti gli altri gradi di velocità minori, o vogliam dire di tardità maggiori, che tra l' aſſegnato grado, e l' altiſſimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, diſſe, che Iddio dopo aver creati

creati i corpi mobili celesti per assegnar loro quelle velocità, colle quali poi dovessero con moto circolare equabile perpetuamente muoversi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muover per determinati spazj di quel moto naturale, e per linea retta, secondo il quale noi sensatamente vediamo i nostri mobili muoversi dallo stato di quiete accelerandosi successivamente. E soggiugne, che avendogli fatto guadagnar quel grado, nel quale gli piacque, che poi dovessero mantenersi perpetuamente, convertì il moto loro retto in circolare; il quale solo è atto
a conservarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi, o avvicinarsi a qual- 642
che prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi, quanto i fondamenti taciuti da quello, e scoperti dal nostro Autore col levargli la maschera, o sembianza poetica lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile, che avendo noi per le dottrine Astronomiche assai competente notizia delle grandezze degli orbi, e de i Pianeti, e delle distanze loro dal centro, intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) aver talvolta per sua curiosità avuto pensiero di andare investigando, se si potesse assegnare una determinata sublimità, dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i Pianeti, e mossisi per certi spazj di moto retto, e naturalmente accelerato, convertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trovassero corrispondere alle grandezze degli orbi loro, e a i tempi delle loro revoluzioni.

Salv. Mi par sovvenire, che egli già mi dicesse aver una volta fatto il computo, ed anco trovatolo assai acconciamente rispondere alle osservazioni; ma non averne voluto parlare, giudicando, che le troppe novità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gli hanno provocato, non accendessero nuove scintille. Ma se alcuno averà simil desiderio, potrà per se stesso colla dottrina del presente trattato soddisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia; che è di dimostrare,

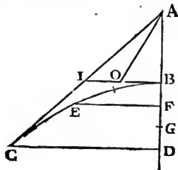
PROBL. I. PROP. IV.

Quomodo in datæ Parabolæ a Proiecto descriptæ punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit Semiparabola B E C, cujus amplitudo C D, altitudo D B, quæ extensa in sublimi occurrat tangenti Parabolam C A in A, & per verticem B sit horizonti, & C D parallela B I. Quod si amplitudo C D sit æqualis toti altitudini D A, erit B I æqualis B A, & B D. Et si temporis casus per A B, & momenti velocitatis acquisiti in B per descensum A B ex quiete in A, ponamus mensuram esse ipsammet A B; erit D C (dupla nempe B I) spatium, quod per impetum A B, per horizontalem conversum conficiet eodem tempore. Sed eodem tempore cadens per B D, ex quiete in B, conficit altitudinem B D. ergo mobile cadens ex quiete in A, per A B conversum cum impetu A B, per horizontalem conficiet spatium æquale D C. Superveniente vero casu per B D, conficit altitudinem B D; & Parabola B C designatur: cujus impetus in termino C est compositus ex æquabili transversali; cujus momentum est ut A B, & ex altero momento acquisito in descensu B D in ter-

mino

mino D seu C; quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus, A B alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis: B I vero, quæ ipsi B D est æqualis, esse
643 mensuram impetus acquisiti in D seu C: subtensa I A erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas, seu mensura integri momenti, quo Proiectum veniens per Parabolam B C impetum facit in C. His retentis, accipiatur in Parabola quodlibet punctum E, in quo de impetu Proiecti determinandum sit. Ducatur horizontalis EF: & accipiatur BG media proportionalis inter B D, B F. Cumque posita sit A B seu B D esse mensura temporis, & momenti velocitatis in casu B D ex quiete in B; erit B G tempus, seu mensura temporis, & impetus in F, venientis ex B. Si igitur ponatur B O æqualis B G; juncta diagonalis A O erit quantitas impetus in puncto E; est enim A B determinatrix posita temporis, & impetus in B, qui conversus in horizontali, semper servatur idem: B O vero determinat impetum in F seu E per descensum ex quiete in B, in altitudine B F, his autem A B, B O potentia æquipollet A O. Patet ergo, quod quærebatur.



Sagr. La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantità di quell' impeto, che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione. Non dico della mistione di due movimenti equabili, benchè tra di loro diseguali, fatti uno per la linea orizontale, e l' altro per la perpendicolare, che di questi resto capacissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i componenti, ma mi nasce confusione nel mescolamento dell' orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei, che insieme digerissimo meglio questa materia.

Simp. Ed io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna nelle proposizioni, che sono come primi fondamenti dell' altre, che gli seguono appresso. Voglio inferire, she anco nella mistione de i due moti equabili orizontale, e perpendicolare vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Ora, Sig. Salv. V. S. intende il nostro bisogno, e desiderio.

Salv. Il desiderio è molto ragionevole, e tenterò, se l' avere io più lungo tempo potuto pensarvi sopra, può agevolare la vostra intelligenza. Ma converrà comportarmi, e scusarmi, se nel discorrere anderò replicando buona parte delle cose fin qui poste dall' Autore.

Discorrer determinatamente circa i movimenti, e lor velocità, o impeti, siano quelli o equabili, o naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura, che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già abbiamo la comunemente ricevuta per tutto delle ore, minuti primi, e secondi, ec. e come per misura del tempo ci è la detta comune ricevuta da tutti, così bisogna assegnarne una per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa, e ricevuta; cioè, che appresso tutti sia l' istessa. Atta per tale uso ha stimato l' Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i gravi naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l' istesso

iſteſſo tenore. Sicchè quel grado di velocità, che (per eſempio) acquiſta una palla di piombo di una libbra nell' eſſer partendoſi dalla quiete ſceſa perpendicolarmente quanto è l' altezza di una picca, è ſempre, e in tutti i luoghi il medeſimo, e per ciò accomodatiſſimo per eſplicar la quantità dell' impeto derivante dalla ſceſa naturale. Reſta poi il trovar modo di determinare anco la quantità dell' impeto in un moto equabile in guiſa tale, che tutti coloro, che circa di quello diſcorrono, ſi formino l' iſteſſo concetto della grandezza, e velocità ſua; ſicchè uno non ſe lo figuri più veloce, e un altro meno; onde poi 644
nel congiugnere, e meſcolar queſto da ſe concepito equabile collo ſtatuito moto accelerato, da diverſi uomini nè vengano formati diverſi concetti di diverſe grandezze d' impeti. Per determinare, e rappreſentare cotal impeto, e velocità particolare, non ha trovato il noſtro Autore altro mezzo più accomodato, che il ſervirſi dell' impeto, che va acquiſtando il mobile nel moto naturalmente accelerato, del quale qualſivoglia momento acquiſtato, convertito in moto equabile ritien la ſua velocità limitata preciſamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fu quello della ſceſa, paſſa doppio ſpazio dell' altezza, dalla quale è caduto. Ma perchè queſto è punto principale nella materia, che ſi tratta, è bene con qualche eſempio particolare farſi perfettamente intendere. Ripigliando dunque la velocità, e l' impeto acquiſtato dal grave cadente, come dicemmo, dall' altezza di una picca, della quale velocità vogliamo ſervirci per miſura di altre velocità, ed impeti in altre occaſioni, e poſto per eſempio, che il tempo di tal caduta ſia 4 minuti ſecondi di ora, per ritrovar da queſta tal miſura, quanto fuſſe l' impeto del cadente da qualſivoglia altra altezza maggiore, o minore, non doviamo dalla proporzione, la quale queſt' altra altezza aveſſe coll' altezza di una picca argomentare, o concludere la quantità dell' impeto acquiſtato in queſta ſeconda altezza: ſtimando, per eſempio, che il cadente da quadrupla altezza aveſſe acquiſtato quadrupla velocità; perchè ciò è falſo: imperocchè non creſce, o cala la velocità nel moto naturalmente accelerato ſecondo la proporzione degli ſpazj, ma ben ſecondo quella de i tempi, della quale quella degli ſpazj è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimoſtrato. Però quando noi aveſſimo in una linea retta aſſegnatane una parte per miſura della velocità, ed anco del tempo, e dello ſpazio in tal tempo paſſato (che per brevità tutte tre queſte grandezze con un' iſteſſa linea ſpeſſe volte vengono rappreſentate) per trovar la quantità del tempo, e il grado di velocità, che il mobile medeſimo in altra diſtanza averebbe acquiſtato, ciò otterremo noi, non immediatamente da queſta ſeconda diſtanza, ma dalla linea, che tra le due diſtanze ſarà media proporzionale. Ma con un eſempio meglio mi dichiaro. Nella linea A C perpendicolare all' orizzonte intendaſi la parte A B eſſere uno ſpazio paſſato da un grave naturalmente deſcendente di moto accelerato: il tempo del qual paſſaggio, potendo io rappreſentarlo con qualſivoglia linea, voglio per brevità figurarlo eſſer quanto la medeſima linea A B, e parimente per miſura dell' impeto, e velocità acquiſtata per tal moto pongo pur l' iſteſſa linea A B, ſicchè di tutti gli ſpazj, che nel progreſſo del diſcorſo ſi hanno a conſiderare, la miſura ſia la parte A B. Stabilite ad arbitrio noſtro ſotto una ſola grandezza A B queſte 3 miſure di generi di quantità diverſiſſimi, cioè di ſpazj, di tempi, e di impeti, ſiaci propoſto di dover determinare nell' aſſegnato ſpazio, e altezza A C, quanto ſia per eſſere il tempo della ſceſa del cadente dall' A in C, e quanto l' impeto, che in eſſo termine C ſi troverà avere acquiſtata, in relazione al tempo, ed all' impeto miſurati per la A B. L' uno, e l' altro queſito ſi determinerà pigliando delle due linee A C, A B la media proporzionale A D, affermando il tempo della caduta per tutto lo



lo spazio A C esser quanto il tempo A D, in relazione al tempo A B, posto da principio per la quantità del tempo nella scesa A B. Diremo parimente l'impeto, o grado di velocità, che otterrà il caden-
645 te nel termine C, in relazione all'impeto, che ebbe in B, esser quale è la medesima linea A D, in relazione all'A B, essendochè la velocità cresce colla medesima proporzione, che cresce il tempo: la qual conclusione, sebben fu presa come postulato, pur tuttavia volse l'Autore esplicarne l'applicazione di sopra alla proposizion terza.



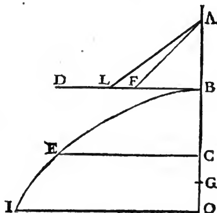
Ben compreso, e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell'impeto derivante da due moti composti; uno dei quali sia composto dell'orizzontale, e sempre equabile, e del perpendicolare all'orizzonte, e esso ancora equabile. Ma l'altro sia composto dell'orizzontale pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, già si è visto come l'impeto resultante dalla composizione di amendue è in potenza eguale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi il mobile descendente per la perpendicolare A B aver per esempio 3 gradi d'impeto equabile, ma trasportato per la A B verso C, esser tal velocità, ed impeto di 4 gradi, sicchè nel tempo medesimo, che scendendo passerebbe nella perpendicolare v. gr. 3 braccia, nella orizzontale ne passerebbe 4; ma nel composto di amendue le velocità viene nel medesimo tempo dal punto A, nel termine C, camminando sempre per la diagonale A C, la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle due A B 3, e B C 4, ma è 5, la qual 5 è in potenza eguale alle due 3, e 4. Imperocchè fatti li quadrati del 3, e del 4, che sono 9, e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per lo quadrato di A C, il quale alli due quadrati di A B, e di B C è eguale, onde la A C sarà quanto è il lato, o vogliam dir, la radice del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma, e sicura, quando si debba assegnare la quantità dell'impeto resultante da 2 impeti dati, uno orizzontale, e l'altro perpendicolare, ed amendue equabili, si deve di amendue fare 3 quadrati, e componendogli insieme estrar la radice del composto, la quale ci darà la quantità dell'impeto composto di amendue quelli. E così nell'esempio posto, quel mobile, che in virtù del moto perpendicolare averebbe percosso sopra l'orizzonte con 3 gradi di forza; e col moto solo orizzontale averebbe percosso in C con gradi 4, percotendo con amendue gl'impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percuziente mosso con gradi 5 di velocità, e di forza. E questa tal percossa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale A C, per esser sempre gl'impeti composti i medesimi non mai cresciuti, o diminuiti.



Vediamo ora quello, che accada nel comporre il moto orizzontale equabile con un moto perpendicolare all'orizzonte, il quale cominciando dalla quiete vadia naturalmente accelerandosi. Già è manifesto, che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è una linea retta, ma semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto va sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare. Laonde per determinar qual sia l'impeto in un assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell'impeto uniforme orizzontale, e poi investigar qual sia l'impeto del cadente nell'assegnato punto: il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione dei due moti: la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione dei

moti

moti equabili, le velocità, ed impeti dei quali son sempre i medesimi: ma qui 646
dove entra nella mistione un moto, che cominciando dalla somma tardità, va crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo, è necessario, che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell' assegnato punto: che quanto al resto poi l' impeto composto di questi due è (come nei moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un esempio. Sia nella perpendicolare all'orizzonte A C presa qualsivoglia parte A B; la quale figuro, che serva per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo, ed anco del grado di velocità, o vogliam dire degl' impeti. E' primieramente manifesto, che se l' impeto del cadente in B dalla quiete in A, si convertirà sopra la B D parallela all' orizonte in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo A B passerà uno spazio doppio dello spazio A B; e tanta sia la linea B D. Posta poi la B C eguale alla B A, e tirata la parallela C E alla B D, e ad essa eguale, descriveremo per i punti B, E la linea parabolica B E I. E perchè nel tempo A B coll' impeto A B si passa l' orizzontale B D, o C E, doppia della A B, e passasi ancora in altro tanto tempo la perpendicolare B C con acquisto d' impeto in C eguale al medesimo orizzontale, adunque il mobile in tanto tempo quanto è A B, si troverà dal B giunto in E per la parabola B E, con un impeto composto di due, ciascheduno eguale all' impeto A B. E perchè l' uno di essi è orizzontale, e l' altro perpendicolare, l' impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno. Onde posta la B F eguale alla B A; e tirata la diagonale A F, l' impeto, e la percossa in E, sarà maggior della percossa in B del cadente dall' altezza A, ovvero della percossa dell' impeto orizzontale per la B D, secondo la proporzione di A F ad A B. Ma quando, ritenendo pur sempre la B A, per misura dello spazio della caduta dalla quiete in A fino in B, e per misura del tempo, e dell' impeto del cadente acquistato in B l' altezza B O non fusse eguale, ma maggiore della A B, presa la B G media proporzionale tra esse A B, B O, sarebbe essa B G misura del tempo, e dell' impeto in O per la caduta nell' altezza B O, acquistato in O; e lo spazio per l' orizzontale, il quale passato coll' impeto A B nel tempo A B, sarebbe doppio della A B, sarà in tutta la durazion del tempo B G tanto maggiore, quanto a proporzione la B G è maggiore della B A. Posta dunque la L B eguale alla B G, e tirata la diagonale A L, averemo da essa la quantità composta delli due impeti orizzontale, e perpendicolare, dai quali si descrive la Parabola: dei quali l' orizzontale ed equabile è l' acquistato in B per la caduta A B; e l' altro è l' acquistato in O, o 647
vogliam dire in I, per la caduta B O, il cui tempo fu B G, come anco, la quantità del suo momento. E con simil discorso investigheremo l' impeto nel



termine estremo della parabola, quando l'altezza sua fusse minore della sublimità A B prendendo tra amendue la media; la quale posta nell'orizzontale in luogo della B F, e congiunta la diagonale, come A F, averemo da questa la quantità dell'impeto nell'estremo termine della parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi, o vogliam dir percosse di tali projetti, convien aggiugnere un'altra molto necessaria considerazione, e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del projetto per ben determinare della forza, ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato, e condizione di quello, che riceve la percossa; nell'efficacia della quale esso per più rispetti ha gran participazione, e interesse. E prima non è chi non intenda, che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto, o in parte il moto di quello: che se il colpo arriverà sopra tale, che ceda alla velocità del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo. E colui, che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà, che quello si muova fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'azione sarà un semplice toccare senza offendere.

Ma se la percossa verrà ricevuta in un oggetto, che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerà, ma non con tutto l'impeto, ma solo coll'eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata, e cedenza del percosso: sicchè, se v. gr. il percoziente arriverà con 10 gradi di velocità sopra il percosso, il quale cedendo in parte si ritiri con gradi 4, l'impeto, e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente intera, e massima sarà la percossa, per la parte del percoziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto il moto del percoziente; se però questo può accadere. Ed ho detto per la parte del percoziente, perchè quando il percosso si movesse con moto contrario verso il percoziente, il colpo, e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo, quanto le due velocità contrarie unite son maggiori, che la sola del percoziente. Di più conviene anco avvertire, che il ceder più, o meno, può derivare non solamente dalla qualità della materia più, o men dura, come se sia di ferro, di piombo, o di lana, ec. ma dalla positura del corpo, che riceve la percossa: la qual positura se sarà tale, che il moto del percoziente la vadia a investire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo: ma se il moto verrà obliquamente, e come diciam noi, a scancio, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obliquità; perchè in oggetto in tal modo situato, ancorchè di materia sodissima, non si spegne, e ferma tutto l'impeto, e moto del percoziente, il quale sfuggendo passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell'impeto del projetto nell'estremità della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica, ovvero alla tangente la parabola nel detto punto: perchè sebben quel moto è composto di un orizzontale, e di un perpendicolare, l'impeto nè sopra l'orizzontale nè sopra il piano eretto all'orizzonte è il massimo, venendo sopra amendue ricevuto obliquamente.

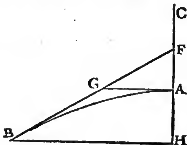
648 *Sagr.* Il ricordar V. S. questi colpi, e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema, o vogliam dire questione meccanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa, che mi scemi la maraviglia, o almeno in parte mi quieti l'intelletto. E il dubbio, e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere l'energia, e la forza immensa, che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo di un martello, che non abbia peso maggiore di 8 o 10, lib-

libbre, veggiamo ſuperarſi reſiſtenze tali, le quali non cederanno al peſo di un grave, che ſenza percoſſa vi faccia impeto ſolamente calcando, e premendo, benchè la gravità di quello paſſi molte centinaja di libbre. Io vorrei pur trovar modo di miſurar la forza di queſta percoſſa, la quale non penſo però, che ſia infinita, anzi ſtimo, che ella abbia il ſuo termine da poterſi pareggiare, e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve, o di viti, o di altri ſtrumenti meccanici, de i quali io a ſoddisfazione reſto capace della multiplicazione della forza loro.

Salv. V. S. non è ſolo nella maraviglia dell' effetto, e nella oſcurità della cagione di così ſtupendo accidente. Io vi penſai per alcun tempo in vano, accreſcendo ſempre la confuſione: finchè finalmente, incontrandomi nel noſtro Accademico, da eſſo ricevei doppia conſolazione: prima nel ſentire come egli ancora era ſtato lungo tempo nelle medeſime tenebre, e poi nel dirmi, che dopo l' avervi in vita ſua conſumate molte migliara di ore ſpecolando, e filoſofando, ne aveva conſeguite alcune cognizioni lontane da i noſtri primi concetti, e però nuove, e per la novità ammirande. E perchè omai ſo, che la curioſità di V. S. volentieri ſentirebbe quei penſieri, che ſi allontanano dall' opinabile, non aſpetterò la ſua richieſta; ma le do parola, che ſpedita che averemo la lettura di queſto trattato de i proietti, gli ſpiegherò tutte quelle fantaſie, o vogliamo dire ſtravaganze, che de i diſcorſi dell' Accademico mi ſon rimaſte nella memoria. In tanto ſeguitiamo le propoſizioni dell' Autore.

PROPOS. V. PROBL. II.

In axe extenſo datæ Parabolæ punctum ſublime reperire, ex quo cadens parabolam ipſam deſcribit.



Si Parabola A B, cujus amplitudo H B, & axis extenſus H C, in quo reperienda ſit ſublimitas, ex qua cadens, impetum in A conceptum in horizontalem convertens, parabolam A B deſcribat. Ducatur horizontalis A G, quæ erit parallela ipſi B H, & poſita A F æquali A H, ducatur recta F B, quæ parabolam tanget in B, & horizontalem A G in G ſecabit; accipiaturque ipſarum F A, A G tertia proportionalis A C. Dico C eſſe punctum ſublime quæſitum, ex quo cadens ex quiete in C, & conceptum impetum in A in horizontalem convertens, ſuperveniente impetu deſcenſus in H ex quiete in A, parabolam A B deſcribet. Si enim intelligamus, C A eſſe menſuram temporis deſcenſus ex C in A, nec non impetus acquiſiti in A, erit A G (media nempe inter C A, A F) tempus, & impetus venientis ex F in A, ſeu ex A in H. Et quia veniens ex C tempore C A, cum impetu acquiſito in A, conficit in latione horizontali motu æquabili du- 649
plam C A; ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore A G duplam G A, mediam nempe B H; (ſpatia enim confecta eodem motu æquabili ſunt inter ſe ut eorundem motuum tempora) & in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore G A conficitur A H; ergo eodem tempore conficiuntur a mobili amplitudo H B, & altitudo A H. Deſcribitur ergo parabola A B ex caſu venientis a ſublimitate C. quod quærebatur.

COROLLARIUM.

Hinc constat dimidiam basim, seu amplitudinem semiparabolæ (quæ est quarta pars amplitudinis integræ parabolæ) esse mediam proportionalem inter altitudinem ejus, & sublimitatem, ex qua cadens eam designat.

PROPOS. VI. PROBL. III.

Data sublimitate, & altitudine, semiparabolæ amplitudinem reperire.

Sit ad horizontalem lineam D C perpendicularis A C, in qua data sit altitudo C B, & sublimitas B A, oportet in horizontali C D amplitudinem semiparabolæ reperire, quæ ex sublimitate B A cum altitudine B C designatur. Accipiatur media proportionalis inter C B, B A, cujus C D ponatur dupla. Dico C D esse amplitudinem quæsitam. Id autem ex præcedenti manifestum est.

THEOR. IV. PROPOS. VII.

In projectis, a quibus semiparabolæ ejusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo, quod describit illam, cujus amplitudo suæ altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim semiparabola B D, cujus amplitudo C D dupla sit altitudinis suæ C B, & in axe in sublimi extenso ponatur B A altitudini B C æqualis: & jungatur A D, quæ semiparabolam tanget in D; & horizontalem B E secabit in E, eritque B E ipsi B C seu B A æqualis; constat, ipsam describi a projecto, cujus impetus æquabilis horizontalis sit, qualis est in B cadentis ex quiete in A, impetus vero naturalis deorsum, qualis est venientis in
650 C ex quiete in B. Ex quo constat, impetum ex istis compositum, quique in termino D impingit, esse ut diagonalem A E, potentia nempe ipsis ambobus æqualem. Sit modo quælibet alia semiparabola G D; cujus amplitudo eadem C D, altitudo vero C G minor, vel major altitudine B C; eamque tangat H D, secans horizontalem per G ductam in puncto K; & fiat, ut H G ad G K, ita K G ad G L, erit ex ante demonstratis altitudo G L, ex qua cadens describet parabolam G D. Inter A B, & G L media proportionalis sit G M: erit G M tempus, & momentum, sive impetus in G cadentis ex L. (positum enim est, A B esse mensuram temporis, & impetus.) Sit rursus inter H C, C G, media G N, quæ erit temporis, & impetus mensura cadentis ex G in C. Si igitur jungatur M N, erit ipsa impetus men-

mensura projecti per parabolam B D, illidentis in termino D. Quem quidem impetum majorem esse dico impetu projecti per parabolam B D, cujus quantitas erat ut A E. Quia enim G N posita est media inter B C, C G, est autem B C æqualis B E, hoc est G K (est enim unaquæque subdupla D C:) erit ut C G ad G N, ita N G ad G K, & ut C G seu H G ad G K, ita quadratum N G ad quadratum G K; ut autem H G ad G K, ita facta est K G ad G L. ergo ut quadratum N G ad quadratum G K, ita K G ad G L, sed ut K G ad G L, ita quadratum K G ad quadratum G M (media enim est G M inter K G, G L) ergo tria quadrata N G, K G, G M, sunt continue proportionalia: & duo extrema N G, G M, simul sumpta, idest, quadratum M N, majus quam duplum quadrati K G, cujus quadratum A E duplum est: ergo quadratum M N majus est quadrato A E; & linea M N major linea E A. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod conversim in projecto ex termino D per semiparabolam 651
D B minor impetus requiritur, quam per quamcunque aliam juxta elevationem majorem, seu minorem elevatione semiparabolæ B D, quæ est juxta tangentem A D, angulum semirectum supra horizontem continentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant projectiones ex termino D, juxta diversas elevationes, maxima projectio, seu amplitudo semiparabolæ, sive integræ parabolæ erit, quæ consequitur ad elevationem anguli semirecti: reliquæ vero juxta majores, sive minores angulos factæ, minores erunt.

Sagr. Piena di maraviglia, e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie, quali sono le sole Matematiche. Già sapeva io per fede prestata alle relazioni di più Bombardieri, che di tutti i tiri di volata dell' artiglieria, o del mortaro, il massimo, cioè quello, che in maggior lontananza caccia la palla, era il fatto all' elevazione di mezzo angolo retto, che essi dicono, del sesto punto della squadra; ma l' intender la cagione, onde ciò avvenga, supera d' infinito intervallo la semplice notizia avuta dalle altrui attestazioni, ed anco da molte replicate esperienze.

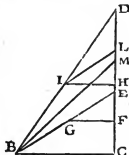
Salv. V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione di un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l' intelletto a intendere, ed assicurarci di altri effetti, senza bisogno di ricorrere all' esperienze, come appunto avviene nel presente caso, dove guadagnata per lo discorso dimostrativo la certezza dell' essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell' elevazione dell' angolo semiretto, ci dimostra l' Autore quello, che forse per l' esperienza non è stato osservato; e questo è, che degli altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le elevazioni de i quali superano, o mancano per angoli eguali dalla semiretta: sicchè le palle tirate dall' orizzonte una secondo l' elevazione di 7 punti, e l' altra di 5, andranno a ferir su l' orizzonte in lontananze eguali, e così eguali saranno i tiri di 8 e di 4 punti; di 9 e di 3 ec. Or sentiamone la dimostrazione.

THEOR. V. PROPOS. VIII.

Amplitudines parabolarum a projectis eodem impetu explosis factarum, juxta elevationes per angulos æquales supra, & infra a semirecto distantes, æquales sunt inter se.

Trianguli M C B circa angulum rectum C sint horizontalis B C, & perpendicu-

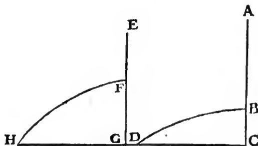
dicularis C M æquales; sic enim angulus M B C semirectus erit: & extensa C M in D, supra & infra diagonalem M B constituantur in B duo anguli æquales M B E, M B D. Demonstrandum est, amplitudines Parabolarum a Projectis explosis eodem impetu ex termino B, juxta elevationes angulorum E B C, D B C, esse æquales. Quia enim angulus externus B M C internis M D B, D B M est æqualis, iisdem æquabitur quoque angulus M B C. Quod si loco anguli D B M ponamus M B E, erit idem angulus M B C duobus M B E, B D C æqualis: & dempto communi M B E, reliquus B D C reliquo E B C erit æqualis. Sunt igitur trianguli D C B, B C E similes. Dividantur rectæ DC, E C bifariam in H, & F; & ducantur H I, F G, horizontali C B æquidistantes; & ut D H ad H I, ita fiat I H ad
652 H L: erit triangulus I H L similis triangulo I H D, cui etiam similis est E G F. Cumque I H, G F sint æquales (dimidiæ nempe ipsius B C) erit F E, idest F C, æqualis H L: & addita communi F H, erit C H ipsi F L æqualis. Si itaque intelligamus per H & B semiparabolam esse descriptam, cujus altitudo erit H C, sublimitas vero H L, erit amplitudo ejus C B; quæ dupla est ad H I, media scilicet inter D H seu C H, & H L; eamque tanget D B, æqualibus existentibus C H, H D. Quod si rursus parabolam per F B descriptam concipiamus, a sublimitate F L cum altitudine F C; quarum media proportionalis est F G; cujus dupla est horizontalis C B: erit pariter C B ejus amplitudo: illamque tanget E B, cum E F, F C sint æquales. Distant anguli D B C, E B C, (elevationes scilicet ipsarum) æqualiter a semirecto: ergo patet propositum.



THEOR. VI. PROPOS. IX.

Æquales sunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & sublimitates e contrario sibi respondent.

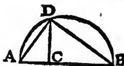
Parabolæ F H altitudo G F ad altitudinem C B parabolæ B D eandem habeat rationem, quam sublimitas B A ad sublimitatem F E. Dico, amplitudinem H G amplitudini D C esse æqualem. Cum enim prima G F ad secundam C B eandem habeat rationem, quam tertia B A ad quartam F E: rectangulum G F E primæ, & quartæ æquale erit rectangulo C B A secundæ, & tertiæ; ergo quadrata, quæ hisce rectangulis æqualia sunt, æqualia erunt inter se: rectangulo vero G F E æquale est quadratum dimidiæ G H: rectangulo autem



autem C B A æquale eſt quadratum dimidiæ C D . ergo quadrata hæc , & eorum latera , & laterum dupla , æqualia erunt . Hæc autem ſunt amplitudines G H , C D . ergo patet propoſitum . 653

LEMMA PRO SEQUENTI.

Si recta linea ſecta fuerit utcumque , quadrata mediarum inter totam , & partes æqualia ſunt quadrato totius .

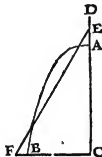


Secta ſit A B utcunque in C. Dico , quadrata linearum mediarum inter totam A B , & partes A C, C B, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius A B . Id autem conſtat deſcripto ſemicirculo ſuper tota B A, & ex C erecta perpendiculari C D, junctiſque D A , D B , Eſt enim D A media inter B A, A C, eſtque D B media inter A B , B C, ſuntque quadrata linearum D A , D B ſimul ſumpta æqualia quadrato totius A B , recto exiſtente angulo A D B in ſemicirculo; ergo patet propoſitum .

THEOR. VII. PROPOS. X.

Impetus , ſeu momentum cujuslibet ſemiparabolæ æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem , quæ tanta ſit , quanta eſt compoſita ex ſublimitate cum altitudine ſemiparabolæ .

Sit ſemiparabola A B , cujus ſublimitas D A , altitudo vero A C ex quibus componitur perpendicularis D C . Dico , impetum ſemiparabolæ in B eſſe æqualem momento naturaliter deſcendentis ex D in C . Ponatur ipſamet D C menſura eſſe temporis, & impetus: & accipiatur media proportionalis inter C D, D A , cui æqualis ponatur C F. Sit inſuper inter D C , C A media C E . erit jam C F menſura temporis , & momenti deſcendentis per D A ex quiete in D, C E vero tempus erit, & momentum deſcendentis per A C ex quiete in A, & diagonalis E F erit momentum ex illis compoſitum: hoc eſt ſemiparabolæ in B. Et quia D C ſecta eſt utcunque in A, ſuntque C F, C E mediæ inter totam C D , & partes D A , A C : erunt harum quadrata ſimul ſumpta æqualia quadrato totius ex Lemmate ſuperiori ; verum iiſdem quadratis æquatur quoque quadratum ipſius E F . ergo & linea E F ipſi D C æqualis eſt . Ex quo conſtat , momenta per D C, & per ſemiparabolam A B , in C , & B eſſe æqualia . quod oportebat .



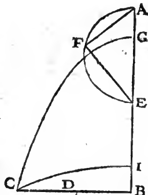
COROLLARIUM.

Hinc conſtat, ſemiparabolarum omnium, quarum altitudines cum ſublimitatibus junctæ pares ſunt, impetus quoque æquales eſſe.

PROBL. II. PROPOS. XI.

Dato impetu, & amplitudine semiparabolæ, altitudinem ejus reperire.

654 Impetus datus definitus sit a perpendiculo ad horizontem A B; amplitudo vero in horizontali sit B C. Oportet sublimitatem semiparabolæ reperire, cujus impetus sit A B, amplitudo vero B C. Constat ex jam demonstratis, dimidiam amplitudinem B C futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem ipsius semiparabolæ, cujus impetus ex præcedenti est idem cum impetu cadentis ex quiete in A per totam A B. Est propterea B A ita secanda, ut rectangulum a partibus ejus contentum æquale sit quadrato dimidiæ B C, quæ sit B D. Hinc apparet, necessarium esse, quod D B dimidiam B A non superet, rectangulorum enim a partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Dividatur itaque B A bifariam in E. Quod si ipsa B D æqualis fuerit B E, absolutum est opus: eritque semiparabolæ altitudo B E, sublimitas vero E A (& ecce Parabolæ elevationis semirectæ amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum.) At minor sit B D quam dimidia B A, quæ ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato B D sit æquale. Supra E A semicirculus describatur, in quo ex A applicetur A F æqualis B D: & jungatur F E; cui secetur pars æqualis E G. Erit jam rectangulum B G A cum quadrato E G æquale quadrato E A, cui quoque æqualia sunt duo quadrata A F, F E. Demptis itaque quadratis G E, F E, æqualibus, remanet rectangulum B G A æquale quadrato A F, nempe B D; & linea B D media proportionalis inter B G, G A. Ex quo patet, semiparabolæ, cujus amplitudo B C, impetus vero A B, altitudinem esse B G, sublimitatem G A. Quod si ponatur inferius B I æqualis G A, erit hæc altitudo; I A vero sublimitas semiparabolæ I C. Ex demonstratis hucusque possumus



PROBL. III. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ a projectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas a projectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus junctæ æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales hæ perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali C B perpendicularis B A æqualis, & connectatur diagonalis A C. Erit angulus A C B semirectus, gr. 45. Divisaque perpendiculari B A bifariam in D, semiparabola D C erit ea, quæ a sublimitate A D cum altitudine D B designatur: & impetus ejus in C tantus erit, quantus est in B mobilis venientis ex quiete in A per
655 lineam A B. Et, si ducatur A G æquidistans B C; reliquarum omnium semipara-

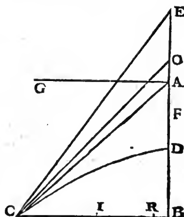
ra-

rabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus junctæ, spatium inter parallelas A G, B C explere debent. Insuper, cum jam demonstratum sit, semiparabolarum, quarum tangentes æqualiter sive supra, sive infra ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, calculus, quem pro majoribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem mille, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolæ ad elevationem grad. 45. factæ: itaque tanta supponatur esse linea B A, & amplitudo semiparabolæ B C. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangenrium, cujus hic numerus congruit cum tangente grad. 45. Jam, ad opus accedendo, ducatur C E, angulum E C B angulo A C B majorem (acutum tamen) comprehendens: sirque semiparabola designanda, quæ a linea E C tangatur, & cujus sublimitas cum altitudine juncta ipsam B A adæquet. Ex tabula tangentium per angulum datum B C E tangens ipsa B E accipiatur; quæ bifariam dividatur in F. Deinde ipsarum B F, B I (dimidiæ B C) tertia proportionalis reperiatur, quæ necessario major erit quam F A. Sit igitur illa F O. Semiparabolæ igitur in triangulo E C B inscriptæ, juxta tangentem C E, cujus amplitudo est C B, reperta est altitudo B F, & sublimitas F O. Verum tota B O supra parallelas A G, C B attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri: sic enim tum ipsa, tum semiparabole D C describentur a projectis ex C impetu eodem explosis. Reperienda igitur est altera huic similis (innumeræ enim intra angulum B C E majores, & minores inter se similes designari possunt) cujus composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi B A) æquetur B A. Fiat igitur, ut O B ad B A, ita amplitudo B C ad C R, & inventa erit C R, amplitudo scilicet semiparabolæ juxta elevationem anguli B C E; cujus sublimitas cum altitudine juncta spatium a parallelis G A, C B contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.

Anguli dati B C E tangens accipiatur, cujus medietati adjungatur tertia proportionalis ipsius, & medietatis B C, quæ sit F O. Fiat deinde ut O B ad B A, ita B C ad aliam, quæ sit C R, amplitudo nempe quæsita. Exemplum ponamus.

Sit angulus E C B grad. 50, erit ejus tangens 11918, cujus dimidium, nempe B F 5959, dimidia B C 5000, harum dimidiarum tertia proportionalis 4195. quæ addita ipsi B F conficit 10154 pro ipsa B O. Fiat rursus ut O B ad B A, nempe ut 10154 ad 10000, ita B C, nempe 10000. (utraque enim grad. 45. est tangens) ad aliam, & habebimus quæsitam amplitudinem R C, 9848. qualium B C (maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696, & 20000. Tantaque est etiam amplitudo parabolæ juxta elevationem grad. 40. cum æqualiter distet a grad. 45.

Sagr. Mi manca per l' intiera intelligenza di questa dimostrazione il saper come sia vero, che la terza proporzionale delle B F, B I sia (come dice l' Autore) necessariamente maggiore della F A. 656



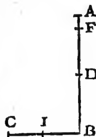
Salv. Tal conseguenza mi par, che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell' altre due, onde il quadrato della B I, o della B D ad essa eguale, dee esser' eguale al rettangolo della prima F B nella terza da ritrovarsi; la qual terza è necessario, che sia maggiore della F A, perchè il rettangolo della B F in F A è minore del quadrato B D; ed il mancamento è quanto il quadrato della D F, come dimostra Euclide in una del secondo. Debbesi anco avvertire, che il punto F, che divide la tangente E B in mezzo, altre molte volte cadrà sopra il punto A, ed una volta anco nell' istesso A; nei quali casi è per se noto, che la terza proporzionale della metà della tangente, e della BI (che dà la sublimità,) è tutta sopra la A. Ma l' Autore ha preso il caso, dove non era manifesto, che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della F A; e che però aggiunta sopra il punto F passasse la parallela A G. Or seguitiamo.

Non erit inutile ope hujus Tabulæ alteram componere complectentem altitudines earundem semiparabolarum projectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

PROBL. IV. PROP. XIII.

Ex datis Semiparabolarum amplitudinibus in sequenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data B C. Impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit A B, aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum B A ita divisa fuerit, ut rectangulum sub ejus partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis BC. Incidat talis divisio in F. Et utraque A B, B C secetur bifariam in D, I. Est igitur quadratum I B æquale rectangulo BFA: quadratum vero D A æquatur eidem rectangulo cum quadrato F D. Si igitur ex quadrato D A auferatur quadratum B I, quod rectangulo B F A est æquale, remanebit quadratum F D, cujus latus D F additum lineæ B D dabit quæsitam altitudinem B F. Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ B A notæ aufer quadratum B I pariter notæ: residui sume radicem quadratam, quam adde notæ B D, & habebis altitudinem quæsitam B F. Exemplum.



In-

Invenienda fit altitudo femiparabolæ ad elevationem grad. 55 defcriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula eft 9396. ejus dimidium eft 4698, quadratum ipfius 22071204; hoc dempto ex quadrato dimidiæ B A, quod femper idem eft, nempe 25000000, refiduum eft 2928796, cujus radix quadrata 1710 proxime. Hæc dimidiæ B A, nempe 5000 addita exhibet 6710, tantaque eft altitudo B F. Non erit inutile, tertiam exponere Tabulam, altitudines, & fublimitates continentem femiparabolarum, quarum eadem futura fit amplitudo.

Sagr. Quefta vedrò io molto volentieri, mentrechè per effa potrò venir in co- 657
gnizione della differenza degl' impeti, e delle forze, che fi ricercano per cacciare il projetto nella medefima lontananza con tiri, che chiamano di volata; la qual differenza credo, che fia grandiffima fecondo le diverfe elevazioni: ficchè per efempio, fe altri voleffe alla elevazione di 3, o 4 gradi, o di 87, o 88 far cader la palla, dove fu cacciata alla elevazione di 45. (dove fi è moftrato ricercarfi l' impeto minimo) credo fi ricercherebbe un ecceffo immenfo di forza.

Salv. V. S. ftima beniffimo, e vedrà che per efequire l' opera intera in tutte l' elevazioni bifogna andare a gran paffo verfo l' impeto infinito. Or vediamo la coftruzione della Tavola.



Ampli-

658 *Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.*

Gradus Elevationum.

gr.		gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Altitudines semiparabolarum, quarum impetus sit idem.

Gradus Elevationum.

gr.		gr.	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8497
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

Tabula

Tabula continens altitudines, & sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines eadem sint, partium scilicet 10000. ad singulos gradus elevationis calculata. 659

gr.	alt.	subl.	gr.	alt.	subl.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5362	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4346
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6395	3906
8	702	35587	53	6635	3768
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28356	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1062	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3124
14	1246	20056	59	8336	3008
15	1339	18660	60	8659	2887
16	1434	17405	61	9020	2772
17	1528	16355	62	9404	2658
18	1624	15388	63	9814	2547
19	1722	14522	64	10253	2438
20	1820	13736	65	10722	2332
21	1919	13025	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11878	2122
23	2122	11778	68	12376	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13736	1820
26	2438	18253	71	14522	1722
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16355	1528
29	2772	9020	74	17405	1434
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20056	1246
32	3124	8002	77	21701	1154
33	3247	7699	78	23518	1062
34	3372	7413	79	25720	972
35	3500	7141	80	28356	881
36	3638	6282	81	31565	792
37	3768	6635	82	35573	702
38	3906	6395	83	40716	614
39	4048	6174	84	47573	525
40	4196	5959	85	57142	437
41	4346	5752	86	71531	349
42	4502	5553	87	95802	262
43	4662	5362	88	142450	175
44	4828	5177	89	286533	87
45	5000	5000	90	infinita	

PRO-

PROPOS. XIV. PROBL. V.

660 *Altitudines, atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines aequales futurae sint, per singulos elevationis gr. reperire.*

Hæc omnia facili negotio consequemur. Posita enim semiparabolæ amplitudine partium semper 10000, medietas tangentis cujuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut exempli grat. semiparabolæ, cujus elevatio sit gr. 30. amplitudo vero, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887, tanta enim est proxime medietas tangentis. Inventa autem altitudine, sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit dimidiam amplitudinem semiparabolæ mediam esse proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem, sitque altitudo jam reperta, medietas vero amplitudinis semper eadem, partium scilicet 5000, si hujus quadratum per altitudinem datam diviserimus, sublimitas quæsita exurget. Ut in exemplo. Altitudo reperta fuit 2887, Quadratum partium 5000 est 25000000. quod divisum per 2887 dat 8659 proxime pro sublimitate quæsita.

Salv. Or qui si vede primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diverse elevazioni, quanto più si allontanano dalla media, o sia nelle più alte, o nelle più basse, tanto si ricerca maggiore impeto, e violenza per cacciar il projetto nella medesima lontananza. Imperocchè consistendo l' impeto nella mistione dei due moti, orizzontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato, del quale impeto viene ad esser misura l' aggregato dell' altezza, e della sublimità, vedesi dalla proposta tavola tale aggregato esser minimo nell' elevazione di grad. 45, dove l' altezza, e la sublimità sono eguali, cioè 5000 ciascheduna; e l' aggregato loro 10000. Che se noi cercheremo ad altra maggiore altezza, come per esempio di grad. 50. troveremo l' altezza esser 5959, e la sublimità 4196, che giunti insieme sommano 10155. E tanto troveremo parimente esser l' impeto di grad. 40, essendo questa, e quella elevazione egualmente lontane dalla media. Dove dobbiamo secondariamente notare esser vero, che eguali impeti si ricercano a due a due delle elevazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di più, che l' altezze, e le sublimità delle superiori elevazioni contrariamente rispondono alle sublimità, ed altezze delle inferiori: sicchè dove nell' esempio proposto nell' elevazione di 50 grad. l' altezza è 5959, e la sublimità 4196. nell' elevazione di grad. 40 accade all' incontro l' altezza esser 4196 e la sublimità 5559. e l' istesso accade in tutte l' altre senza veruna differenza: se non in quanto per fuggire il tedio del calcolare non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento, nè di pregiudizio alcuno.

Sagr. Io vo osservando, come delli due impeti orizzontale, e perpendicolare nelle projezioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell' orizzontale, e molto del perpendicolare. All' incontro nelle poco elevate, grande bisogna che sia la forza dell' impeto orizzontale, che a poca altezza dee cacciar il projetto. Ma sebben io capisco benissimo, che nella totale elevazione di gr. 90. per cacciare il projetto un sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo: ma necessariamente dee egli ricadere nell' istesso luogo,
661 onde fu cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare, che anco nella nulla elevazione, cioè nella linea orizzontale, non potesse da qualche forza, benchè non infinita, esser in alcuna lontananza spinto il projetto. Sicchè per esempio nè anco una Colubrina sia potente a spignere una palla di ferro orizzontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è dove non si dà elevazione. Io dico, che in questo caso resto con qualche ambiguità: e che io non neghi risolutamente il fatto, mi ritiene un altro accidente, che par non meno strano, e pure ne ho la dimostrazione concludente necessariamente.

mente. E l' accidente è l' esser impossibile distendere una corda, sicchè resti tesa dirittamente, e parallela all' orizzonte, ma sempre fa sacca, e si piega, nè vi è forza, che basti a tenderla rettamente.

Salv. Adunque, Sig. Sagr. in questo caso della corda cessa in voi la maraviglia circa la stravaganza dell' effetto, perchè ne avete la dimostrazione. Ma se noi ben considereremo, forse troveremo qualche corrispondenza tra l' accidente del projetto, e questo della corda. La curvità della linea del projetto orizzontale par, che derivi dalle due forze, delle quali una (che è quella del projciente) lo caccia orizzonralmente, e l' altra (che è la propria gravità) lo tira in giù a piombo. Ma nel tender la corda vi sono le forze di coloro, che orizzontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell' istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza, ed energia di poter contrastare, e vincer qualsivoglia immensa forza, che la voglia distendere dirittamente, perchè vorrete negarla al peso della palla? Ma più voglio dirvi, recandovi insieme maraviglia, e diletto, che la corda così tesa, e poco, o molto tirata, si piega in linee, le quali assai si avvicinano alle paraboliche, e la similitudine è tanta, che se voi segnerete in una superficie piana, ed eretta all' orizzonre una linea parabolica, e tenendola inversa, cioè col vertice in giù, e colla base parallela all' orizzonte, facendo pendere una catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, vedrete allentando più, o meno la detta catenuzza incurvarsi, e adattarsi alla medesima parabola; e tale adattamento tanto più esser preciso, quanto la segnata parabola sarà men curva, cioè più distesa; Sicchè nelle parabole descritte con elevazioni sotto a i grad. 45. la catenella cammina quasi *ad unguem* sopra la parabola.

Sagr. Adunque con una tal catena sottilmente lavorata si potrebbero in un subito punteggiar molte linee paraboliche sopra una piana superficie.

Salv. Potrebbesi, ed ancora con qualche utilità non piccola, come appresso vi dirò.

Simp. Ma prima che passar più avanti, vorrei pur io ancora restar assicurato almeno di quella Proposizione, della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente, dico dell' esser impossibile per qualunque immensa forza fare star tesa una corda drittamente, ed equidistante all' Orizzonte.

Sagr. Vedrò se mi sovviene della dimostrazione, per intelligenza della quale bisogna Sig. Simp. che voi supponghiate per vero quello, che in tutti gli strumenti meccanici non solo coll' esperienza, ma colla dimostrazione ancora si verifica; e questo è, che la velocità del movente, benchè di forza debole, può superare la resistenza, benchè grandissima, di un resistente, che lentamente debba esser mosso, tuttavolta che maggior proporzione abbia la velocità del movente alla tardità del resistente, che non ha la resistenza di quel, che debbe esser mosso alla forza del movente. 662

Simp. Questo mi è notissimo, e dimostrato da Aristotile nelle sue quistioni meccaniche, e manifestamente si vede nella leva, e nella stadera, dove il romano, che non pesi più di 4. libbre, leverà un peso di 400, mentre che la lontananza di esso romano dal centro, sopra il quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto, dal quale pende il gran peso: e questo avviene, perchè nel calar che fa il romano, passa spazio più di cento volte maggiore dello spazio, per lo quale nel medesimo tempo monta il gran peso. Che è l' istesso che dire, che il piccolo romano si muove con velocità più, che cento volte maggiore della velocità del gran peso.

Sagr. Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del movente, supererà qualsivoglia gran resi-

reſiſtenza, tutta volta che quello più avanzi di velòcità, che ei non cede di vigore, e gravità. Or venghiamo al caſo della corda. E ſegnando un poco di figura intendete per ora queſta linea A B, paſſando ſopra i due punti fiſſi, e ſtabili A, B, aver nelle eſtremità ſue pendenti, come vedete, due immenſi peſi C, D, li quali tirandola con grandiſſima forza la facciano ſtar veramente teſa dirittamente, eſſendoeſſa una ſemplice linea ſenza veruna gravità. Or qui vi ſoggiungo, e dico, che ſe dal mezzo di quella, che ſia il punto E, voi ſoſpenderete

qualſivoglia piccolo peſo, quale ſia queſto H; la linea A B cederà, ed inclinandoſi verſo il punto F, ed in conſeguenza allungandoſi coſtrignerà i due graviſſimi
663 peſi C, D a ſalire in alto: il che in tal guiſa vi dimoſtro. Intorno a i due punti A, B, come centri, deſcrivo due quadranti E F G, E L M; ed eſſendo che li due ſemidiametri A I, B L ſono eguali alli due A E, E B, gli avanzi F I, F L ſaranno le quantità de gli allungamenti delle parti A F, F B, ſopra le A E, E B; ed in conſeguenza determinano le ſalite de i peſi C, D, tutta volta però che il peſo H aveſſe avuto facoltà di calare in F. Il che allora potrebbe ſeguire, quando la linea E F, che è la quantità della ſceſa di eſſo peſo H, aveſſe maggior proporzione alla linea F I, che determina la ſalita de i due peſi C, D; che non ha la gravità di amendue eſſi peſi alla gravità del peſo H. Ma queſto neceſſariamente avverrà, ſia pur quanto ſi voglia maſſima la gravità de i peſi C, D, e minima quella dell' H. Imperocchè non è sì grande l' eccesſo de i peſi C, D ſopra il peſo B, che maggiore non poſſa eſſere a proporzione l' eccesſo della tangente E F ſopra la parte della ſegante F I. Il che proveremo così: Sia il cerchio, il cui diametro G I: e qual proporzione ha la gravità de i peſi C, D alla gravità di H, tale l' abbia la linea B O ad un' altra, che ſia C, della quale ſia minore la D, ſicchè maggior proporzione avrà la B O alla D, che alla C; prendaſi delle due O B, D la terza proporzionale B E, e come O E ad E B, così ſi faccia il diametro G I (prolungandolo) all' I F, e dal termine F tiriſi la tangente F N. E perchè ſi è fatto, come O E ad E B, così

G I

G I ad I F, farà componendo, come O B a B E, così G F ad F I. Ma tra O B, e B E media la D, e tra G F, F I media la N F; adunque N F alla F I ha la medesima proporzione, che la O B alla D, la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi C D al peso H. Avendo dunque maggior proporzione la scesa, o velocità del peso H alla salita, o velocità de i pesi C, D, che non ha la gravità di essi pesi C, D alla gravità del peso H; resta manifesto, che il peso H descenderà, cioè la linea A B partirà dalla rettitudine orizzontale. E quel che avviene alla retta A B priva di gravità, mentre si attacchi in E qualsivoglia minimo peso H, avviene all' istessa corda A B intesa di materia pesante, senza l' aggiunta di alcun' altro grave; poichè vi si sospende il peso istesso della materia componente essa corda A B.

Simp. Io resto soddisfatto a pieno; però potrà il Sig. Salv. conforme alla promessa esplicarci, qual sia l'utilità, che da simile catenella si può ritrarre, e dopo questo arrecarci quelle speculazioni, che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della percossa.

Salv. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate, l' ora, che non poco è tarda, non ci basterebbe a gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

Sagr. Concorro col parere di V. S. perchè da diversi ragionamenti avuti con amici intrinseci del nostro Accademico ho ritratto, questa materia della forza della percossa essere oscurissima, nè di quella sin ora esserne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i suoi ricetti pieni di tenebre, ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia una stravagantissima, cioè, che la forza della percossa è indeterminata, per non dire infinita. Aspetteremo dunque la comodità del Sig. Salv. Ma intanto dicami che materie son queste, che si vedono scritte dopo il trattato dei projetti?

Salv. Queste sono alcune proposizioni attenenti al centro di gravità dei solidi, le quali in sua gioventù andò ritrovando il nostro Accademico, parendogli, che quello, che in tal materia aveva scritto Federigo Comandino, non mancasse di qualche imperfezione. Credette dunque con queste proposizioni, che qui 664
vedete scritte, poter supplire a quello, che si desiderava nel libro del Comandino, ed applicossi a questa contemplazione ad instanza dell' Illustriss. Sig. Marchese Guid' Ubaldo del Monte grandissimo Matematico de' suoi tempi, come le diverse sue opere pubblicate ne mostrano, ed a quel Sig. ne dette copia con pensiero di andar seguitando cotal materia anco negli altri solidi non tocchi dal Comandino, ma incontratosi dopo alcun tempo nel libro del Sig. Luca Valerio, massimo Geometra, e veduto, come egli risolve tutta questa materia senza niente lasciare indietro, non seguitò più avanti, benchè le aggressioni sue sieno per istrade molto diverse da quelle del Sig. Valerio.

Sagr. Sarà bene dunque, che in questo tempo, che s' intermette tra i nostri passati, ed i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il libro, che io tra tanto anderò vedendo, e studiando le proposizioni conseguentemente scrittevi.

Salv. Molto volentieri eseguisco la vostra domanda, e spero, che V. S. prenderà gusto di tali proposizioni.

APPENDIX,

In qua continentur Theoremata, eorumque demonſtrationes, quæ ab eodem Auctore circa centrum gravitatis ſolidorum olim conſcripta fuerunt.

POSTULATUM.

Petimus æqualium ponderum ſimiliter in diverſis libris diſpoſitorum, ſi horum quidem compoſitorum centrum gravitatis libram ſecundum aliquam rationem diviſerit, & illorum etiam gravitatis centrum libram ſecundum eandem rationem dividere.

LEMMA.

Sit linea A B biſariam in C ſecta, cujus medietas A C diviſa ſit in E, ita ut quam rationem habet B E ad E A, hanc habeat A E ad E C. Dico B E ipſius E A duplam eſſe. Quia enim ut B E ad E A, ita E A ad E C; erit componendo,

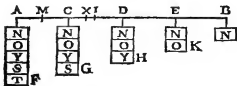


& permutando, ut B A ad A C, ita A E ad E C, eſt autem ut A E ad E C, nempe ut B A ad A C, ita B E ad E A, quare B E ipſius E A dupla eſt.

His poſitis demonſtratur, ſi magnitudines quotcunque ſeſe æqualiter excedentes, & quarum exceſſus earum minimæ ſint æquales, ita in libra diſponantur, ut ex diſtantiis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars verſus minores reliquæ ſit dupla.

665 In Libra itaque A B ex diſtantiis æqualibus pendeant quotcunque numero magnitudines F, G, H, K, N, quales dictum eſt, quarum minima ſit N; ſintque puncta ſuſpenſionum A, C, D, E, B, ſitque omnium magnitudinum ſic diſpoſitarum gravitatis centrum X. Oſtendendum eſt partem libræ B X verſus minores magnitudines reliquæ X A duplam eſſe.

Dividatur libra biſariam in puncto D; quod vel in aliquo puncto ſuſpenſionum, vel in duarum ſuſpenſionum medio cadet neceſſario, reliquæ vero ſuſpenſionum diſtantiæ, quæ inter A & D intercipiuntur, omnes biſariam dividantur punctis M, I; magnitudines deinde omnes



in partes ipſi N æquales dividantur: erunt jam partes ipſius F tot numero, quot ſunt, quæ ex libra pendent magnitudines, partes vero ipſius G erunt una pauciores, & ſic de reliquis. Sint itaque ipſius F partes N, O, Y, S, T, ipſius G vero N, O, Y, S, ipſius H quoque N, O, Y, ipſius denique K ſint N, O;

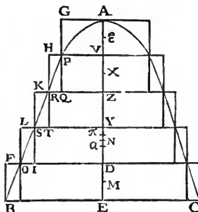
O; eruntque magnitudines omnes, in quibus N ipsi F æquatur; magnitudines vero omnes, in quibus O ipsi G æquatur; & magnitudines, in quibus Y ipsi H; illæ autem, in quibus S ipsi K, & magnitudo T ipsi N æqualis est. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus N inter se sunt æquales, æque ponderabunt in signo D, quod libram A B bifariam dividit, & eandem ob causam omnes magnitudines, in quibus O æque ponderant in I, illæ autem, in quibus Y in C, & in quibus S in M, æque ponderant; T autem in A suspenditur. Sunt igitur in libra A D, ex distantiis æqualibus D, I, C, M, A suspensæ magnitudines, sese æqualiter excedentes, & quarum excessus minimæ æquatur: maxima autem, quæ est composita ex omnibus N, pendet ex D; minima, quæ est T, pendet ex A, & reliquæ ordinate dispositæ sunt. Estque rursus alia libra A B; in qua magnitudines aliæ prædictis numero, & magnitudine æquales eodem ordine dispositæ sunt. Quare libræ A B, A D a centris omnium magnitudinum secundum eandem rationem dividentur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum X: quare X dividit libras B A, A D sub eadem ratione: ita ut sicut B X ad X A, ita X A ad X D; quare B X dupla est ipsius X A ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

Si conoidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & axis dicti conoidis dividatur, ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto divisionis erit propinquius: centrum autem gravitatis circumscriptæ a basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum a tali puncto distantia æqualis lineæ, quæ sit pars sexta altitudinis unius cylindri, ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ, quales dictæ sunt, altera sit inscripta, altera circumscripta, & axis conoidis qui sit A E dividatur in N, ita ut A N ipsius N E sit dupla. Ostendendum est centrum gravitatis inscriptæ 666
figuræ esse in linea N E, circumscriptæ autem centrum esse in A N. Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ B A C; plani autem secantis, & basis conoidis sectio sit B C linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ: ut in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum, cujus axis est D E, ad cylindrum, cujus axis est D Y, eandem habet rationem quam quadratum O D ad quadratum S Y, hoc est, quam D A ad A Y: cylindrus autem, cujus axis est D Y, ad cylindrum Y Z est ut S Y ad R Z potentia; hoc est, ut Y A ad A Z, & eadem ratione cylindrus, cujus axis est Z Y, ad eum, cujus axis est Z V, est ut Z A ad A V, dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ D A, A Y; Z A, A V: istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & est excessus æqualis minimæ, ita ut A Z dupla sit ad A V, A Y autem ejusdem est tripla, & D A quadrupla; sunt igitur dicti cylindri magnitudines quædam sese ad invicem æqualiter excedentes, quarum excessus æquantur earum minimæ, & est linea X M, in qua ex distantiis æqualibus suspensæ sunt (unumquodque enim

cylin-

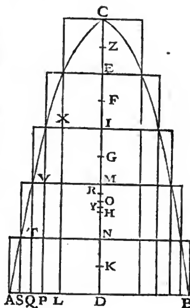
cylindrorum centrum gravitatis habet in medio axis) quare per ea quę superius demonstrata sunt centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compositę dividet lineam X M, ita ut pars ad X reliquę sit dupla. Dividatur itaque, & sit X α ipsius α M dupla; est ergo α centrum gravitatis inscriptę figurę. Dividatur A V bifariam in ε; erit ε X dupla ipsius M E; est autem X α dupla ipsius α M; quare ε E tripla erit E α; est autem A E tripla ipsius E N: constat ergo, E N majorem esse quam E α, & ideo α, quod est centrum figurę inscriptę, magis accedere ad basin conoidis quam N, & quia est ut A E ad E N, ita ablatum ε E ad ablatum E α; erit & reliquum ad reliquum, idest, A ε ad N α, ut A E ad E N. Est ergo α N tertia pars ipsius A ε, & sexta ipsius a V. Eodem autem pacto cylindri circumscriptæ figuræ demonstrabuntur esse sese ęqualiter excedentes, & esse excessus æquales minimo, & habere in linea ε M centra gravitatum in distantiis ęqualibus. Si itaque dividatur ε M in π, ita ut ε π reliquę π M sit dupla; erit π centrum gravitatis totius circumscriptę magnitudinis, & cum ε π dupla sit ad π M; A ε autem minor sit quam dupla ad E M: (cum ei sit ęqualis:) erit tota A E minor quam tripla ipsius E π; quare E π major erit ipsa E N, & cum ε M tripla sit ad M π, & M E cum duabus ε A similiter tripla sit ad M E; erit tota A E cum A ε tripla ad E π, est autem A E tripla ad E N; quare reliqua A ε reliquę π N tripla erit. Est igitur N π sexta pars ipsius A V. Hęc autem sunt, quę demonstranda fuerunt. Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi; & alteram circumscribi, ita ut centra gravitatum earum a puncto N minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositę lineę sexcupla, fiantque cylindrorum axes,
667 ex quibus figurę componuntur hac sumpta linea minores; erunt, quę inter harum figurarum centra gravitatum, & signum N caduut, lineę proposita linea minores.



ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit C D, dividatur in O, ita ut C O ipsius O D sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptę figuræ esse in linea O D; circumscriptæ vero centrum esse in C O. Secentur figuræ plano per axem, & C, ut dictum est. Quia igitur cylindri S N, T M, V I, X E, sunt inter se, ut quadrata linearum S D, T N, V M, X I; hæc autem sunt inter se, ut lineæ N C, C M, C I, C E; hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe C E; estque cylindrus T M cylindro Q N æqualis; cylindrus autem V I ipsi P N, & X E ipsi L N æquatur; ergo cylindri S N, Q N, P N, L N, sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo, eorum nempe cylindro L N. Est autem excessus cylindri S N super cylindrum Q N anulus, cujus altitudo est Q T, hoc est N D; latitudo autem S Q: excessus autem cylindri Q N super P N est anulus, cujus latitudo est Q P, excessus autem cylindri P N super L N est anulus, cujus latitudo P L. Quare dicti anuli S Q, Q P, P L, sunt inter

inter se æquales, & cylindro L N. Anulus igitur S T æquatur cylindro X E; anulus Q V, qui ipsius est duplus, æquatur cylindro V I, qui similiter cylindri X E duplus est, & eamdem ob causam anulus P X cylindro T M, & cylindrus L E cylindro S N æqualis erit. In libra itaque K F puncta media rectarum E I, D N connectente, & in partes æquales punctis H, G secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri S N, T M, V I, X E, & gravitatis centrum primi cylindri est K; secundi vero est H; tertii G; quarti F. Habemus autem & aliam libram M K; quæ est ipsius F K dimidia, totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe M H, H N, N K, & in ea aliæ magnitudines illis, quæ sunt in libra F K, numero & magnitudine æquales, & centra gravitatum in signis M, H, N, K habentes, & eodem ordine dispositæ sunt: cylindrus enim L E centrum gravitatis habet in M, & æquatur cylindro S N centrum habenti in K: anulus vero P X centrum habet H, & æquatur cylindro T M, cujus centrum est H, & anulus Q V, centrum habens N, æquatur cylindro V I, cujus centrum est G; & denique anulus S T, centrum habens K, æquatur cylindro X E, cujus centrum est F. Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum libram dividet in eadem ratione: earundem vero unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit Y. Itaque F Y ad Y K erit ut K Y ad Y M; est ergo F Y dupla ipsius Y K; & divisa C E bifariam in Z, erit Z F dupla ipsius K D; ac propterea Z D tripla ipsius D Y; rectæ vero D O tripla est C D: major est ergo recta D O, quam D Y; ac propterea Y centrum inscriptæ magis ad basim accedit, quam punctum O. Et quia, ut C D ad D O, ita est ablatum Z D ad ablatum D Y; erit & reliquum C Z ad reliquum Y O, ut C D ad D O; nempe Y O tertia pars erit ipsius C Z; hoc est pars sexta ipsius C E. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra gravitatum in distantiis æqualibus libræ K Z constituta, & pariter anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra K G ipsius K Z dimidia, ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit R, libras ita dividere, ut Z R ad R K sit, ut K R ad R G. Erit ergo Z R dupla ipsius R K; C Z vero rectæ K D æqualis est, & non dupla; erit tota C D minor quam tripla ipsius D R; quare recta D R major est quam D O, scilicet centrum circumscriptæ a basi magis recedit quam punctum O. Et quia Z K tripla est ad K R, & K D cum duabus Z C tripla ad K D; erit tota C D cum C Z tripla ipsius D R; est autem C D tripla ad D O, quare reliqua C Z reliquæ R O tripla erit; scilicet O R sexta pars est ipsius E C. Quod est propositum. 668



His autem prædemonstratis demonstratur, centrum gravitatis parabolici Conoidis

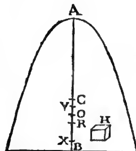
dis axem ita dividere ut pars ad verticem aliquæ ad basim sit dupla.

Esto parabolicum conoidale, cujus axis sit A B divisus in N, ita ut A N ipsius N B sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse N punctum; si enim non est N, aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra, sitque X, & exponatur linea L O ipsi N X æqualis, & L O contingenter dividatur in S. & quam rationem habet utraque simul B X, O S, ad O S, hanc habeat conoidale ad solidum Y, & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut, quæ inter illius centrum gravitatis, & punctum N intercipitur, minor sit quam L S, excessus autem, quo a conoide superatur, minor sit solido Y; hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cujus gravitatis centrum sit I; erit jam I X major S O: & quia est, ut X B cum S O ad S O, ita conoidale ad Y; (est autem Y majus excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum proportio major quam utriusque B X, O S, ad S O, & dividendo figura inscripta ad dictum excessum majorem rationem habebit quam B X ad S O: habet autem B X ad X I proportionem adhuc minorem quam ad S O: inscripta igitur figura ad reliquas por-
669 tiones multo majorem proportionem habebit quam B X ad X I: quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad X I; quæ necessario major erit quam B X. Sit igitur M X. Habemus itaque centrum gravitatis conoidis X: figuræ autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est I, reliquarum ergo portionum quibus conoidale inscriptam figuram excedit gravitatis centrum erit in linea X M, atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit ut, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum, quo a conoide superatur, eandem ipsam habeat ad X I. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet M X ac X I: erit ergo M gravitatis centrum earum portionum, quibus conoidale excedit inscriptam figuram, quod certe esse non potest; nam, si per M ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ portiones versus eandem partem, nec ab eo dividentur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum N. Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, H, & rursus, ut supra, exponatur linea L O, æqualis ipsi H N, & contingenter divisa in S: & quam proportionem habet utraque simul B N, S O ad S L; hanc habeat conoidale ad Y, & conoidali circumscribatur figura ex cylindris, ut dictum est, a qua minori quantitate excedatur, quam sit solidum Y, & linea inter centrum gravitatis circumscriptæ, & signum N sit minor quam S O: erit residua V H major quam L S; & quia est, ut utraque B N, O S ad S L, ita conoidale ad Y; (est autem Y majus excessu, quo conoidale a circumscripta superatur: ergo B N, S O, ad S L minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem B N minor quam utraque B N, S O: V H autem major quam S L; multo igitur majorem rationem habet conoidale ad dictas portiones quam B V ad V H;

quam

quam igitur rationem habet conoidale ad easdem portiones, hanc habebit ad V H linea major ipsa B V. Habeat; ſitque ea M V, & quia centrum gravitatis circumſcriptæ figuræ eſt V, centrum vero conoidis eſt H, atque eſt, ut conoidale ad reſiduas portiones, ita M V ad V H, erit M centrum gravitatis reſiduarum portionum: quod ſimiliter eſt impoſſibile. Non eſt ergo centrum gravitatis conoidis ſupra punctum N. Sed demonſtratum eſt quod neque infra; reſtat ergo, ut in ipſo N ſit neceſſario. Et eadem ratione demonſtrabitur de conoide plano ſuper axe non erecto ſecto. Aliter idem, ut conſtat in ſequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici inter centrum circumſcriptæ figuræ, & centrum inſcriptæ cadit.

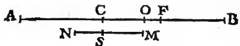
Sit conoidale, cujus axis A B, & centrum circumſcriptæ ſit C, inſcriptæ vero ſit O. Dico, centrum conoidis inter C, O puncta eſſe; nam ſi non, infra, vel ſupra, vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in R, & quia R eſt centrum gravitatis totius conoidis, inſcriptæ autem figuræ eſt gravitatis centrum O: reliquarum ergo portionum, quibus inſcripra figura a conoide ſuperatur, centrum gravitatis erit in linea O R ad partes R extenſa, atque in eo puncto, in quo ſic terminatur, ut quam rationem habent dictæ portiones ad inſcriptam, eandem habeat O R ad lineam inter R, & punctum illud cadentem. Sit hæc ratio illa, quam habet O R ad R X. Aut igitur X cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipſa baſi. Si vel extra, vel in baſi cadat, jam manifeſtum eſt abſurdum: Cadat intra, & quia X R ad R O eſt ut inſcripta figura ad exceſſum, quo a conoide ſuperatur, rationem illam, quam habet B R ad R O, eandem habeat inſcripta figura ad ſolidum H, quod neceſſario minus erit dicto exceſſu. Et inſcribatur alia figura, quæ a conoide ſuperetur minori quantitate quam ſit H; cujus gravitatis centrum cadet intra O C: Sit V. Et quia prima figura ad H eſt, ut B R ad R O: ſecunda autem figura, cujus centrum V major eſt prima, 670
& a conoide exceditur minori quantitate quam ſit H; quam rationem habet ſecunda figura ad exceſſum, quo a conoide ſuperatur, hanc habebit ad R U linea major ipſa B R. Eſt autem R centrum gravitatis conoidis; inſcriptæ autem ſecundæ V: centrum ergo reliquarum portionum erit extra conoides infra B, quod eſt impoſſibile. Et eodem pacto demonſtrabitur, centrum gravitatis ejuſdem conoidis non eſſe in linea C A. Quod autem non ſit alterum punctorum C, O, manifeſtum eſt. Si enim dicas eſſe, deſcriptis aliis figuris, inſcripta quidem majori illa, cujus centrum O, circumſcripta vero minore ea, cujus centrum C, centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet, quod nuper impoſſibile eſſe conclusum eſt. Reſtat ergo, ut inter centrum circumſcriptæ, & inſcriptæ figuræ ſit. Quod ſi ita eſt, neceſſario erit in ſigno illo, quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ ſit dupla, cum enim circumſcribi, & inſcribi poſſint figuræ, ita ut, quæ inter ipſarum centrum, & dictum ſignum cadunt lineæ, quacunque linea ſint minores, aliter dicentem ad impoſſibile deduceremus, quod ſcilicet centrum conoidis non intra inſcriptæ, & circumſcriptæ centra caderet.



Si fuerint tres lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat, eandem habeat linea quædam ſumpta ad duas tertias exceſſus, quo maxima mediam ſuperat, & item quam proportionem habet com-

posita ex maxima, & dupla mediæ ad compositam ex tripla maximæ, & mediæ; eandem habuerit alia linea sumpta ad excessum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ sumptæ simul, tertia pars maximæ proportionalium.

Sint tres lineæ proportionales A B, B C, B F, & quam proportionem habet B F ad F A, hanc habeat M S ad duas tertias ipsius C A, quam vero proportionem habet composita ex A B, & dupla B C ad compositam ex tripla utriusque A B, B C, eandem habeat alia, nempe S N ad A C. Demonstrandum est, M N tertiam esse partem ipsius A B. Quia itaque A B, B C, B F, sunt proportionales, erunt etiam A C, C F, in eadem ratione; est igitur, ut A B ad B C, ita A C ad C F, & ut tripla A B ad triplam B C, ita A C ad C F. Quam itaque rationem habet tripla A B cum tripla B C ad triplam A B, hanc habebit A C ad lineam minorem ipsa C F. Sit illa



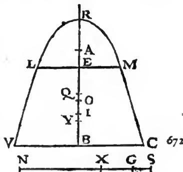
C O. Quare componendo, & per conversionem proportionis, O A ad A C eandem habebit rationem, quam tripla A B cum sexcupla B C ad triplam A B cum tripla B C; habet autem A C ad S N eandem rationem, quam tripla A B cum tripla B C ad A B cum dupla B C; ex æquali igitur O A ad N S eandem ha-
671 bebit rationem, quam tripla A B cum sexcupla B C ad A B cum dupla B C; verum tripla A B cum sexcupla B C triplæ sunt ad A B cum dupla B C; ergo A O tripla est ad S N.

Rursus quia O C ad C A est ut tripla C B ad triplam A B cum tripla C B: est autem, sicut C A ad C F, ita tripla A B ad triplam B C, ex æquali ergo in proportione perturbata, ut O C ad C F, ita erit tripla A B ad triplam A B cum tripla B C: & per conversionem rationis, ut O F ad F C, sic tripla B C ad triplam A B cum tripla B C: est autem, sicut C F ad F B, ita A C ad C B, & tripla A C ad triplam B C. Ex æquali igitur, in proportione perturbata, ut O F ad F B, ita tripla A C ad triplam utriusque simul A B, B C. Tota igitur O B ad B F erit, ut sexcupla A B ad triplam utriusque A B, A C; & quia F C, C A in eadem sunt ratione, & C B, B A, erit sicut F C ad C A, ita B C ad B A, & componendo ut F A ad A C, ita utraque B A, B C ad B A, & sic tripla ad triplam: ergo ut F A ad A C, ita composita ex tripla B A & tripla B C ad triplam A B, quare sicut F A ad duas tertias ipsius A C, sit composita ex tripla B A, & tripla B C ad duas tertias triplæ B A: hoc est, ad duplam B A: sed sicut F A ad duas tertias ipsius A C, ita F B ad M S. Sicut ergo F B ad M S, ita composita ex tripla B A, & tripla B C ad duplam B A; verum sicut O B ad F B, ita erat sexcupla A B ad triplam utriusque A B, B C; ergo ex æquali O B ad M S eandem habebit rationem quam sexcupla A B ad duplam B A, quare M S erit tertia pars ipsius O B. Et demonstratum est, S N tertiam esse partem ipsius A O, constat ergo, M N ipsius A B tertiam similiter esse partem, & hoc est, quod demonstrandum fuit.

Cujuslibet frusti a conoide parabolico abscissi centrum gravitatis est in linea recta, quæ frusti est axis; qua in tres æquas partes divisa centrum gravitatis in media existit, eamque sic dividit, at pars versus minorem basim ad partem versus majorem basim, eandem habeat rationem quam major basis ad basim minorem.

A conoide, cujus axis R B, abscissum sit solidum, cujus axis B E, & planum abscindens sit basi æquidistans, secetur autem altero plano per axem super basin erectum,

ctum, sitque sectio parabolæ V, R, C, hujus autem, & plani secantis, & basis sectiones sint lineæ rectæ L M, V C; erit R B diameter proportionis vel diametro æquidistans; L M, V C erunt ordinatim applicatæ. Dividatur itaque E B in tres partes æquales; quarum media sit Q Y; hæc autem signo I ita dividatur, ut, quam rationem habet basis, cujus diameter V C, ad basin, cujus diameter L M; hoc est, quam habet quadratum V C ad quadratum L M; eandem habeat Q I ad I Y. Demonstrandum est, I centrum gravitatis esse frusti L M C. Exponatur linea N S æqualis ipsi B R, & S X æqualis sit E R, ipsarum autem N S, S X sumatur tertia proportionalis S G, & quam proportionem habet N G ad G S, hanc habeat linea B Q ad I O. Nihil autem refert, si punctum O supra vel infra L M cadat; & quia in sectione V R C lineæ L M, V C ordinatim sunt applicatæ, erit ut quadratum V C ad quadratum L M, ita linea B R ad R E; est autem ut quadratum V C ad quadratum L M, ita Q I ad I Y, & ut B R ad R E, ita N S ad S X, ergo Q I ad I Y est ut N S ad S X. Quare ut Q Y ad Y I, ita erit utraque N S, S X, ad S X, & ut E B ad Y I, ita composita ex tripla N S, & tripla S X ad S X; est autem, ut E B ad B Y, ita composita ex tripla utriusque simul N S, S X ad compositam ex N S, S X; ergo ut E B ad B I, ita composita ex tripla N S, & tripla S X ad compositam ex N S & dupla S X. Sunt igitur 3. lineæ proportionales, N S, S X, G S, & quam proportionem habet S G ad G N, hanc habet quædam sumpta O I ad duas tertias ipsius E B, hoc est ipsius N X, quam autem proportionem composita ex N S, & dupla S X, ad compositam ex tripla N S, & tripla S X, eandem habet alia quædam sumpta I B ad B E, hoc est ad N X. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius N S; hoc est ipsius R B: est ergo R B tripla ipsius B O, quare O erit centrum gravitatis conoidis V R C. Sit autem A centrum gravitatis conoidis L R M; frusti ergo V L M C centrum gravitatis est in linea O B, atque in eo puncto, qui illam sic terminat, ut quam rationem habet V L M C frustum ad L R M portionem, eam habeat linea A O ad eam, quæ inter O, & dictum punctum intercedit. Et quia R O est duæ tertiæ ipsius R B; R A vero duæ tertiæ ipsius R E: erit reliqua A O duæ tertiæ reliquæ E B, & quia est, ut frustum V L M C ad portionem L R M, ita N G ad G S, ut autem N G ad G S, ita duæ tertiæ E B ad O I; duabus autem tertiis ipsius E B æqualis est linea A O; erit, ut frustum V L M C ad portionem L R M, ita A O ad O I. Constat igitur frusti V L M C gravitatis centrum esse punctum I, & axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus majorem sit, ut dupla majoris basis una cum minori ad duplam minoris una cum majori. Quod est propositum, elegantius explicatum.



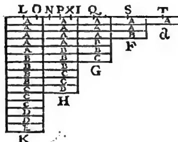
672

Si magnitudines quotcunque ita inter se sint dispositæ, ut secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat super secundam triplum primæ, quarta vero addat super tertiam quadruplum primæ, & si unaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem secundum numerum, quem ipsa in ordine retinuerit: si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantiis æqualibus suspendantur: centrum æquilibrij omnium compositarum libram ita dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra L T, & magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant, & sint

A, F, G, H, K, quarum A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibri libram T L ita secare, ut pars versus T reliquæ sit tripla. Sit T L tripla ad L I, & S L tripla L P, & Q L ipsius L N, & L P ipsius L O, erunt I P, P N, N O, O L æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla, in G vero alia ejusdem tripla, in H ejusdem quadrupla, & sic deinceps, & sint sumptæ magnitudines illæ, in quibus A, & idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K. Quum enim in F reliqua magnitudo, nempe B, sit æqualis A, sumatur in G ipsius dupla, in H tripla, &c. & sint hæ magnitudines sumptæ, in quibus B; & eodem pacto sumantur illæ, in quibus C, & in quibus D, & E, erunt jam omnes, in quibus A, æquales ipsi K; composita vero ex omnibus B æquabitur ipsi H; composita ex C ipsi G: ex omnibus D vero composita æquabitur F; & E ipsi A: & quia T I dupla est I L, erit I punctum æquilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus A, & similiter, cum S P ipsius P L sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus B, & eamdem ob causam N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus C; O vero compositæ ex D, & L ipsius E.

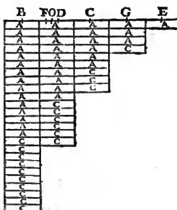
673 Est igitur libra quædam T L, in qua ex distantiis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A, & rursus est alia libra L I, in qua ex distantiis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, & eodem ordine prædictis æquales, est enim composita ex omnibus A quæ pendet ex I æqualis K pendenti ex L, & composita ex omnibus B, quæ pendet ex P, æquatur H pendenti ex P; & similiter composita ex C, quæ pendet ex N, æquatur G, & composita ex D, quæ pendet ex O, æquatur F, & E pendens ex L æqualis est A. Quare libræ eadem ratione a centro compositarum magnitudinum dividentur. Unum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ T L; & rectæ L I centrum, quod sit X. Itaque ut T X ad X L, ita erit L X ad X I, & tota T L ad L I, est autem T L ipsius L I tripla, quare, & T X ipsius X L tripla erit.



Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secunda addat super primam triplum primæ, tertia vero super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, & sic deinceps unicuj usque augmentum super sibi proximam procedat, multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares, sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis, & in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit major quam tripla, eadem vero dempta una distantia ejusdem minor sit quam tripla.

Sint in libra B E magnitudines, quales dictum est, a quibus auferantur magnitudines aliquæ inter se, ut quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; & sint compositæ ex omnibus A, erunt reliquæ, in quibus C, eodem ordine distributæ, sed

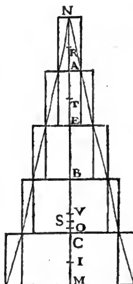
sed deficientes maxima. Sit E D tripla D B, & G F tripla F B; erit D centrum æquilibrii compositæ ex omnibus A; F vero compositæ ex omnibus C, quare compositæ ex omnibus A, C, centrum cadet inter D & F. Sit O. Manifestum itaque est, E O ipsius O B majorem esse quam triplam; G O vero ejusdem O B minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.



674

Si cuicumque cono, vel coni portioni ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura una inscribatur, & altera circumscribatur; itemque axis ejus ita dividatur, ut pars, quæ inter punctum divisionis, & verticem intercipitur, reliquæ sit tripla: erit inscriptæ figuræ gravitatis centrum propinquius basi coni, quam punctum illud divisionis, circumscriptæ vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

Sit itaque conus, cujus axis N M dividatur in S, ita ut N S reliquæ S M sit tripla. Dico, cujuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe N M consistere, & ad basin coni magis accedere quam S punctum, circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe N M esse, & vertici propinquius, quam sit S. Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris, quorum axes M C, C B, B E, E A æquales sint. Primus itaque cylindrus, cujus axis M C, ad cylindrum, cujus axis C B, eamdem habet rationem quam sua basis ad basin alterius (sunt enim eorum alitudines æquales) hæc autem ratio eadem est ei, quam habet quadratum C N ad quadratum N B. Et similiter ostendetur, cylindrum, cujus axis C B, ad cylindrum, cujus axis B E, eandem habere rationem quam quadratum B N ad quadratum N E, cylindrum vero, cujus axis B E, ad cylindrum circa axem E A eam, quam habet quadratum E N ad quadratum N A; sunt autem lineæ N C, N B, N E, N A sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi N A. Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes, quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra T I, ut singu-



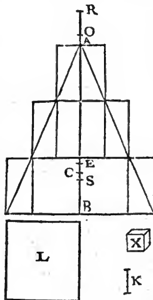
675

lorum

lorum centra gravitatum in ea, & in distantiis æqualibus consistant. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram T I ita dividere, ut pars versus T sit major quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum O; est ergo T O major quam tripla ipsius O I. Verum T N tripla est ad I M; ergo tota M O minor erit quam pars quarta totius M N, cujus M S pars quarta posita est. Constat ergo, signum O basi coni magis accedere quam S. Verum sit jam circumscripta figura constans ex cylindris, quorum axes M C, C B, B E, E A, A N inter se sint æquales; similiter, ut de inscriptis, ostendetur, esse inter se sicut quadratum linearum M N, N C, B N, N E, A N; quæ sese æqualiter excedunt, excessusque æquatur minimæ A N; quare per præmissam centrum gravitatis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit V, libram R I sic dividet, ut pars versus R, nempe R V, reliquæ V I sit major quam tripla; T V vero ejusdem minor erit quam tripla. Sed N T tripla est ipsius I M; igitur tota V M major est quam pars quarta totius M N, cujus M S pars quarta posita est. Itaque punctum V vertici propinquius est quam punctum S. Quod ostendendum erat.

Cono dato potest figura circumscribi, & altera inscribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea, quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ, & centrum gravitatis inscriptæ intercipitur, minor sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cujus axis A B, data autem recta sit K. Dico; Exponatur cylindrus L æqualis ei, qui in cono inscribitur, altitudinem habens dimidium axis A B, & A B dividatur in C, ita ut A C ipsius C B tripla sit, & quam rationem habet A C ad K, hanc habeat cylindrus L ad solidum X. Cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & altera inscribatur, ita ut circumscripta excedat inscriptam minori quantitate, quam sit solidum X; sitque circumscriptæ gravitatis centrum E, quod cadet supra C; inscriptæ vero centrum sit S, cadens sub C. Dico iam, E S lineam ipsa K minorem esse. Nam si non; ponatur ipsi C A æqualis E O, quia igitur O E ad K eandem habet rationem quam L ad X; inscripta vero figura minor non est cylindro L: excessus autem quo dicta figura a circumscripta superatur, minor est solido X, inscripta igitur figura ad dictum excessum majorem rationem habebit quam O E ad K; ratio autem O E ad K non est minor ea, quam
676 habet O E ad E S cum E S non ponatur minor K; Igitur inscripta figura ad excessum, quo a circumscripta superatur, majorem habet rationem quam O E ad E S. Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad lineam E S linea quædam major ipsa E O; sit illa E R; est autem inscriptæ figuræ centrum gravitatis S; circumscriptæ vero centrum est E. constat



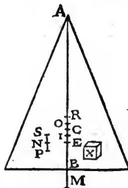
ergo

ergo reliquarum portionum, quibus circumscripta excedit inscriptam, centrum gravitatis esse in linea R E, atque in eo puncto, a quo sic terminatur, ut quam rationem habet inscripta ad dictas portiones, eandem habeat linea inter E, & punctum illud intercepta ad lineam E S; hanc vero rationem habet R E ad E S; ergo reliquarum portionum, quibus circumscripta superat inscriptam figuram, gravitatis centrum erit R, quod est impossibile, planum enim ductum per R basi coni æquidistans dictas portiones non secat. Falsum igitur est, lineam E S non esse minorem ipsa K; erit ergo minor. Hæc autem non dissimili modo in pyramide fieri posse demonstrabuntur.

Ex his manifestum est, cono dato posse figuram unam circumscribi, & alteram inscribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, & punctum, quod axem coni ita dividit, ut pars ad verticem reliquæ sit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea sint minores. Cum enim, ut demonstratum est, dictum punctum axem dividens, ut dictum est, semper inter circumscriptæ, & inscriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique possit, ut quæ inter eadem centra mediat, linea minor sit quacumque linea proposita; multo minor eadem proposita linea sit, quæ inter alterum centrorum, & dictum punctum axem dividens intercipitur.

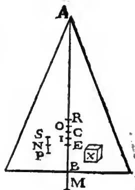
Cujuslibet coni, vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad basin sit tripla.

Esto conus, cujus axis A B, & in C dividatur ita, ut A C reliquæ C B sit tripla: ostendendum est, C esse gravitatis centrum coni. Nam si non est, erit coni centrum aut supra, aut infra punctum C. Sit prius infra; & sit E: & exponatur linea S P æqualis C E; quæ contingenter dividatur in N, & quam rationem habet utraque simul B E, P N, ad P N, hanc habeat conus ad solidum X, & inscribatur cono solida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cujus centrum gravitatis a puncto C minus distet quam sit linea S N; & excessus, quo a cono superatur, minor sit solido X; hæc enim fieri posse, ex demonstratis manifestum est. Sit jam inscripta figura qualis petitur, 677
cujus centrum gravitatis sit I. Erit igitur I E linea major quam N P, cum S P sit æqualis C E, & I C minor S N: &, quia utraque simul B E, N P, ad N P est ut conus ad X: excessus autem, quo conus inscriptam figuram superat, minor est solido X: ergo conus ad dictum excessum majorem rationem habebit quam utraque B E, N P ad N P: & dividendo inscripta figura ad excessum, quo a cono superatur, majorem rationem habebit quam B E ad N P: habet autem B E ad E I minorem adhuc rationem quam ad N P cum I E, cum major sit N P, ergo inscripta figura ad excessum, quo a cono superatur, multo majorem rationem habet quam B E ad E I. quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad E I linea quædam major ipsa B E. Sit illa M E. Quia igitur M E ad E I est, ut inscripta figura ad excessum, quo a cono superatur, & est E centrum gravitatis coni, I vero est gravitatis centrum inscriptæ: ergo M erit centrum gravitatis reliquarum portionum, quibus conus inscriptam sibi figuram excedit, quod est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis coni infra C punctum. Sed neque supra. Nam, si potest, sit R; & rursus sumatur linea S P contingenter in N secta: & quam rationem habet utraque



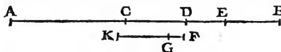
simul

simul B C, N P ad N S, hanc habeat conus ad X; & circumscribatur similiter cono figura, a qua minori quantitate superetur, quam sit solidum X: & linea, quæ inter illius centrum gravitatis, & C intercipitur, minor sit ipsa N P. Sit jam circumscripta, cujus centrum sit O: erit reliqua O R major ipsa N S; & quia ut utraque simul B C, P N, ad N S, ita conus ad X: excessus vero, quo conus a circumscripta superatur, minor est quam X: ipsa vero B O minor est quam utraque simul B C, P N: ipsa autem O R major quam S N: Conus igitur ad reliquas portiones, quibus a circumscripta superatur, multo majorem rationem habebit, quam B O ad O R. Habeat rationem illam M O ad O R: erit M O major ipsa B C: & M erit centrum gravitatis portionum, quibus conus a circumscripta superatur figura, quod est inconveniens. Non est ergo gravitatis centrum ipsius coni supra punctum C: sed neque infra, ut ostensum est, ergo erit ipsum C. Et idem eodem prorsus modo in pyramide quacumque demonstrabitur.



Si fuerint quatuor lineæ continue proportionales; & quam rationem habet minima earum ad excessum, quo maxima minimam superat, eandem habuerit linea quædam sumpta ad $\frac{1}{4}$ excessus, quo maxima secundam superat: quam autem rationem habet linea his æqualis (maximæ, duplæ secundæ, & triplæ tertiæ) ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ secundæ, & quadruplæ tertiæ; eandem habuerit alia quædam sumpta ad excessum, quo maxima secundam superat: erunt istæ duæ lineæ simul sumptæ quarta pas maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales, A B, B C, B D, B E, & quam rationem habet B E ad E A, eandem habeat F G ad $\frac{1}{4}$ ipsius A C. quam autem rationem habet linea æqualis A B, & duplæ B C, & triplæ B D ad æqualem quadruplæ
678 ipsarum A B, B C, B D: hanc habeat K G ad A C. Ostendendum est, K F quartam esse partem ipsius A B. Quia igitur A B, B C, B D, B E sunt proportiona-

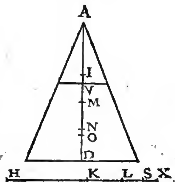


les: in eadem ratione erunt etiam A C, C D, D E: & ut quadrupla ipsarum A B, B C, B D, ad A B cum dupla B C, & tripla B D, ita quadrupla ipsarum A C, C D, D E, hoc est quadrupla ipsius A E, ad A C cum dupla C D, & tripla D E; & sic est A C ad K G; ergo ut tripla ipsius A E ad A C cum dupla C D, & tripla D E, ita $\frac{1}{4}$ ipsius A C ad K G. est autem, ut tripla A E ad triplam E B, ita $\frac{1}{4}$ A C ad G F; ergo per conversam vigesimam quartam quinti ut tripla A E ad A C cum dupla C D, & tripla D B, ita $\frac{1}{4}$ ipsius A C ad K F, & ut quadrupla A E ad A C cum dupla C D, & tripla D B, hoc est ad A B cum C B, & B D; ita A C ad K F: & permutando, ut quadrupla A E ad A C, ita A B cum C B, & B D ad K F; ut autem A C ad A E, ita

ita A B ad A B cum C B, & B D. ergo ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla A E ad A E, ita AB ad K F. Quare constat, K F quartam esse partem ipsius A B.

Cujuscunque frusti pyramidis seu coni plano basi æquidistante secti centrum gravitatis in axe consistit, eumque ita dividit ut pars versus minorem basin ad reliquam sit ut tripla majoris basis cum spatio duplo medii inter basin majorem & minorem una cum basi minori, ad triplam minoris basis cum eodem duplo spatii medii etiam basi majori.

A cono vel pyramide, cujus axis A D, secetur plano basi æquidistante frustum, cujus axis V D, & quam rationem habet tripla maximæ basis cum dupla mediæ, & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ, & maxima, hanc habeat V O ad O D. Ostendendum est, O centrum gravitatis frusti existere. Sit V M quarta pars ipsius V D.



Exponatur linea H X ipsi A D æqualis, sitque K X æqualis A V, ipsarum vero H X, K X, tertia proportionalis sit X L, & quarta X S: & quam rationem habet H S ad S X, hanc habeat M D ad lineam sumptam ab O versus A, quæ sit O N, & quia major basis ad eam, quæ inter majorem, & minorem est media proportionalis, est, ut D A ad A U, hoc est, ut H X ad X K: dicta autem media ad minorem est, ut K X ad X L: erunt major, media, & minor basis in eadem ratione, ac lineæ H X, X K, X L.

Quare ut tripla majoris basis cum dupla mediæ, & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ, & maxima, hoc est, ut V O ad O D; ita tripla H X cum dupla X K, & X L ad triplam X L cum dupla X K, & X H: & componendo, & convertendo, erit O D ad D V, ut H X cum dupla X K, & tripla X L ad quadruplam ipsarum H X, X K, X L.

Sunt igitur 4 lineæ proportionales, H X, X K, X L, X S: & quam rationem habet X S ad S H, hanc habet linea quædam sumpta N O ad $\frac{1}{4}$ ipsius D V, nempe ad D M; hoc est, ad $\frac{1}{4}$ ipsius H K; quam autem rationem habet H X cum dupla X K, & tripla X L ad quadruplam ipsarum H X, X K, X L, eandem habet alia quædam sumpta O D ad D V; hoc est, ad H K. ergo (per ea quæ demonstrata sunt) D N erit quarta pars ipsius H X; hoc est, ipsius A D; quare punctum N erit gravitatis centrum coni, vel pyramidis, cujus axis A D. Sit pyramidis, vel coni, cujus axis A V, centrum gravitatis I. Constat igitur, centrum gravitatis frusti esse in linea I N ad partes N extensa, in eoque ejus puncto, qui cum puncto N lineam intercipiat, ad quam I N eam habeat rationem, quam abscissum frustum habet ad pyramidem vel conum, cujus axis A V. Ostendendum itaque restat, I N ad N O eandem habere rationem quam frustum ad conum, cujus axis A V. Est autem ut conus, cujus axis D A, ad conum, cujus axis A V; ita cubus D A ad cubum A V, hoc est, cubus H X ad cubum X K; hæc autem eadem est proportio, quam habet H X ad X S: quare dividendo, ut H S ad S X, ita erit frustum, cujus axis D V, ad conum vel pyramidem cujus axis V A; est autem, ut H S ad S X, ita etiam MD 679

M D ad O N: quare frustum ad pyramidem, cujus axis A V, est ut M D ad N O. Et quia A N est $\frac{1}{4}$ ipsius A D; A I autem est $\frac{1}{4}$ ipsius A V: erit reliqua I N $\frac{1}{4}$ reliquæ V D; quare I N æqualis erit ipsi M D. Et demonstratum est, M D ad N O esse ut frustum ad conum A V. Constat ergo, hanc eandem rationem habere etiam I N ad N O; quare patet propositum.

PRINCIPIO DELLA QUINTA GIORNATA

DEL GALILEO

Da aggiugnersi all' altre quattro de' discorsi, e dimostrazioni Matematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alla meccanica, ed ai movimenti locali.

INTERLOCUTORI.

Salviati, Sagredo, e Simplicio.

680 *Salv.* Grandissima è la consolazione, ch' io sento nel vedere, dopo l' interposizione di qualche anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita adunanza. So che l' ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale, che non sa stare in ozio, però mi persuado, che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell' ultima Giornata de' nostri passati colloquj. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S. ed anco del nostro Sig. Simplicio, ho sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi. Così daremo principio agli usati discorsi per passar questa Giornata nell' occupazione di virtuoso trattenimento.

Sagr. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varj pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua Scienza del moto, sottoposta e ridotta da lui alle dimostrazioni della Geometria. Ed ora, poichè ella così comanda, procurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficare il mio intelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del Trattato de' moti, proporrò a V. S. uno scrupolo mio antico rinnovatomi nel considerare la dimostrazione, che l' Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi, e moderni Scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Questa è una certa ambiguità, che io ho sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta difinizione del quinto Libro di Euclide. Stimo mia somma prosperità di aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. S. del quale spero dover restar totalmente liberato.

Simpl. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento colle SS.
681 VV. per benefizio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di Geometria, che io studiai già nelle Scuole da giovanetto. Però ella s' immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

Sagr.

Sagr. Dico dunque, che avendo sentito nel dimostrar la prima proposizione dell' Autore intorno al moto equabile adoprarsi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero sesta difinizione del V. Libro di Euclide, ed avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa difinizione, non restai con quella chiarezza, che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose, che seguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Procurerò di soddisfare al desiderio di V. S. con addomesticare in qualche altra maniera quella difinizione di Euclide, e spianar la strada per quanto mi sarà possibile all' introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità uomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati colla medesima poca soddisfazione, colla quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Quando, e con qual occasione sovvenissero al Galileo queste speculazioni.

Io poi confesso, che per qualche anno dopo aver istudiato il V. Libro di Euclide, restai involto colla mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficultà, quando nello studiare le maravigliose Spirali di Archimede, incontrai nel bel principio del Libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore. Quell' occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine, ed acquistare per me, ed anco per altri qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l' animo con qualche attenzione a questo proposito, ed esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell' opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supposizione.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino. Cioè, che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto, o quella relazione di quantità, che ha la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi, che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali, la quale produca nell' animo del Lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte, e quella per appunto, che si stimi la più intelligibile anco dal volgo non introdotto nelle Matematiche. Così fece Euclide stesso in molti altri luoghi. Sovvengavi, che egli non disse, il Cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell' una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell' altra: ovvero dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quando anche così avesse detto, sarebbero state buone difinizioni. Ma mentre egli sapeva un' altra passione del cerchio più intelligibile della precedente, e più facile da formarsene concetto, chi non si accorge, che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara, e più evidente come difinizione, per cavar poi da essa quell' altre più recondite, e dimostrarle come conclusioni?

Sagr. Per certo che così è, ed io credo, che rari saranno gl' ingegni, i quali 682
totalmente si acquietino a questa difinizione, se io con Euclide dirò così.

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, presi secondo qualunque multiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare, o pareggiare gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta.

E chi è quello d' ingegno tanto felice, il quale abbia certezza, che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multiplici si accordino sempre? Ovvero chi sa, che quegli ugualmente multiplici non si accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto.

La proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità.

Ora avendo il Lettore concepito già nell' intelletto, che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa, che egli possa intendere, che quel rispetto, o relazione, che è fra la prima, e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto, o relazione, che si trova fra la terza, e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima, e della terza si accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta nell' esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Comunque ciò sia, parmi questo di Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però avendo io incontrato tanti ingegni, i quali hanno arenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare colla difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella Geometria, e procederò in questo modo.

Difinizione delle grandezze proporzionali tra loro commensurabili.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione, che ha la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda, e la terza ancora sarà eguale alla quarta. Ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverà dubbio alcuno il Sig. Simplicio nell' intender questo?

Simp. Certo che no.

Salv. Ma perchè non sempre accaderà, che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità, ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi, che le quattro grandezze allora sieno proporzionali, quando la prima contenga per esempio tre volte, e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte, e mezzo la quarta?

Simp. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto, che le quattro grandezze sieno proporzionali, non solo nel caso esemplificato da V. S. ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

Salv. Per raccoglier dunque ora in breve, e con maggiore universalità tutto quello, che si è detto, ed esemplificato fin qui, diremo, che

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro, quando l' eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all' eccesso della terza sopra la quarta.

683

Difiniz. generale delle grãdezze proporzionali, o commensurabili tra loro, o incõmensurabili.

Simp. Fin qui io non avrei difficultà, ma mi pare, che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali, se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poichè ella suppone, che la prima ecceda la seconda, e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io, come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

Salv. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo, che la prima sia minor della seconda, e la terza minor della quarta, allora farà la seconda maggior della prima, e la quarta maggior della terza. Però V. S. le consideri con quest' ordine inverso, e s' immagini, che la seconda sia prima, e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

Sagr. Così è per appunto. Ma seguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare, che faciliti assai a lei il discorso, ed a noi l' intelligenza.

Altro modo di difinire le

Salv. Stabilita questa per difinizione, soggiugnerò anco in qual altro modo s' intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali, ed è questo. Quando la

la prima per avere alla seconda la medesima proporzione, che la terza alla quarta, non è punto nè maggiore nè minore di quello, che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione, che ha la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi così.

grandezze proporzionali. Definiz. delle grãdezze non proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel, che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione, che ha la terza alla quarta, allora voglio, che convenghiamo di dire, che la prima abbia maggior proporzione alla seconda di quella, che ha la terza alla quarta.

Simp. Bene, ma quando la prima fosse minore di quel, che ella dovrebbe esser, per avere alla seconda quella medesima proporzione, che ha la terza alla quarta?

Salv. Mentre la prima sia minor di quel, che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione, che ha la terza alla quarta, sarà segno evidente, che la terza è maggior del giusto, per aver alla quarta quella tal proporzione, che ha la prima alla seconda. Però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini, che quelle grandezze, che erano terza, e quarta, diventino prima, e seconda, e quell'altre, che erano prima, e seconda, V. S. le riponga ne' luoghi della terza, e della quarta.

Sagr. Fin'ora intendo benissimo il concetto di V.S. e l'introduzione, colla quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora, che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose, cioè o di dimostrare con questi suoi principj tutto il quinto di Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni poste da V. S. quell'altre due, che Euclide mette per quinta, e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto Libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni, non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

Salv. Questa per appunto è l'intenzion mia, poichè quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza si accordano eternamente per necessità in pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e quarta, allora senza altra scorta si può entrare nel quinto Libro di Euclide, e si possono intender con evidenza i Teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora se colla posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò, che in qualche caso presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed anco della seconda, e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri Teoremi delle grandezze sproporzionali. Poichè questa nostra conclusione sarà per appunto la definizione, della quale, come per principio, si serve Euclide stesso. 684

Simp. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente si accordano nel pareggiare, o eccedere, o mancare; e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto il quinto degli Elementi Geometrici.

Salv. Ora ditemi, Signor Simplicio, se noi supporremo, che le quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè, che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione, che la terza C ha verso la quarta D, intendete voi, che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione, che due delle terze verso la quarta?

A B

C D

Assioma.

Simp.

Il medesimo Assioma più universalmente spiegato.

Simp. Io l' intendo assai bene, imperciocchè mentre una prima alla seconda ha la medesima proporzione, che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella, che hanno due delle terze alla quarta.

Salv. Adunque mentre V. S. intende questo, intenderà ancora, che quattro, o dieci, o cento delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione, che hanno quattro, o dieci, o cento delle terze ad una quarta.

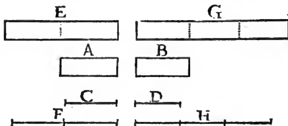
Simp. Certo che sì, e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo, che la prima presa due volte, o dieci, o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda, che ha la terza presa anche essa due volte, o dieci, o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile persuadermi il contrario.

Salv. Non è dunque ardua cosa il capire, che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda, che ha l' ugualmente multiplice della terza alla quarta: Cioè che la prima multiplicata quante volte ci pare abbia alla seconda quella proporzione stessa, che ha la terza multiplicata altrettante volte verso la quarta. Ora tutto quello, che io ho esemplificato fin qui con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi, che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente senza punto alterare l' antecedenti, e ditemi: Credete voi, che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella, che ha la terza a due delle quarte?

685 *Simpl.* Credo assolutamente di no; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione, che una terza ha verso la quarta intendo assai bene, che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci delle seconde avrà quella medesima proporzione, che ha la stessa terza verso due, o quattro, o dieci delle quarte.

PROP. I. che è la quarta del V. di Eucl.

Salv. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato, e d' intender con facilità, che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e multiplicate egualmente la prima, e la terza, quella proporzione, che ha il multiplice E della prima A alla seconda B, la stessa ancora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque, che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali, E, B, F, D, cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi ha anco detto di capire, che multiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda, e la quarta senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al multiplicato della seconda, che la terza al multiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multiplici della prima, e della terza, e G, H, egualmente multiplici della seconda, e della quarta.



COROL. che è il converso

Sagr. Confesso, che di ciò resto interamente appagato, ed ora intendo benissimo la necessità, per la quale gli ugualmente multiplici delle quattro grandezze pro-

proporzionali eternamente si accordano nell' essere o maggiori, o minori, o eguali, ec. Poichè, mentre presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta V. S. mi dimostra, che il multiplice della prima al multiplice della seconda ha la medesima proporzione, che il multiplice della terza ha verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente, che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servar la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta. Quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale al multiplice della quarta.

della dif. del V. degli Elementi.

Simp. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d'intendere come (supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero, che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell' esser maggiori, o minori, o uguali.

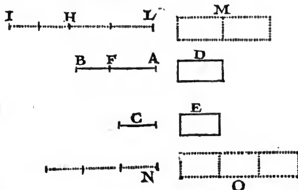
Salv. Io in questo ancora procurerò, che V. S. abbia compiuta soddisfazione. 686

PROP. II. che è il converso della 7. defin. del V. di Euclid.

Ponganſi le quattro grandezze date A B, C, D, E, e sia la prima A B alquanto maggiore di quello, che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione, che ha la terza D alla quarta E. Mostrerò, che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda, e quarta, quello della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.

Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza A B quell' eccesso, il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere, acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l' F B. Resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà la medesima proporzione, che ha la D alla E.

Multiplichisi F B tante volte, che ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato H I. Prendasi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l' H I sarà stata presa multiplice della F B. Stante questo non è dubbio alcuno, che tante volte sarà multiplice la composta L I della composta A B, quante volte la H I della F B, ovvero la M della D è multiplice.



Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa N sia prossimamente maggiore della L H; ed in ultimo quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora essendo la multiplice N prossimamente maggiore della L H, se noi dalla N inten-

tenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C) resterà il residuo non maggiore della L H. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C, (che intendemmo esser levata) ed alla L H, che è non minore di detto residuo, aggiugneremo la H I, che pure è maggiore dell' aggiunta alla N, sarà tutta la L I maggior della N.

687 Ecco dunque un caso, nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A F, C, D, E, fatte proporzionali da noi, ed essendosi presi gli ugualmente multiplici L H, ed M della prima, e della terza, ed N, ed O della seconda, e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell' esser maggiori, o minori, o uguali. Però essendo il multiplice L H della prima grandezza minore del multiplice N della seconda, per la nostra construzione, sarà anco il multiplice M della terza minore necessariamente del multiplice O della quarta.

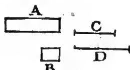
Si è per tanto provato, che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello, che ella dovrebbe essere, per avere alla seconda la stessa proporzione, che ha la terza alla quarta: allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed altri ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, e dimostrare, che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta,

Sagr. Molto bene ho inteso quanto V. S. ha dimostrato fin qui. Resta ora, che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni. le due controverse difinizioni di Euclide, il che spero le sarà facile, avendo di già dimostrati due Teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la quinta difinizione io procederò così.

PROP. III. che è la difin. 5. del V. di Eucl.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima, e terza presi secondo qualunque multiplicità sempre si accorderanno nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta respettivamente, io dico, che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.



Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali. Adunque una delle antecedenti sarà maggiore di quello, che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione, che ha l' altra antecedente alla sua conseguente. Sia per esempio la segnata A. Adunque per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A, e della C, in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo, che si è insegnato, si mostrerà la multiplice di A maggiore della multiplice di B, ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore della multiplice di D, che è contro al supposto fatto da noi.

PROP. IV. che è la 7. difin. del V. di Euc.

Per dimostrar la settima difinizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi, che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti prima, e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti seconda, e quarta, suppongasi dico, che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D. Io dico, che la A alla B avrà maggior proporzione, che la C alla D, cioè, che la A sarà alquanto maggiore di quel, che ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione, che ha la C alla D.

Se

Se è possibile non sia A maggior del giusto, sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, 688
se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza presi in qualunque modo sempre concordi nel pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; il che è contro alla supposizione.

Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno, che la terza sarebbe maggiore del suo dovere, per avere alla quarta quella proporzione, che ha la prima alla seconda. Allora io direi, che si levasse dalla terza quell' accesso, che la fa esser maggior del giusto. E però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto, che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta. Adunque se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente, ripiglieremo l' egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior, che non era il multiplice di quella rimanente; e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta. Il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia, nella quale io ne aveva già lungo tempo bisogno: nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io procurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso, che ella la conferiva a diversi Amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua Villa. Ma seguitiamo di grazia i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simp. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte, e riordinare tutto il quinto di Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga, e troppo lontana dal nostro principale intento. Oltre che io so, che le SS. VV. averanno veduto di simili compendj stampati da altri Autori.

Ora essendosi considerate fin qui a riquisizione delle SS. VV. le difinizioni quinta, e settima del quinto Libro, spero, che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un' antica mia osservazione sovvenutami sopra un' altra difinizione di Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall' incominciato, e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro Autore ne' suoi Libri.

Trovasi fra le difinizioni del sesto Libro di Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione. *Difin. 5. del sesto Libro di Eucl.*

Osservo poi, che nè il medesimo Euclide, nè alcuno altro Autore antico si serve della stessa difinizione nel modo, nel quale ell' è stata posta nel Libro: onde ne seguono due inconvenienti, cioè al Lettore difficultà d' intelligenza, ed allo Scrittore nota di superfluità.

Sagr. Questo è verissimo, ma non mi par probabile, che la suprema accuratezza di Euclide abbia fra' suoi Libri posta questa difinizione inconsideratamente, 689
ed invano. Però non sarei affatto fuor di sospetto, che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorta, che ella oggidì non si riconosca più,

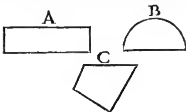
mentre dagli Autori si pone in opera nel dimostrare i Teoremi.

Simp. Che gli altri Autori non se ne servano, io lo crederò alle SS. VV. non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma qui bisogna poi, che io confessi come l' intelletto mio, il quale non si è mai più che mediocremente inoltrato nella Matematica, ha incontrato difficultà intorno a questa difinizione, forse non minore, che nelle già spianate dal Sig. Salviati.

Mi ajutai un tempo fa con legger lunghissimi Comenti scritti sopra queste materie, ma per dire il vero, non conobbi giammai, che mi si sgombrassero quelle tenebre, che mi tenevano offuscato l' intelletto. Però se V. S. avesse qualche particolar considerazione, che mi facilitasse questo ancora, l' assicuro, che mi farebbe un favore molto segnalato.

Salv. Forse ella si presuppone, che questa sia materia di profonde speculazioni, e pure troverà, che non consiste in altro, che in un semplicissimo avvertimento.

S' immagini V. S. le due grandezze A, B, dello stesso genere. Averà la grandezza A alla B una tal proporzione, e dopo concepisca esser posta fra di loro un' altra grandezza C pur dello stesso genere. Si dice, che quella tal proporzione, che ha la grandezza A alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie cioè di quella, che ha la A alla C, e di quella, che ha la C alla B. Questo è per appunto il senso, secondo il quale Euclide si serve della predetta difinizione.



Simp. E' vero, che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend' io, come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C, e della C alla B.

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio, intendete voi, che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

Simp. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra, o diversa da quella che ella è?

690 *Simp.* Intendo questo ancora.

Difin. da porsi in luogo della 5. difin. del VI. d' Euclide.

Salv. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l' A alla C ha una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione poi, che è fra le due estreme A, e B, si chiama esser composta delle due proporzioni, che mediano fra esse estreme, cioè di quella, che ha la A alla C, e di quella, che ha la C alla B.

Aggiungo di più, che se V. S. fra queste grandezze A, e B, s' immaginerà, che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d' una, come ella vede in questi segni A, C, D, B, s' intenderà pure la proporzione della A alla B esser composta di tutte le proporzioni, le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni, che hanno la A alla C, la C alla D, e la D alla B, e così se più fussero le grandezze, sempre la prima all' ultima ha proporzion composta di tutte quelle proporzioni, le quali mediano fra di esse.

A, C, D, B,

Avver-

Avvertisco ora in quest' occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio, sieno le stesse, allora la prima all' ultima averà, come di sopra abbiamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all' ultima ha una proporzione tanto multipliee della proporzione, che ha la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni, che si frappongono fra la prima, e l' ultima. Come per esempio, se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima, e la seconda, che è fra la seconda, e la terza, allora sarebbe vero, che la prima alla terza averebbe proporzion composta delle due proporzioni, le quali sono fra la prima, e la seconda, e fra la seconda, e la terza; ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi, che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione, che ha la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire, che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, ed ancora, che è triplicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta tal proporzione, che ha la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, ec.

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni, nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di composta, chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo più aggrada a V. S. solo accordiamoci in questo, che quando poi averemo tre grandezze dello stesso genere, ed io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione, che hanno l' estreme di quelle grandezze, e non altro.

Sagr. Tutto questo intendo benissimo, anzi ho più d' una volta osservato l' artifizio d' Euclide nella proposizione, dove ei dimostra, che i parallelogrammi equiangoli hanno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono in quattro lati de' parallelogrammi; però comanda, che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente; sicchè una di quelle proporzioni sia fra il primo termine, e il secondo, l' altra sia fra il secondo, e il terzo. Nella dimostrazione poi non fa altro, se non che ei dimostra, che l' un parallelogrammo all' altro è come il primo termine al terzo: Cioè ha la proporzione composta di due proporzioni, di quella, che ha il primo termine al secondo, e dell' altra, che ha il secondo al terzo, 691
le quali sono quelle due proporzioni, che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' parallelogrammi.

Salv. V. S. discorre benissimo. Ora intesa, e stabilita la difinizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell' accordarsi, che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome) si può dimostrare la proposizion ventitre del sesto libro d' Euclide, come la dimostra egli stesso, perchè quivi ei non suppone la difinizione nel modo, nel quale ell' è divulgata, ma bensì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23. io soggiugnerei, come corollario di essa la divulgata difinizione quinta del sesto libro della proporzion composta, tramutandola però in un Teorema.

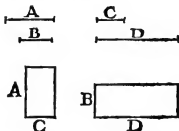
Pongasi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l' altra ne' termini C, D, Dice la difinizione vulgata, che la proporzione composta di queste due proporzioni si averà, se noi multiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io concorro col Sig. Simplicio nel credere, che questa sia una proposta difficile da capirsi, e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre *Qui si suppone*

 gran-

saperſi quali ſieno le quãtità delle proporzioni, e come s'intenda il multiplicarle fra loro, ma il tutto meglio apparisce dal construire, e dimostrare la presente proposizione.

grandezze, immaginiamoci che e' ſieno poſti in linee rette. Facciaſi poi delle due antecedenti A, C un rettangolo, ſiccome delle due conſeguenti B, D un altro rettangolo. E' chiaro per la 23. del ſeſto d' Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C al rettangolo dalle B, D averà quella proporzione, che è compoſta delle due proporzioni A verſo B, e C verſo D, le quali ſon queſte due, che ponemmo da principio affine di ritrovare qual foſſe la proporzione che riſultava dalla comparazione di eſſe. Eſſendo dunque la proporzione compoſta delle proporzioni A verſo B, e C verſo D quella, che ha il rettangolo A C al rettangolo B D, per la ſuddetta propoſizion 23. del ſeſto, io domando al Sig. Simplicio, come abbiamo noi fatto per ritrovare queſti due termini, ne' quali conſiſte la proporzione, che ſi cercava da noi?



Simp. Io non credo, che ſi ſia fatto altro, ſe non formar due rettangoli con quelle quattro linee poſte da principio, uno cioè colle antecedenti A, C, e l'altro colle conſeguenti B, D.

692 *Salv.* Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della Geometria corriſponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell'Arimmetica, come ſa ogni Matematico anche principiante, e le coſe che noi abbiamo multiplicate ſono ſtate le linee A, C, e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poſte proporzioni.

Ecco dunque, come multiplicando inſieme le quantità, o le valute delle date proporzioni ſemplici, ſi produce la quantità, o la valuta della proporzione, la quale poi ſi chiama compoſta di quelle.

GIORNATA SESTA

DEL GALILEO

DELLA FORZA DELLA PERCOSSA

Da aggiugnerſi ai diſcorſi, e alle dimoſtrazioni Matematiche intorno alle due nuove ſcienze appartenenti alle meccaniche, ed ai movimenti locali.

INTERLOCUTORI.

Salviati, Sagredo, e Aproino.

693 *Sagr.* L'Aſſenza di V. S. Sig. Salviati, di queſti quindici giorni mi ha dato campo di poter vedere le propoſizioni attenenti a' centri di gravità de' ſolidi, ed anco dare un' altra diligente lettura alle dimoſtrazioni delle tante, e sì nuove propoſizioni de' moti naturali, e violenti, e perchè ne ſono tra eſſe non poche di aſſai difficile apprenſione, di ſpeziale ajuto mi è ſtata la conferenza di queſto gentiluomo, che V. S. qui vede.

Salv.

Salv. Io voleva appunto domandar V. S. dell' essere appresso di lei questo Signore, e del mancarne il nostro Sig. Simplicio.

Sagr. Dell' assenza del Sig. Simplicio mi vo immaginando, anzi lo tengo per fermo, che cagione ne sia stata la grande oscurità, che egli ha incontrata in alcune dimostrazioni di varj problemi attenenti al moto, e più di altre soprà le proposizioni del centro di gravità. Parlo di quelle, che per lunghe concatenazioni di varie proposizioni degli elementi della Geometria vengono inapprensibili a quelli, che tali elementi non hanno prontissimi alle mani; questo gentiluomo, che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore del nostro Accademico, mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare, e di lunga, e continuata conversazione, nella quale insieme con altri (tra' quali fu principalissimo il Sig. Daniello Antonini nobilissimo d' Udine, d' ingegno, e di valore sopraumano, il quale per difesa della Patria, e del suo Serenissimo Principe, gloriosamente morì, ricevendo onori condegni al suo merito dalla Serenissima Repubblica Veneta) intervenne in particolare a gran numero di esperienze, che intorno a diversi problemi in casa esso Accademico si facevano. Ora essendo circa dieci giorni fa venuto questo Sig. a Venezia, e conforme al suo solito a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto, che gli vediamo insieme, e sentendo l' appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il maraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva più volte discorso, ma sempre irresolutamente, ed ambiguamente con esso Accademico, col quale mi diceva, che si era trovato, nel far diverse esperienze attenenti a varj problemi, a farne 694
ancora alcune riguardanti alla forza della percossa, ed alla sua esplicazione, ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l' altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa, e sottile.

Salv. Io mi reputo a gran ventura l' essermi incontrato nel Sig. Aproino, ed il poterlo conoscere di vista, e di presenza, come per fama, e per molte relazioni del nostro Accademico già aveva conosciuto, e di sommo piacere mi sarà il poter sentire almeno parte delle varie esperienze, che sopra diverse proposizioni furon fatte in casa l' amico nostro coll' intervento d' ingegni così accurati, quali sono quelli del Sig. Aproino, e del Sig. Antonini, del quale con tante lodi, ed ammirazioni mille volte mi parlò detto amico nostro. E perchè siamo ora qui per discorrere sopra il particolare della percossa, potrà V. S. Sig. Aproino dirci quello, che in tal materia ne trasse dalle esperienze, con promessa però di arrecarne con altra occasione altre fatte sopra altri problemi, che so che non glie ne mancheranno, per la sicurezza che ho dell' essere l' Accademico nostro stato sempre non meno curioso, che diligente sperimentatore.

Apr. Se io volessi con i debiti ringraziamenti pagare il debito, al quale la cortesia di V. S. mi obbliga, mi converrebbe spendere tante parole, che poco tempo, o punto ci avanzerebbe di tutto il giorno, per parlare dell' intrapresa materia.

Sagr. No no, Sig. Aproino, venghiamo pure a dar principio a i discorsi di dottrina, e lasciamo i complimenti di cerimonie a i cortigiani, ed io entro per sicurtà tra amendue loro della scambievole soddisfazione prodotta, per quanto basta, dalle brevi, ma candide, e sincere loro ofiziose parole.

Apr. Ancorchè io stimi di non essere per produr cosa ignota al Sig. Salv. e che perciò tutta la carica del discorso doverebbe essere appoggiata sulle sue spalle, tuttavia se non per altro, almeno per alleggerirlo in parte, andrò toccando quei primi motivi insieme colla prima esperienza, che mossero l' amico ad internarsi nella contemplazione di questo ammirabile problema della percossa. Cercando la maniera del poter trovare, e misurare la sua gran forza, ed insie-

me,

me, ſe fuſſe poſſibile, riſolvere ne' ſuoi principj, e nelle ſue prime cauſe l'eſſenza di cotale effetto, il quale molto diverſamente par che proceda nell' acquiſto della ſua ſomma potenza, dal modo, nel quale procede la moltiplicazione di farla in tutte le altre macchine meccaniche (dico meccaniche, per eſcludere l' immenſo vigore del fuoco) nelle quali ſi ſcorge, ed aſſai concludentemente s' intende, come la velocità d' un debile movente compenſa la gagliardia di un forte reſiſtente, che lentamente venga moſſo. Ma perchè ſi ſcorge pur anco nella operazione della percoſſa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla ſua velocità, contro al movimento del reſiſtente, ed il ſuo poco, o molto dovere eſſere moſſo; fu il primo concetto dell' Accademico di cercar d' inveſtigare qual parte abbia nell' effetto, ed operazione della percoſſa v. gr. il peſo del martello, e quale la velocità maggiore, o minore, colla quale vien moſſo, cercando ſe fuſſe poſſibile di trovare una miſura, la quale comunemente ci miſuraſſe, ed aſſegnaſſe l'una, e l'altra energia. E per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnoſa eſperienza. Accomodò un' aſta aſſai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile ſopra un perno a guiſa dell' ago di una bilancia; ſoſpeſe poi nell' eſtremità delle braccia di cotal bilancia due
695 peſi eguali, ed aſſai gravi, uno de' quali era il compoſto di due vaſi di rame, cioè di due ſecchie, l' una delle quali appeſa all' eſtremità detta dell' ago ſi teneva piena d'acqua, e dalle orecchie di tale ſecchia pendevano due corde di lunghezza circa due braccia l'una, alle quali era per gli orecchi attaccata un' altra ſimil ſecchia, ma vuota, la quale veniva a piombo a riſponder ſotto alla prima ſecchia già detta, e piena d' acqua; nell' eſtremo poi dell' altro braccio della bilancia ſi faceva pendere un contrappeſo di pietra, o di qual ſi fuſſe altra materia grave, il quale equilibraſſe giuſtamente la gravità di tutto il compoſto delle due ſecchie dell' acqua, e delle corde. La ſecchia ſuperiore era forata nel fondo con foro largo alla groſſezza di un uovo, o poco meno, e queſto tal foro ſi poteva aprire, e ſerrare. Fu la prima immaginazione, e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, eſſendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi ſi ſturaſſe la ſecchia ſuperiore, e ſi deſſe l'andare all' acqua, la quale precipitando andaſſe a percuotere nella ſecchia da baſſo, l' aggiunta di cotal percoſſa doveſſe aggiugnere tal momento in queſta parte, che biſogno fuſſe per reſtituire l' equilibrio aggiugnere nuovo peſo alla gravità del contrappeſo dell' altro braccio, la quale aggiunta è manifeſto, che riſtorerebbe, e adeguerebbe la nuova forza della percoſſa dell' acqua; ſicchè poteſſimo dire, eſſere il ſuo momento equivalente al peſo delle 10, o 12 libbre, che fuſſe ſtato di biſogno aggiugnere all' altro contrappeſo.

Sagr. Ingegnoſo veramente mi pare coteſto macchinamento, e ſto con avidità attendendo l' eſito di tale eſperienza.

Apr. La riuſcita ſiccome agli altri fu inopinata, così fu maraviglioſa; imperocchè ſubito aperto il foro, e cominciato ad uſcirne l' acqua, la bilancia inclinò dall' altra parte del contrappeſo, ma non tantoſto arrivò l' acqua percuotendo nel fondo dell' inferior ſecchia, che reſtando di più inclinarſi il contrappeſo, cominciò a ſollevarſi, e con un moto placidiſſimo, mentre l' acqua precipitava, ſi riconduſſe all' equilibrio, e quivi ſenza paſſarlo pur di un capello, ſi librò, e fermoſſi perpetuamente.

Sagr. Inaſpettato veramente m' è ſtato l'eſito di queſto caſo, e benchè il ſucceſſo ſia ſtato diverſo da quello, che io mi aſpettava, e dal quale penſava di potere imparare, quanta foſſe la forza di tal percoſſa, nulladimeno mi par potere conſeguire in buona parte la deſiderata notizia, dicendo che la forza, ed il momento di cotal percoſſa equivale al momento, ed al peſo di quella quantità d' acqua cadente, che ſi trova ſoſpeſa in aria tra le due acque delle due ſecchie, ſuperiore,

ed

ed inferiore, la qual quantità d'acqua non gravita punto, nè contro alla fecchia fuperiore, nè contro all' inferiore; non contro alla fuperiore, perchè non effendo le parti dell' acqua attaccate infieme, non poffono le baffe far forza, e tirar giù le fuperiori, come farebbe v. gr. una materia vifcofa, come pece, o pania; non contro all' inferiore, perchè andandofi continuamente accelerando il moto della cadente acqua, non poffono le parti più alte gravitare, o premere fopra le più baffe, laonde ne fegue, che tutta l' acqua contenuta nella trofcia è come fe non fuffe in bilancia. Il che anco più che chiaramente fi manifefta, perchè fe tal acqua efercitaffe fua gravità fopra le fecchie, quefte colla giunta della percoffa grandemente inclinerebbero a baffo, follevando il contrappefo, il che non fi vede feguire. Confermafi anco puntualiffimamente quefto, perchè fe noi ci immagineremo tutta quell' acqua repentinamente aggiacciarfi; già la trofcia fatta un folido di ghiaccio peferebbe con tutto il refto della macchina, e ceffando il moto, verrebbe tolta la percoffa.

Apr. Il difcorfo di V. S. è puntualmente conforme a quello, che facemmo 696 noi di fubito fopra la veduta efperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere, che l' operazione della fola velocità acquiftata per la caduta di quella quantità d' acqua dall' altezza delle due braccia, operaffe nell' aggravare fenza il pefo dell' acqua quel medefimo appunto, che il pefo dell' acqua fenza l'impeto della percoffa, ficchè quando fi poteffe mifurare, e pefare la quantità dell' acqua comprefa in aria tra i vafi, fi poteffe ficuramente affermare, la tal percoffa effer potente ad operare gravitando quello che opera un pefo eguale a 10, o 12 libbre dell' acqua cadente.

Salv. Piacemi molto l' arguta invenzione, e parmi, che fenza il partirci dal fuo progreffo, nel quale ci arreca qualche ambiguità la difficoltà del mifurare la quantità dell' acqua cadente, protremmo con una non diffimile efperienza agevolarci la ftrada per arrivare all' intera cognizione, che defideriamo. Però figurandoci per efempio uno di quei gran pefi, che per ficcare groffi pali nel terreno fi lafciano cadere da qualche altezza fopra uno de' detti pali (i quali pefi mi pare, che gli addimandino berte) ponghiamo v. gr. il pefo di una tal berta effer 100 libbre, l' altezza, dalla quale cade, effere quattro braccia, e la fitta del palo nel terreno duro fatta per una fola percoffa importare 4 dita, e pofto che la medefima preffura, e fitta delle 4 dita, volendola noi far fenza percoffa, ricercaffe, che le fuffe foprappofto un pefo di mille libbre, il quale operando colla fola gravità fenza moto precedente, chiameremo pefo morto, domando fe noi potremo fenza equivocazione, o fallacia affermare, la forza, ed energia di un pefo di 100 libbre congiunto colla velocità acquiftata nel cadere dall' altezza di quattro braccia, effere equivalente al gravitare di un pefo morto di mille libbre: ficchè la virtù della fola velocità importaffe, quanto la preffura di libbre novecento di pefo morto, che tante ne rimangono, trattene dalle mille le cento della berta? Vedo, che amendue tardate la rifpofta, forfe perchè bene non ho efplicata la mia domanda; però torno a brevemente dire, fe poffiamo per la detta fperienza afferire, che l' aggravio del pefo morto farà fempre il medefimo effetto fopra una refiftenza, che fa il pefo di 100 libbre cadente dall' altezza di quattro braccia, in guifa tale, che (per più chiara efplicazione) cadendo l' ifteffa berta dalla medefima altezza, ma percuotendo fopra un più refiftente palo, non lo cacciaffe più che due dita, fe poffiamo tenerci ficuri, che l' ifteffo effetto faceffe folo col gravitare il pefo morto delle mille libbre; dico di cacciare il palo le due dita?

Apr. Io non penfo, che almeno a prima fronte ciò non fuffe conceduto da ciafcheduno.

Salv. E voi, Signor Sagredo, ci mettereste fopra qualche dubbio?

Sagr.

Sagr. Per ora veramente no, ma l' avere per molte, e molte eſperienze provato quanto ſia facile l' ingannarſi, non mi rende così baldanzoſo, che del tutto mi ſpogli di timore.

Salv. Ora poi che V. S. la cui perſpicacia ho in mille e mille occaſioni conoſciuta acutiſſima, ſi moſtra inclinare ad ammettere la parte falſa, ben poſſo credere, che tra mille difficile ſarebbe d' incontrarne uno, o due, che in una fallacia tanto ſimile al vero non incappaſſero. Ma quello, che più vi farà maravigliare, ſarà quando vedrete la fallacia eſſer ſotto così ſottil velo ricoperta, ch' ogni legger vento poteva eſſer baſtante a diſcoprirla, e paleſarla, e pure ne reſta ella velata, e aſcoſa. Torniamo dunque a far cadere nel primo modo ſo-
697 praddetto la berta ſul palo, cacciandolo ſotto quattro dita, e ſia vero, che per ciò fare ſi ricercaſſero puntualmente le mille libbre di peſo morto, torniamo di più a ſollevare alla medeſima altezza l' iſteſſa berta, la quale cadendo la ſeconda volta ſopra il medeſimo palo, lo cacci ſolamente due dita, per avere v. gr. incontrato il terreno più ſodo, dobbiamo noi ſtimare, che altrettanto lo ricacciaſſe la preſſura dell' iſteſſo peſo morto delle mille libbre?

Apr. Parmi che sì.

Sagr. Ah Sig. Paolo, miſeri noi, biſogna dire riſolutamente, che no; imperocchè ſe nella prima poſata il peſo morto delle mille libbre cacciò il palo quattro dita, e non più, perchè volete, che l' avernelo tolto ſolamente, e poi rimeſſoglielo ſopra, torni a cacciarlo due altre dita? e perchè non lo cacciò prima che ne fuſſe levato, mentre già gli era addoſſo? Volete, che lo ſmontarlo ſolamente, e ripoſatamente riporvelo, gli faccia fare quello, che primo non potette?

Ap. Io non poſſo ſe non arroſſire, e dichiararmi d' eſſere ſtato in pericolo di ſommergermi in un bicchier d' acqua.

Salv. Non vi sbigottite, Sig. Aproino, perchè vi aſſicuro, che avete avuto molti compagni in rimanere allacciato in nodi per altro di faciliſſima ſcioglitura; e non è dubbio, che ogni fallacia ſarebbe per ſua natura d' agevole ſcoprimento, quando altri ordinatamente l' andaſſe ſviluppando, e riſolvendo ne' ſuoi principj, de' quali eſſer non può, che alcun ſuo contiguo, o poco lontano non ſi ſcopra apertamente falſo. Ed in queſta parte di ridurre con pochiſſime parole ad aſſurdi, ed inconvenienti palpabili concluſioni falſe, e ſtate ſempre credute per vere, ha il noſtro Accademico avuto certo particolar genio. Ed io ho una raccolta di molte, e molte concluſioni naturali, ſtate ſempre trapaſſate per vere, e da eſſo poi con brevi, e faciliſſimi diſcorſi manifeſtate falſe.

Sagr. Queſta veramente ne è una, e ſe l' altre ſaranno ſu queſto andare, ſarà bene, che a qualche tempo ce le partecipiate, ma intanto per ora ſeguitiamo l' intrapreſa materia. Ed eſſendo che noi ſiamo ſul cercare il modo (ſe alcuno ve ne ha) di regolare ed aſſegnare miſura giuſta e nota alla forza della percoſſa, queſto non mi par, che conſeguir ſi poſſa col mezzo dell' aſſegnata ſperienza. Imperocchè reiterando i colpi della berta ſopra il palo, e per ciaſcheduno ricacciandolo continuamente più e più, come la ſenſata eſperienza ne moſtra, ſi fa chiaro, che ciaſcheduno de' conſeguenti colpi lavora; il che non accade nel peſo morto, il quale avendo operato quello, che fece la prima preſſura, non ſeguita di fare l' effetto della ſeconda, cioè di cacciare ancor di nuovo il palo, quando vi ſi riponga ſopra: anzi apertamente ſi vede, che per la ſeconda rifitta ci vuol peſo maggiore di mille libbre, e ſe ſi vorranno pareggiare con peſi morti le fitte del terzo, quarto, e quinto colpo, ec. ci vorranno le gravità di peſi morti continuamente maggiori, e maggiori: or quale di queſte doveremo noi prender per ferma, e certa miſura della forza del colpo, che pur quanto a ſe ſteſſo è ſempre il medeſimo?

Salv.

Salv. Questa è delle prime maraviglie, che indubitabilmente credo, che debbano avere tenuti perplessi, ed irresoluti gl' ingegni speculativi. E veramente a chi non giugnerà nuovo il sentire, che la misura della forza della percossa si debba prendere non da quello, che percuote, ma più presto da quello, che la percossa riceve? E quanto all' addotta esperienza pare, che da lei ritrar si possa la forza della 698
percossa essere infinita, o vogliamo dire indeterminata, o indeterminabile, e farsi ora minore, ed ora maggiore, secondo che ella viene applicata ad una maggiore, o minore resistenza.

Sagr. Già mi pare di comprendere, che vero possa essere la forza della percossa essere immensa, o infinita; imperocchè stando nella proposta esperienza, e dato che il primo colpo cacciasse il palo quattro dita, e il secondo tre, e continuandosi d' incontrare sempre il terreno più duro, il colpo terzo vi cacci il palo due dita, il quarto uno, e mezzo, conseguentemente un sol dito, un mezzo, un quarto, ec. pare, che quando per la durezza del terreno la resistenza del palo non si faccia infinita, che il colpo reiterato sempre caccierà perpetuamente il palo, ma bene per ispazj minori e minori: ma perchè quanto si voglia lo spazio sia breve, è egli però divisibile, e suddivisibile sempre, si continueranno le fitte, e perchè la seguente dovendosi fare coll' aggravio di peso morto richiede peso maggiore, che l' antecedente, potrà essere, che per pareggiare le forze dell' ultime percosse si ricerchi peso maggiore e maggiore in immenso.

Salv. Così crederei io veramente.

Apr. Non potrà dunque essere resistenza alcuna così grande, che resti salda, e contumace contro al potere di alcuna percossa benchè leggera?

Salv. Penso di no, se quello in che si percuote non è del tutto immobile, cioè non è la sua resistenza infinita.

Sagr. Mirabili, e per modo di dire prodigiosi pajono questi asserti, e che l' arte in questo solo effetto superi, e defraudi la Natura, cosa che nella prima apparenza par che facciano altri strumenti meccanici ancora, alzandosi gravissimi pesi con poca forza in virtù della leva, della vite, della taglia, ed altri: ma in questo effetto della percossa, che pochi colpi di martello non più pesante di 10, o 12 libbre abbiano ad ammaccare v. gr. un dado di rame, il quale non infragnerebbe, nè ammaccherebbe il carico non solo di una vastissima guglia di marmo, ma nè anco una torre altissima, che sopra il martello si posasse, eccede, pare a me, ogni natural discorso, che tentasse di torne la maraviglia, però Sig. Salv. mettete mano al filo, e cavateci di così intrigati laberinti.

Salv. Da quanto essi producono pare, che il nodo principale della difficoltà batta qua, che non bene si comprenda come l' operazione della percossa, che sempre infinita, non debba di necessità procedere per mezzi diversi da quelli di altre macchine, che con pochissima forza superano resistenze immense. Tuttavia io non dispero di poter esplicare, come in questa ancora si procede nella medesima maniera. Tenterò di spiegarne il progresso; e benchè mi paja assai complicato, forse il mio dire potrebbe dal vostro dubitare, ed opporre assottigliarsi ed acuirsi tanto, che allargasse almeno, se non del tutto sciogliesse il nodo. E' manifesto la facultà della forza del movente, o della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l' una delle quali è il peso sì del movente, come del resistente, e l'altra è la velocità, secondo la quale quello dee muoversi, e questo esser mosso. E così quando il mosso dee muoversi colla velocità del movente, cioè che gli spazj passati da amendue nell' istesso tempo sieno eguali, impossibile sarà, che la gravità del movente sia minore di quella del mosso, ma sibbene alquanto maggiore, attesochè dalla puntuale egualità nasce l' equilibrio, e la quiete, come si vede nella bilancia di braccia eguali. Ma se noi vorremo con peso minore sollevarne un 699

maggiore, bisognerà ordinar la macchina in modo, che il peso movente minore si muova nell' istesso tempo per ispazio maggiore dell' altro peso, che è quanto a dire, che quello più velocemente si muova di questo; e così di già la ragione, non meno che l' esperienza ci mostra, che per esempio nella stadera acciocchè il peso del romano possa alzare un altro 10, o 15 volte di lui più grave, bisogna, che la sua lontananza nell' ago, sia lontana dal centro, intorno al quale si fa il moto 10, o 15 volte più, che la distanza tra il medesimo centro, ed il punto della sospensione dell' altro peso; che è il medesimo, che dire, che la velocità del movente sia 10, o 15 volte maggiore della velocità del mosso. E perchè questo si scorge accadere in tutti gli altri strumenti, possiamo con sicurezza stabilire, che le gravità, e velocità coll' istessa proporzione, ma alternatamente prese si rispondano. Generalmente dunque diciamo il momento del men grave pareggiare il momento del più grave, quando la velocità del minore alla velocità del maggiore abbia l' istessa proporzione, che la gravità del maggiore a quella del minore, al quale ogni poco vantaggio, che si conceda, supera l' equilibrio, e si introduce il moto. Fermato questo, io dico, che non solamente nella percossa la sua operazione pare infinita circa il superare qualsivoglia somma resistenza, ma tale si mostra ella in qualsivoglia altro meccanico ordigno; perchè non è egli manifesto, che un piccolissimo peso di una libbra scendendo alzerà un peso di 100, e di 1000, e più quanto ne piace, se noi lo costituiremo nell' ago della stadera cento o mille volte più lontano dal centro, che l' altro peso massimo, cioè se noi faremo, che lo spazio, per lo quale scenderà quello, sia cento, e mille, e più volte maggiore dello spazio della salita, dell' altro, cioè se la velocità di quello sia cento, e mille volte maggiore della velocità di questo? Ma voglio con uno più arguto esempio farli toccar con mano, come qualsivoglia piccolissimo peso scendendo faccia salire qualsivoglia immensa e gravissima mole. Intenda V. S. un tal vastissimo peso essere attaccato a una corda fermata in luogo stabile, e sublime, intorno al quale, come centro, intenda esser descritta la circonferenza di un cerchio, che passi pel centro di gravità della sospesa mole, il qual centro di gravità è noto, che viene a perpendicolo sotto la corda della sospensione, o per meglio dire, è in quella retta linea, che dal puto della sospensione va a terminare nel centro comune di tutti i gravi, cioè nel centro della Terra. Immaginatevi poi un altro filo sottilissimo, al quale sia attaccato qualsivoglia peso benchè minimo, in guisa che il centro di gravità di questo termini nella già immaginata circonferenza; e ponete questo piccolo peso andare a toccare, e semplicemente appoggiarsi a quella vasta mole, non credete voi, che aggiunto per fianco questo nuovo peso spignerà alquanto quel massimo, separando il suo centro di gravità dalla già immaginata linea perpendicolare, nella quale prima si trovava, e senza dubbio si moverà per la circonferenza già detta, e movendovisi si separerà dalla linea orizzontale, che è la tangente della detta circonferenza nell' imo punto, dove si trovava esso centro di gravità della gran mole? E quanto allo spazio tanto sarà l'arco passato dal gravissimo, quanto il passato dal piccolissimo peso, che al grandissimo si appoggiava; ma non sarà già la salita del centro del peso massimo eguale alla scesa del centro del peso minimo, perchè questo scende per un luogo, o spazio molto più inclinato, che non è quello della salita dell' altro centro, che vien fatta dal
700 contatto del cerchio in certo modo, secondo un angolo minore di ogni acutissimo. Qui se io avessi a trattare con persone men versate di voi nella Geometria, dimostrerei, come partendosi un mobile dall' imo punto del contatto, può benissimo essere, che l' alzamento dalla linea orizzontale di qualche punto della circonferenza separato dal contatto, sia secondo qualsivoglia proporzione minore

nore

nore dell' abbassamento di un' asse a questo eguale, preso in qualsivoglia altro luogo, purchè in esso non si contenga il contatto. Ma voi son sicuro, che in ciò non avete dubbio. E se il semplice appoggiarsi del piccol peso alla gran mole può muoverla, ed alzarla, che farà se discostandolo, e lasciandolo scorrere per la circonferenza egli vi anderà a percuotere?

Apro. Veramente non mi pare, che ci resti più luogo di dubitare, la forza della percossa essere infinita, per quanto l' addotta esperienza ne dichiara; ma tal notizia non basta al mio intelletto a schiarirmi molte oscure tenebre, le quali lo tengono offuscato in modo, che non discerno come il negozio di queste percosse cammini, sicchè io potessi rispondere ad ogni dubbio, che mi fusse promosso.

Salv. Ma prima che io passi più oltre, voglio scoprirvi un certo equivoco, che sta nascoso, e come in aguato, e ci lascia stimare tutti quei colpi, con i quali nel soprapposto esempio si andava cacciando il palo, esser eguali, o vogliamo dire gl' istessi, sendo fatti dalla medesima berta elevata sopra il palo sempre alla medesima altezza, il che non è vero. Per intelligenza di che, figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla, che venga scendendo da alto, e ditemi, se nell' arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea, e colla medesima velocità, che scende la palla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? certo nessuna. Ma se all' arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocità di quella della palla, voi bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocità della palla, ma solamente come dall' eccesso della velocità di quella sopra la velocità della cedenza della mano, sicchè quando la palla scendesse con 10 gradi di velocità, e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocità della palla, e cedendo la mano con 4 il colpo sarebbe come di 6, ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come di 9, e tutta l' intera percossa della velocità de' 10 gradi sarebbe quella, che percotesse sopra la mano, che nulla cedesse. Applicando ora il discorso alle percosse della berta, mentre il palo cede la prima volta 4 dita, e la seconda 2, e la terza un sol dito all' impeto della berta, le percosse rimangono disuguali, e la prima più debole della seconda, e la seconda più della terza, secondo che la cedenza della 4 dita più detrae dalla velocità del primo colpo, che la seconda, e questa è più debole della terza, come quella, che toglie il doppio più di questa dalla medesima velocità. Se dunque il molto cedere del palo alla prima percossa, ed il meno cedere alla seconda, e meno anco alla terza, e così sempre continuatamente, è cagione, che men valido sia il primo colpo del secondo, e questo del terzo, che maraviglia è, che manco quantità di peso morto si ricerchi per la prima cacciata delle 4 dita, e che maggiore ne bisogni per la seconda cacciata delle due dita, e maggiore ancora per la terza, e sempre più e più continuatamente, secondo che le cacciate si vanno diminuendo nelle diminuzioni delle cedenze del palo, che è quanto a dire nell' augumento delle resistenze? Da quanto ho detto mi pare, che agevolmente si possa raccorre, quanto malagevolmente si possa determinare sopra la forza della percossa fatta sopra 701
un resistente, il quale vadia variando la cedenza, quale è il palo, che indeterminatamente va più e più resistendo: laonde stimo, che sia necessario, l' andar contemplando sopra tale, che ricevendo le percosse a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora per istabilire tal resistente, voglio, che ci figuriamo un solido grave per esempio di mille libbre di peso, il quale posi sopra un piano, che lo sostenti; voglio poi, che intendiamo una corda a cotal solido legata, la quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto per buono spazio sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiugnendo forza traente in giù all'

altro capo della corda, nel ſollevar quel peſo ſi averà ſempre una egualiſſima reſiſtenza, cioè il contraſto di mille libbre di gravità; e quando da queſt' altro capo ſi ſoſpenda un altro ſolido egualmente peſante come il primo, verrà da eſſi fatto l' equilibrio, e ſtando ſollevati, ſenza che ſopra alcuno ſottopoſto ſoſtegno ſi appoggino, ſtaranno fermi, nè ſcenderà queſto ſecondo grave alzando il primo, ſalvo che quando egli abbia qualche ecceſſo di gravità. E ſe riporremo il primo peſo ſopra il ſoggetto piano, che lo ſoſtenga, potremo far prova con altri peſi di diverſa gravità (ma ciaſcheduna minore del peſo, che riposa in quiete) quali ſiano le forze di diverſe percoſſe, con legare alcuno di quelli peſi all' altro capo della corda, laſciandolo da qualche altezza cadere, ed oſſervando quello, che ſegue nell' altro gran ſolido nel ſentir la ſtrappata dell' altro peſo cadente, la quale ſtrappata ſarà ad eſſo gran peſo come un colpo, che lo voglia cacciare in ſu. Qui primieramente mi pare, che ſi raccolga, che per piccola che ſia la gravità del peſo cadente, doverà ſenz' altro ſuperare la reſiſtenza del peſo graviſſimo, ed alzarlo, la qual conſeguenza mi par, che ſi tragga molto concludentemente dalla ſicurezza, che abbiamo, come un peſo minore prevalerà ad un altro quanto ſi voglia maggiore, qualunque volta la velocità del minore abbia maggior proporzione alla velocità del maggiore, che non ha la gravità del maggiore alla gravità del minore: ma ciò ſegue nel preſente caſo, nel quale la velocità del peſo cadente ſupera d' infinito intervallo quella dell' altro peſo, la quale è nulla, poſando egli in quiete: ma non già è nulla la gravità del ſolido cadente, in relazione alla gravità dell' altro, non ponendo noi quella infinita, nè quella nulla: ſuperarà dunque la forza di queſto percuziente la reſiſtenza di quello, in cui ſi impiega la percoſſa. Seguita ora, che cerchiamo d' inveſtigare, quanto ſia per eſſere lo ſpazio, al quale la ricevuta percoſſa lo ſolleverà; e ſe forſe queſto riſponda a quello delli altri ſtrumenti meccanici, come per eſempio nella ſtadera ſi vede l' alzamento del peſo grave eſſer quella tal parte dello abbaſſamento del romano, quale è il peſo del romano dell' altro peſo maggiore, e così nel caſo noſtro biſogna, che vediamo, ſe eſſendo la gravità del gran ſolido poſto in quiete, per eſempio, mille volte maggiore della gravità del peſo cadente, il quale caſchi dall' altezza v. g. di un braccio, egli ſia alzato da queſto minore un centeſimo di braccio, che così pare, che veniſſe oſſervata la regola degli altri iſtrumenti meccanici. Figuriamoci di fare la prima eſperienza, col far cadere da qualche altezza, diciamo di un braccio un peſo eguale all' altro, che ponghiamo poſare ſopra un piano, eſſendo amendue tali peſi legati, l' uno all' un capo, e l' altro all' altro capo dell' iſteſſa corda; che crediamo noi, che ſia per operare la ſtrappata del peſo cadente circa il muovere, e ſollevar l' altro, che era in quiete? Io volentieri ſentirei l' opinione voſtra.

702 *Apr.* Poichè V. S. guarda verſo di me, comecchè da me ella attenda la riſpoſta, mi pare, che eſſendo amendue i ſolidi egualmente gravi, ed avendo il cadente di più l' impeto della velocità, l' altro ne doverà eſſer innalzato aſſai ſopra l' equilibrio; imperocchè per ridurlo in bilancio la ſola gravità di quello era baſtante; ſormonterà dunque per mio credere il peſo aſcendente per molto maggiore ſpazio di un braccio, che è la miſura della ſceſa del cadente.

Salv. Che dice V. S. Sig. Sagredo?

Sagr. Il diſcorſo mi pare aſſai concludente nel primo aſpetto, ma, come poco fa diſſi, le molte eſperienze mi hanno inſegnato, quanto ſia facile l' ingannarſi, e però quanto ſia neceſſario l' andar circoſpetto prima che riſolutamente pronunziare, ed affermare alcun detto. Dirò dunque (però ſempre dubitando) che è vero, che il peſo v. gr. delle 100 libbre del grave deſcendente baſta per alzare l' altro, che pure peſi 100 libbre inſino allo equilibrio, ſenza che quello venga inſtrutto e fornito d' altra velocità, e baſterà ſolo l' ecceſſo di mezza oncia,

cia, ma vo considerando, che questa equilibrazione verrà fatta con gran tardità; dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocità, con una simile bisognerà, che tiri in alto il suo compagno; ora non mi pare, che sia dubbio, che maggior forza ci voglia a cacciar con gran velocità un grave all' in su, che a spingnervelo con gran lentezza: onde possa accadere, che il vantaggio della velocità guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e per modo di dire, spento nel cacciar l' altro con altrettanta velocità ad altrettanta altezza, perlochè non sarei lontano dal credere, che tali due movimenti in giù, ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio, che sarebbero due braccia di scesa dell' altro, computandovi il primo braccio, che questo scese libero e solo.

Salv. Io veramente inclino a credere questo stesso, perchè sebbene il peso cadente è un aggregato di gravità, e di velocità, l' operazione della gravità nel sollevar l' altro è nulla, avendo a se opposta e renitente altrettanta gravità dell' altro peso, il quale è manifesto, che mosso non sarebbe senza l' aggiunta all' altro di qualche piccola gravità: l' operazion dunque, per la quale il peso cadente dee sollevar l' altro, è tutta della velocità, la quale altro che velocità non può conferire; nè potendo conferirne altra, che quella, che egli ha, e non avendo altra, che quella, che partendosi dalla quiete ha guadagnata nello spazio della scesa di un braccio; per altrettanto spazio, e con altrettanta velocità spignerà l' altro all' in su, conformandosi con quello, che in varie esperienze si può riconoscere, che è, che il grave cadente partendosi dalla quiete si trova in ogni sito aver tant' impeto, che basta per ridur se stesso alla medesima altezza.

Sagr. In quel modo, che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo, che sia fermato in alto, il qual grave rimosso dal perpendicolo per un arco di qualsivoglia grandezza, non maggiore di una quarta, lasciato in libertà scende, e trapassa oltre al perpendicolo, salendo altrettanto arco quanto fu quello della scesa; dove è manifesto la salita derivar tutta dalla velocità appresa nello scendere; imperocchè nel montare in su, niuna parte vi può avere la gravità del mobile, ma bene repugnando questa alla salita, va spogliando esso mobile di quella velocità, della quale nella scesa lo veste.

Salv. Se l' esempio di quello, che fa il solido grave appeso al filo, del quale 703
mi sovviene, che parlammo ne' discorsi de' giorni passati, quadrasse, e si aggiustasse così bene al caso, del quale noi di presente trattiamo, come ei si aggiusta alla verità, molto concludente sarebbe il discorso di V. S. ma non piccola discrepanza trovo io tra queste due operazioni, dico tra quella del solido grave pendente dal filo, che lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare se medesimo ad altrettanta altezza: e l' altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per innalzare l' altro a se eguale in gravità; imperocchè lo scendente per lo cerchio va acquistando velocità fino al perpendicolo favorito dalla propria gravità, la quale trapassato il perpendicolo lo disajuta nel dovere ascendere, (che è moto contrario alla gravità) sicchè dello impeto acquistato nella scesa naturale, non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale, o per altezza. Ma nell' altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale posto in quiete, non solamente colla velocità acquistata, ma colla sua gravità ancora, la quale mantenendosi leva per se sola ogni resistenza di essere alzato all' altro suo compagno, perlochè la velocità acquistata non trova contrasto di un grave, che allo andare in su faccia resistenza, talchè se come l' impeto conferito all' ingiù ad un grave non trova in esso ragione di annichilarsi, o ritardarsi, così non si ritrova in quello ascendente, la cui gravità rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta descendente. E qui mi pare, che accada per appunto quello, che accade

ad

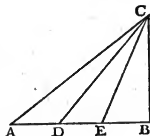
ad un mobile grave, e perfettamente rotondo, il quale se si porrà sopra un piano pulitissimo, ed alquanto inclinato, da per se stesso naturalmente vi scenderà, acquistando sempre velocità maggiore; ma se per l' opposito dalla parte bassa si vorrà quella cacciare in su, ci bisognerà conferirgli impeto, il quale si anderà sempre diminuendo, e finalmente annichilando; ma se il piano non sarà inclinato, ma orizzontale, tal solido rotondo postovi sopra farà quello, che piacerà a noi, cioè se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverà, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverà, conservando sempre l' istessa velocità, che dalla nostra mano averà ricevuta, non avendo azione nè di accrescerla, nè di scemarla, non essendo in tal piano nè declività, nè acclività, ed in simile guisa i due pesi eguali pendenti da due capi della corda ponendogliene in bilancio, si quieteranno, e se ad uno si darà impeto all' ingiù, quello si andrà conservando equabile sempre. E qui si dee avvertire, che tutte queste cose seguirebbero, quando si rimovessero tutti gli esterni, ed accidentari impedimenti, dieo di asprezza, e gravità di corda, di girelle, e di stroppicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri, che ve ne potessero essere; ma perchè si è fatta considerazione della velocità, la quale l' uno de' due pesi eguali acquista scendendo da qualche altezza, mentre l' altro posi in quiete, è bene determinare, quale, e quanta sia per essere la velocità, colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell' uno, scendendo questo, e salendo quello. Già per le cose dimostrate noi sappiamo, che quel grave, che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocità perpetuamente, sicchè nel caso nostro il grado massimo di velocità del grave mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto, che egli comincia a sollevare il suo compagno, ed è manifesto, che tal grado di velocità non si andrà più augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che
704 era la gravità propria di esso grave descendente, la quale non opera più, essendo tolta la sua propensione di scendere dalla repugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno. Si conserverà dunque il detto grado massimo di velocità, ed il moto di accelerato si convertirà in equabile; quale poi sia per essere la futura velocità, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocità futura sarà tale, che in altrettanto tempo, quanto fu quello della scesa, si passerà doppio spazio di quello della caduta.

Sagr. Meglio dunque di me aveva filosofato il Sig. Aproino, e fin qui resto molto bene appagato del discorso di V. S. ed ammetto per verissimo quanto mi ha detto: ma per ancora non mi sento aver fatto acquisto tale, che mi basti per levare l' eccessiva maraviglia, che sento nel vedere essere superate resistenze grandissime dalla virtù della percossa del percuziente, ancorchè nè molta sia la sua gravità, nè eccessiva la sua velocità, e quello, che ne accresce lo stupore è il sentire, che ella afferma nessuna essere la resistenza (salvo che se fusse infinita) che al colpo possa resistere senza cedere; e più, che di tal percossa non si possa in veruna maniera assegnare una determinata misura; però il desiderio nostro sarebbe, che V. S. mettesse mano a dilucidare queste tenebre.

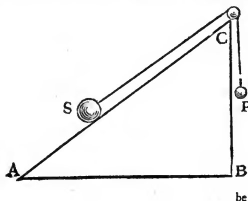
Salv. Essendo che non si può applicare dimostrazione alcuna sopra una proposizione, della quale il dato non sia uno, e certo, però volendo noi filosofare intorno la forza di un percuziente, e la resistenza di quello, che la percossa riceve, bisogna che prendiamo un percuziente, la cui forza sia sempre l' istessa; quale è quella del medesimo grave cadente sempre dalla medesima altezza; e parimente stabilischiamo un ricevitore del colpo, la cui resistenza sia sempre la medesima. E per averlo tale voglio, che (stando su l' esempio di sopra dei due gravi pendenti da' capi dell' istessa corda) che percuziente sia il piccol grave, che si lascia cadere, e che l' altro quanto si voglia maggiore sia quello,

nell'

nell' alzamento del quale venga eſercitato l' impeto del piccolo cadente ; dove
è manifeſto, la reſiſtenza del grande eſſer ſempre, ed in tutti i luoghi la me-
deſima coſa, il che non accade nella reſiſtenza del chiodo, o del palo, ne'
quali ella va ſempre creſcendo nel penetrare, e con proporzione ignotiſſima per
gli accidenti varj, che s' interpongono di variate durezze nel legno, e nel ter-
reno, ec. ancorchè il chiodo, ed il palo ſieno ſempre i medeſimi. In oltre è
neceſſario, che ci riduchiamo a memoria alcune concluſioni vere, delle quali ſi
parlò a' giorni paſſati nel trattato del moto; e ſia la prima di eſſe, che i gravi
deſcendenti da un punto ſublime ſino a un ſoggetto piano orizzontale, acquiſta-
no eguali gradi di velocità, ſia la ſceſa loro
fatta o nella perpendicolare, o ſopra
qualſivogliano piani diverſamente incli-
nati, come per eſempio, eſſendo A B
un piano orizzontale, ſopra il quale dal
punto C caſchi la perpendicolare C B,
e dal medeſimo C altre diverſamente in-
clinate C A, C D, C E, dobbiamo in-
tendere i gradi di velocità de' cadenti dal
punto ſublime C, per qualſivoglia delle li-
nee, che dal punto C vanno a termi-
nare nell' orizzontale, eſſere tutti egua-
li. In oltre ſi dee nel ſecondo luogo ſup-
porre l' impeto acquiſtato in A dal ca- 705
dente dal punto C, eſſer tanto quanto ap-

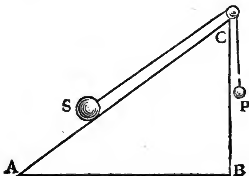


punto ſi ricercherebbe per cacciare in alto il medeſimo cadente, o altro a lui
eguale ſino alla medeſima altezza; onde poſſiamo intendere, che tanta forza bi-
ſogna per ſollevar dall' orizzonte ſino all' altezza C l' iſteſſo grave, venga egli
cacciato da qualſivoglia de' punti A, D, E, B. Riduchiamoci nel terzo luogo a
memoria, che i tempi delle ſceſe per i notati piani inclinati hanno tra di loro
la medeſima proporzione, che le lunghezze di eſſi piani; ſicchè quando per eſem-
pio il piano A C fuſſe lungo il doppio del C E, e quadruplo del C B, il tem-
po della ſceſa per C A ſarebbe doppio del tempo della ſceſa per C E, e qua-
druplo della caduta per C B. In oltre ricordiamoci, che per far montare o vo-
gliam dire, per ſtraſcicare l' iſteſſo peſo ſopra i diverſi piani inclinati, ſempre
minor forza baſta per muoverlo ſopra il più inclinato, che ſopra il meno, ſe-
condo che la lunghezza di
queſto è minore della lun-
ghezza di quello. Ora ſtan-
te queſti veri ſuppoſti fin-
ghiamoci il piano A C eſſer
v. gr. dieci volte più lun-
go del perpendicolo C B, e
ſopra eſſo A C eſſer poſa-
to un ſolido S, peſante
cento libbre: è manifeſto,
che ſe a tal ſolido fuſſe at-
taccata una corda, la quale
cavalcaſſe ſopra una girella
poſta più alta del punto C,
la qual corda nell' altro ſuo
capo aveſſe attaccato un pe-
ſo di 10 libbre, qual ſareb-



be

be il peſo P, è manifeſto, che tal peſo P, con ogni poco di giunta di forza, ſcendendo tirerebbe il grave S ſopra il piano A C. E qui ſi dee notare, che ſebbene lo ſpazio, per lo quale il maggior peſo ſi muove ſopra il ſuo piano ſoggetto, è eguale allo ſpazio per lo quale ſi muove il piccolo deſcendente (onde alcuno potrebbe dubitare ſopra la generale verità di tutte le meccaniche propoſizioni, cioè che piccola forza non ſupera, e muove gran reſiſtenza, ſe non quando il moto di quella eccede il mo-



to di queſta, colla proporzione contrariamente riſpondente a i pari loro) nel preſente caſo la ſceſa del piccolo peſo, che è a perpendicolo, ſi dee paragonare colla ſalita a perpendicolo del gran ſolido S, vedendo quanto egli dalla orizzon-
705 tale perpendicolarmente ſi ſolleva; cioè ſi dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare B C. *

Avendo io Sig. fatto diverſe meditazioni circa il diſtendere quello, che mi reſta a dire, e che è la ſomma del preſente negozio, fermo la ſeguente concluſione, per eſſer di poi eſplicata, e dimoſtrata.

Propoſ. Se l'effetto, che fa una percoſſa del medeſimo peſo, e cadente dalla medeſima altezza caccierà un reſiſtente di reſiſtenza ſempre eguale per qualche ſpazio, e che per fare un ſimile effetto ci biſogni una determinata quantità di peſo morto, che ſenza percoſſa prema, dico che quando il medeſimo percuziente ſopra un altro reſiſtente maggiore con tal percoſſa lo caccerà v. g. per la metà dello ſpazio, che fu cacciato l'altro, per far queſta ſeconda cacciata non baſta la preſſura del detto peſo morto, ma ve ne vuole altro il doppio più grave, e così in tutte le altre proporzioni, quanto una cacciata fatta dal medeſimo percuziente è più breve, tanto per l'oppoſito con proporzione contraria vi ſi ricerca per far l'iſteſſo gravità maggiore di peſo morto premente. Intendaſi la reſiſtenza, ſtando nel medeſimo eſempio del palo, eſſer tale, che non poſſa eſſer ſuperata da meno di cento libbre di peſo morto premente, e che il peſo del percuziente ſia ſolamente dieci libbre, e che cadendo dall' altezza v. gr. di quattro braccia, cacci il palo quattro dita. Qui primieramente è manifeſto, che il peſo delle dieci libbre, dovendo calare a perpendicolo, farà baſtante di far montare un peſo di libbre cento ſopra un piano inclinato tanto, che la ſua lunghezza ſia decupla della ſua elevazione, per le coſe dichiarate di ſopra, e che tanta forza ci vuole in alzare a perpendicolo dieci libbre di peſo, che nell' alzarne cento, ſopra un piano di lunghezza decupla alla ſua perpendicolare elevazione; e però ſe l'impeto, che acquiſta il cadente per qualche ſpazio a perpen-

* *Avverta il Lettore, che il diſcorſo ſeguente non bene ſarà conneſſo colle coſe ſuppoſte di ſopra, perchè l'Autore ha avuto penſiero di diſtenderlo diverſamente da quello, che aveva in animo, quando ſi notarono le ſopraddette concluſioni.*

pendicolo, si applichi a sollevare un altro a se eguale in resistenza, e lo solleverà per altrettanto spazio; ma eguale è alla resistenza del cadente di dieci libbre a perpendicolo quella dell' ascendente di cento libbre sopra il piano di lunghezza decuplo alla sua perpendicolare elevazione; adunque caschi il peso di dieci libbre per qualsisia spazio perpendicolare, l' impeto suo acquistato, ed applicato al peso di cento libbre, lo caccerà per altrettanto spazio sopra il piano inclinato, al quale spazio risponde l'altezza perpendicolare grande, quanto è la decima parte di esso spazio inclinato. E già si è concluso di sopra, che la forza potente a cacciare un peso sopra un piano inclinato è bastante a cacciarlo anche nella perpendicolare, che risponde all' elevazione di esso piano inclinato, la qual perpendicolare nel presente caso è la decima parte dello spazio passato sull' inclinata, il quale è eguale allo spazio della caduta del primo peso di dieci libbre; adunque è manifesto, che la caduta del peso di dieci libbre fatta nella perpendicolare è bastante a sollevare il peso di cento libbre pur nella perpendicolare, ma solo per lo spazio della decima parte della scesa del cadente di dieci libbre; ma quella forza, che può alzare un peso di cento libbre è eguale alla forza, colla quale il medesimo peso delle cento libbre calca in giù, e questa era la potente a cacciare il palo postavi sopra, e premendo. Ecco dunque esplicato, come la caduta di dieci libbre di peso è potente a cacciare una resistenza equivalente a quella, che ha il peso di cento libbre per esser sollevato, ma la cacciata non sarà più, che per la decima parte della scesa del percuziente. E se noi porremo la resistenza del palo esser raddoppiata, o triplicata, sicchè vi bisogni per superarla la pressura di dugento, o trecento libbre di peso morto, replicando simil discorso, troveremo, l' impeto delle dieci libbre cadenti a perpendicolo esser potente a cacciare, siccome la prima, la seconda, e la terza volta il palo, e come nella prima la decima parte della sua scesa, così nella seconda volta la ventesima, e nella terza la trentesima parte della sua scesa. E così moltiplicando la resistenza in infinito sempre la medesima percossa la potrà superare, ma col cacciare il resistente sempre per minore e minore spazio con alterna proporzione, onde pare, che noi ragionevolmente possiamo asserire, la forza della percossa essere infinita. Ma ben conviene, che altresì consideriamo anche per un altro verso la forza del premente senza percossa, essere essa ancora infinita; imperocchè quando ella supera la resistenza del palo, lo caccerà non per quello spazio solo, che lo averà cacciato la percossa, ma seguiterà di cacciarlo in infinito. 707

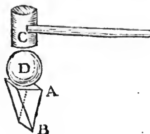
Sagr. Io veramente scorgo il progresso di V. S. camminare molto dirittamente all' investigazione della vera causa del presente problema; ma perchè mi pare, che la percossa possa essere creata in tante e tante maniere, ed applicata a tante varietà di resistenze, credo esser necessario andarne esplicando almeno alcune, l' intelligenza delle quali potrebbe aprirci la mente all' intelligenza di tutte.

Salv. V. S. dice benissimo, ed io di già mi era apparecchiato ad apportarne qualche caso. Per uno de' quali diremo, che alle volte può accadere, che l' operazione del percuziente si faccia palese, non sopra il percosso, ma nello stesso percuziente, e così dando sopra una ferma incudine un colpo con un martello di piombo, l' effetto caderà nel martello, il quale si ammaccherà, e non nell' incudine, che non si abbasserà. E non dissimile a questo effetto è quello del mazzuolo degli scarpellini, il quale essendo di ferro non temperato, e però tenero, nel lungo percuotere sopra lo scarpello di acciajo di dura tempera, non ammacca esso scarpello, ma bene incava, e dilacera se medesimo. Altra volta in altro modo si rifletterà l' effetto pure nel percuziente, siccome non di rado si vede, che volendosi continuare di cacciare un chiodo in un legno durissimo, il martello ribalza indietro senza punto cacciare innanzi il chiodo, ed in questo caso si

 dice,

dice, il colpo non è attaccato. Non dissimile è il balzo, che sopra un duro, e fermo pavimento fa il pallone gonfio, ed ogn' altro corpo di materia talmente disposta, che ben cede alla percossa, ma ritorna come facendo arco nella sua prima figura, ed un tal ribalzamento accade quando non solamente quello, che percuote cede, e poi ritorna, ma quando ciò accade in quello, sopra di che si percuote, ed in tal maniera risalta una palla, ancorchè di materia durissima, e nulla cedente, cadendo sopra la carta pecora ben tesa del tamburo. Scorgesi anco, e con maggiore maraviglia l' effetto, che nasce, quando allo spignere senza percossa si aggiugne una percossa, facendo un composto di amendue; e così vediamo nelli strettoi da panni, o da olio, e simili, quando col semplice spignere di quattro, o sei uomini si è fatta calare la vite, quanto potevano, col ritirare un passo indietro la stanga, e velocemente urtando con essa, moveranno ancora più e più la vite, e si ridurranno a tal segno, che l' urto, colla forza di quei quattro, o sei, farà quello, che non farebbero dodici, o venti col solo spignere, nel qual caso si ricerca la stanga esser molto grossa, e di le-
708 gno assai duro, sicchè poco, o nulla si pieghi, perchè cedendo questa, l' urto si spegnerebbe nel torcerla.

* In ogni mobile, che debba esser mosso violentemente, pare che sieno due spezie distinte di resistenza: l' una che riguarda quella resistenza interna, per la qual noi diciamo più difficilmente alzarsi un grave di mille libbre, che uno di cento; l'altra che ha rispetto allo spazio, per lo quale si ha da fare il moto, e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontano cento passi, che cinquanta, ec. A queste due diverse resistenze rispondono proporzionatamente li due diversi motori, l'uno de'quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore, che opera senza percossa, non muove se non una resistenza minore, benchè insensibilmente, della sua virtù, o gravità premente, ma la moverà bene per ispazio infinito accompagnandola sempre colla sua stessa forza; e quello, che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza, benchè immensa, ma per limitato intervallo. Onde io stimo vere queste due proposizioni, il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo, il premente muover finita e limitata resistenza per infinito intervallo: sicchè al percuziente sia proporzionabile l' intervallo, e non la resistenza, ma al premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose mi fanno dubitare, che il quesito del Sig. Sagredo sia inesplicabile, come quello, che cerchi di agguagliar cose non proporzionabili, che tali credo io che sieno l' azioni della percossa, e quelle della pressione, siccome nel caso particolare qualunque immensa resistenza, che sia nel cuneo B A, sarà mossa da qualunque percuziente C, ma per limitato intervallo, come tra i punti B A, ma dal premente D, non qualunque resistenza sia nel cuneo B A, sarà spinta, ma una limitata, e non maggiore del peso D; ma questa non sarà spinta per lo limitato intervallo tra i punti B A, ma in infinito, essendo sempre eguale la resistenza nel medesimo mobile A B, come si dee supporre, non facendo menzione in contrario nella proposta.



Il

* *Tra gli scritti originali del Galileo sopra la percossa, in un foglio separato vi è di mano dell' istesso Galileo, quanto qui ora si riferisce, che doveva essere inserito in questa sesta Giornata.*

Il momento di un grave nell' atto della percoſſa altro non è, che un compoſto, ed aggregato di infiniti momenti ciaſcuno di eſſi eguale al ſolo momento, o interno, e naturale di ſe medeſimo (che è quello della propria gravità aſſoluta, che eternamente egli eſercita poſando ſopra qualunque reſiſtente) o eſtrinſeco, o violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della moſſa del grave ſi vanno accumulando in iſtante con eguale additamento, e conſervando in eſſo, nel modo appunto, che ſi va accreſcendo la velocità di un grave cadente. Che ſiccome negl' infiniti inſtanti di un tempo, benchè minimo, ſi va ſempre paſſando da un grave per nuovi, ed eguali gradi di velocità, con ritener ſempre gli acquiſtati nel tempo precorſo, così anche nel mobile ſi vanno conſervando di inſtante in inſtante, e componendoſi quei momenti o naturali, o violenti, conferitigli o dalla natura, o dall' arte, ec. 709

La forza della percoſſa è di infinito momento, tuttavolta che ella ſi applichi in un momento ed in uno inſtante dal grave percuziente ſopra materia non cedente; come ſi dimoſtrerà.

Il cedere di una materia percoſſa da un grave moſſo con qualſivoglia velocità, non ſi può fare in uno inſtante, perchè altrimenti ſi darebbe il moto inſtantaneo per uno ſpazio quanto, il che ſi prova impoſſibile. Se dunque ſi fa in tempo la cedenza nel luogo della percoſſa, in tempo ancora ſi farà l' applicazione di que' momenti acquiſtati nel moto dal percuziente, il qual tempo è baſtante ad eſtinguere, ed a ſmorzare in parte quell' aggregato de' ſopraddetti momenti, i quali ſe in uno inſtante di tempo ſi eſercitaſſero contro il reſiſtente (il che ſeguirebbe, quando le materie sì del percoſſo, come del percuziente non cedeſſero nè meno un punto) aſſolutamente ſarebbero effetto ed operazione aſſai maggiore in muoverlo, e ſuperarlo, che applicato in tempo benchè breviſſimo; dico effetto maggiore, perchè pure qualche effetto faranno eglino contro il percoſſo, quantunque minima ſi ſia la percoſſa, e grandiſſima la cedenza; ma ſarà forſe impercettibile tale effetto a' noſtri ſenſi, contuttochè realmente vi ſia, il che a ſuo luogo dimoſtreremo; ma pure ciò manifeſtamente ſi ſcorge dall' eſperienza, poichè ſe con un ben piccolo martello ſi anderà con percoſſe uniformi incontrando la teſta di una grandiſſima trave, che ſia a giacere in terra, dopo molte e molte percoſſe ſi vedrà finalmente eſſerſi moſſa la trave per qualche ſpazio percettibile, ſegno evidentiſſimo, che ogni percoſſa operò ſeparatamente per la ſua parte nello ſpingere la trave; poichè ſe la prima percoſſa non fuſſe a parte di tale effetto, tutte le altre ſuſſeguenti, come in luogo di prime, niente affatto opererebbero, la qual coſa è contraria all' eſperienza, al ſenſo, ed alla dimoſtrazione, che ſi apporterà, ec.

La forza della percoſſa è di infinito momento, perchè non vi è reſiſtenza benchè grandiſſima, che non venga ſuperata da forza di percoſſa minimiſſima.

Colui che ſerra le porte di bronzo di S. Giovanni, invano tenterebbe di ſerrarle con una ſola e ſemplice ſpinta, ma con impulſo continuato va imprimendo in quel corpo mobile graviſſimo forza tale, che quando arriva a percuotere, ed urtare nella ſoglia, fa tremare tutta la Chieſa. Da queſto ſi veda come ſi imprima ne' mobili, e più ne' più gravi, ed in eſſi ſi moltiplichi, e conſervi la forza, che con qualche tempo gli ſi va comunicando, ec.

Simile effetto ſi vede in una groſſa campana, che non con una ſola tirata di corda, nè quattro, nè ſei ſi mette in moto gagliardo ed impetuoſo, ma con molte e molte, le quali a lungo reiterate, le ultime vanno aggiugnendo forza ſopra quella acquiſtata dalle prime, e precedenti ſtrappate, e quanto più groſſa e grave ſarà la campana, tanto maggiore forza ed impeto acquiſterà, eſſendogli comunicato in più lungo tempo, e da maggior numero di ſtrappate, che non ſi ricerca ad una piccola campana; che ben preſto ſi mette in impeto, ma preſto 710

ancora le si toglie, non essendosi ella imbevuta (per così dire) di tanta forza quanto la più grossa.

Il simile accade ne' navigli ancora, i quali non alle prime vogate de' remi, o ai primi impulsi del vento si mettono in furioso corso, ma dalle continue vogate, e dalla continua impressione di forza, che fa il vento nelle vele, acquistano impeto grandissimo atto a fracassare gl' istessi vascelli, mentre da quello portato dessero d' urto in uno scoglio.

L' arco dolce, ma grande d' una balestra, farà tal volta maggior passata d'un altro assai più duro, ma di minor tratta, poichè quello accompagnando per più tempo la palla, gli va continuamente imprimendo la forza, e questo tosto l' abbandona.



TRAT-

TRATTATO

DELLE RESISTENZE

PRINCIPIATO DA

VINCENZIO VIVIANI

PER ILLUSTRARE L' OPERE

DEL GALILEO,

Ed ora compiuto, e riordinato colla giunta di quelle dimostrazioni, che vi mancavano

DAL P. D. GUIDO GRANDI

Abate Camaldolese, Matematico di S. A. R. e dello Studio Pisano.

Definizioni Prime.

I. *Momento assoluto d' un grave, e d' altra qualsivoglia forza, animata, o no, s' intenda quel premere libero, e non impedito, che fa il grave, o la forza all' ingiù per la perpendicolare all' orizzonte.* 195 Tom. III. V. V. p. 4.

II. Resistenza assoluta della sezione d' un corpo, s' intenda quella repugnanza, che le parti del solido, mediante la coerenza di dette parti in quella sezione, hanno ad essere separate dal momento assoluto d un grave, o d' una forza.

III. Misura assoluta della resistenza assoluta d' una sezione s' intenda quel momento assoluto d' un grave, o d' una forza, che equivaglia alla detta resistenza assoluta: cioè che con ogni poco di giunta di peso, o di forza ne segua lo strappamento delle dette parti in detta sezione.

IV. Resistenza omogenea uniforme....

V. Centro delle resistenze....

NOTE.

Prima di supplire queste due definizioni rimase imperfette, piacemi d' illustrare, colla scorta di ciò, che altrove accenna il nostro Autore, le definizioni precedenti, e d' inserirvene prima alcune altre, le quali pare che manchino, e verisimilmente vi sarebbero state aggiunte dallo stesso Autore, se avesse potuto dare compimento a quest' Opera. *G. G.*

Il premere libero, e non impedito d' un grave, o d' altra forza animata s' intende, quando preme senza verun vantaggio, o svantaggio, che possa apportargli l' ajuto d' una leva, o di una contralleva, per cui operi la forza, o la resistenza contrapposta: e questo dicesi momento assoluto, il quale in se stesso è sempre invariabile, dipendendo dal peso di quel grave, o pure da quella quan-

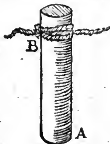
tità

tità di peso, che quella forza animata regger potrebbe, senz' altra macchina applicandosi a sostenerlo. Onde coerentemente altresì la resistenza assoluta della sezione d' un corpo è la quantità di quella forza, che tiene attaccate nella detta comune sezione le parti del corpo, sicchè resistano allo strappamento, che ne sarebbe, direttamente tirando, cioè con direzione perpendicolare al piano di detta sezione, un peso attaccatovi, o pure una forza animata, che vi si applicasse col suo assoluto momento, cioè senza l' ajuto d' alcuna leva, che ne faciliti l' effetto dello spezzarsi.

196 E perchè quella tal qual forza, che connette le parti del solido, non è a noi in se stessa nota: e si disputa ancora tra' filosofi naturali, donde ella dipenda; se dalla tessitura ed intralciamento delle fibre, o dallo squisito contatto d' ogni particella, ò dalla pressione dell' ambiente, o da altro glutine interpostovi; perciò volendo pure esaminarne il valore, e paragonare le diverse resistenze, che a varie figure, o quantità di sezioni possono convenire, non si può far altro, che misurare il valore di qualunque resistenza col minimo peso, che possa direttamente premendo superarla, o col grandissimo e sommo peso, che dal solido regger si possa, prima di cedere, e di spezzarsi: essendo pure il dovere, che se una forza, appoco appoco crescendo, giugne finalmente a vincere un' altra forza, prima d' arrivare a questo segno, si equilibri con essa, e precisamente uguagli coll' assoluto momento suo il valore di quella, non potendo di minore diventare successivamente maggiore, se prima in qualche differenza di tempo non si fa uguale alla forza competitrice. E però, se avendo attaccato fortemente in alto alla volta d' una camera un cilindro di vetro, di pietra, o di metallo s' intenderà questo talmente prolungarsi, che venga col proprio peso a rompersi: o pure se vi si attaccherà successivamente maggiore e maggior peso, finattanto che tra il proprio peso del cilindro, e quello che si aggiunge da' piedi, ne succeda finalmente l' effetto dello strappamento: quel minimo peso, che è abile a spezzare il corpo, o veramente quel sommo, che da esso si può sostenere senza spezzarsi, e che precisamente pareggia l' assoluta resistenza di quella sezione del cilindro, che dovrà scoprirsi nella rottura, con ragione si assumono per determinata misura di quella resistenza. E torna lo stesso prender l' uno, o l' altro de i detti pesi, cioè il maggiore che possa reggersi, ed il minimo abile a rompere il corpo: non differendo questi da quegli, che d' una quantità minore di qualsisia proposta, e per così dire infinitamente piccola, per cui appresso a' Matematici non si altera l' uguaglianza.

Ma sentiamo il nostro Autore, che in questo proposito altrove si dichiara così.

V. V. p. 10. *La resistenza d' un solido assolutamente presa, s' intenda esser sempre misurata da quel peso, che posto nell' estremità del solido fitto per di sopra in una volta, o comunque fermato da un capo nel muro, purchè il peso tiri direttamente a perpendicolo del piano della rottura, è bastante appunto a spezzarlo.*

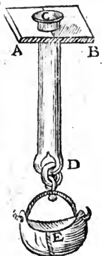


Sicchè nel prolungare perpendicolarmente il cilindro A B, *finchè segua il moto, cioè si faccia lo strappamento di esso dalla parte superiore, si viene con ciò a misurare la sua resistenza, imperocchè questo è l' istesso appunto, che dire, che la resistenza in* B *equivale al momento assoluto* B A.

V. V. p. 4. *Si sperimenti adunque quanto peso ci voglia a strappare i cilindri di vetro per diritto a piombo, che abbiano questa, o simil figura.* A B *sia un piano stabile in forma di due piastre, ne' tagli delle quali siano gli scavi in semicircolo d' un foro, dove accostate insieme, passi la verga*

di vetro C D, *rimanendovi impegnata col ſuo termine ſuperiore* C *più groſſo del fuſto, attaccando poſcia al termine inferiore* D *tanto peſo* E, *che faccia lo ſtrappamento.* 197

Di qui ſi cava la tariffa delle reſiſtenze aſſolute d' uguali ſezioni di metalli, e ſi può provare, ſe doppia ſezione voglia doppio peſo, come la ragione ce ne perſuade.



Però ſuppoſta nota la reſiſtenza d' un ſolido d' una data materia, che vien miſurata dalla forza, che la ſupera, tirandola perpendicolarmente, ſi potrà con regola miſurare le reſiſtenze riſpettive (ſecondo la diffinizione da apportarſi qui appreſſo) de' medeſimi ſolidi tenuti orizzontalmente, o in altra inclinazione. *V. V. p. 9.*

Ora ſeguendo l' ordine delle prime definizioni, per ſupplire ciò che manca nel MS. del noſtro Autore, diremo. *G. G.*

Defin. IV. Momento riſpettivo d' un grave, o d' altra forza animata s' intenda quell' energia, che ha in riguardo alla maniera, con cui ſi applica per via di leva, o d' altra macchina, a muovere qualſivoglia reſiſtenza; il quale momento conſeguentemente varia, ſecondo la diſtanza dal centro del moto, e ſecondo la lunghezza della contralleva, con cui opera il reſiſtente, dalla quale riceve maggiore, o minore vantaggio.

V. Reſiſtenza reſpettiva della ſezione d' un corpo è quella forza, con cui contraſta ad eſſere ſpezzato eſſo corpo nella detta ſezione, poſata ſopra qualche ſoſtegno, quando il peſo, o altra forza animata, che s' applica a farne lo ſtrappamento, tira obliquamente al piano della medeſima ſezione, coll' ajuto di maggiore, o minor leva, ſecondo cui conſeguentemente ſi varia in diverſe circoſtanze il valore di tal reſiſtenza: venendo però ſempre miſurata dal più gran peſo, che poſſa reggere, o dal minimo di quelli, che in tal diſpoſizione ſieno abili a ſuperarla; e viene a ſignificare lo ſteſſo, che il momento della reſiſtenza aſſoluta, che gli conviene in diverſe circoſtanze.

VI. Reſiſtenza omogenea uniforme della ſezione d' un ſolido, è quando ciaſcuna fibra d'eſſa ha uguale reſiſtenza aſſoluta, ſicchè dallo ſteſſo momento aſſoluto d'un grave, o d'altra forza perpendicolarmente applicatavi può ciaſchetuna eſſere ſuperata.

VII. Reſiſtenza varia e difforme della ſezione di un ſolido ſarà, quando le fibre di eſſo, non eſſendo ugualmente forti, non averanno ugual reſiſtenza aſſoluta, ma da diverſi momenti aſſoluti potrà qualunque di eſſe venire coſtretta allo ſtrappamento, come accade in un legno nodoſo, in un marmo di varie vene vergato, ec.

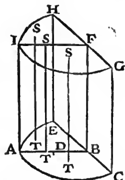
VIII. Centro delle reſiſtenze è quel punto, in cui raccolta ſi concepiſce tutta la forza delle reſiſtenze ſparſe per ogni fibra; nella maniera che il centro di gravità ſi dice quel punto, in cui raccolta ſi concepiſce l' azione della gravità d' un corpo; anzi ſi crede l'uno, e l'altro centro eſſere lo ſteſſo punto. 198

Così il Galileo, Padre di queſta ſcienza, da per tutto ſuppone; ed è ſenza conteſa alcuna in ciò ſeguitato dal Blondello, dal Leibnizio, dal Varignonio, e dal Bernoullio, e da quant' altri hanno poſcia trattato di reſiſtenze: i quali tutti concepiſcono la reſiſtenza riſpettiva di qualſivoglia ſezione d' un corpo, applicata nel centro di gravità, e come riunitaſi in eſſo: mentre gli danno per leva,

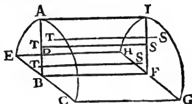
leva, con cui l'azione sua si rende più vantaggiosa, la distanza di detto centro di gravità dall' appoggio, sopra di cui far si debbe lo strappamento; della quale supposizione però niuno mettendosi in pena d' assegnarne qualche verisimil ragione, tanto più è da stimarsi l' acutezza del nostro Autore, che si provò, come sopra, a dare una particolare definizione del centro delle resistenze: sebbene non l' abbiamo ne' suoi scritti ritrovata compiuta: e di più ne accenna altrove il fondamento col seguente discorso.

V. V. p. 16. *E verissimo, che il centro di gravità della sezione del solido fitto nel muro è il centro della resistenza dell' attaccamento dell' una superficie coll' altra sua contigua: poichè gl' infiniti attaccamenti, e resistenze si debbono supporre e considerare tutte uguali, mentre il solido sia di materia omogenea. Se dunque le resistenze di que' filamenti del solido sono tutte uguali, e di uguale spessezza, saranno come tanti pesi eguali distribuiti in distanze eguali in una leva, che è la sezione, e che gravitano nel loro centro di gravità comune, che è il centro di gravità di detta leva.*

G. G. Il che volendo più pienamente dichiarare, secondo la mente del nostro Autore, la quale abbastanza riluce dallo sbozzo d' una figura ivi disegnata, e dalle parole addotte di sopra: diremo, che la forza, per cui attaccate si tengono le fibre d' un corpo, fa il medesimo effetto, che farebbe un peso, il quale calcasse, e comprimesse ciascuna parte contro dell' altra, onde siccome se innumerabili colonnette gravi S T, S T egualmente alte premessero contro la superficie orizontale E A C, l' azione loro s' intenderebbe riunita nel centro comune di gravità di esse, che corrisponderebbe appunto al centro D della figura E A C, quando le dette colonnette colle basi loro tutta la riempissero: di maniera che essendo la figura A E C sostenuta sopra la linea E C, sarebbe lo sforzo delle colonnette prementi eguale al momento di un peso, il quale pareggiando il peso di tutte, fosse applicato nel punto D della leva D B, mobile d' intorno al sostegno B; Così ancora, rivoltandosi la figura E A C, e diventando verticale, o stendendosi in qualsivoglia altro piano, come quando è la comune sezione d' un mu-



199 ro, e di un solido impegnatovi dentro, le fibre S T, S T, che tengono attaccato il solido A H I C alla superficie E A C, essendo tante forze prementi per la direzione S T, si debbono intendere come riunite nel centro di gravità D della figura E A C, ed operanti col vantaggio della leva D B, mobile d' intorno al sostegno B; non essendovi altro divario da questa disposizione all' altra di prima, che dell' essere le direzioni S T parallele, o inclinate all' orizzonte, dove prima elle erano perpendicolari; il che non può variare nulla nel modo di operare, sicchè ciò, che prima facevano per un verso, ora non lo facciano per l' altro corrispondente alla loro costituzione, diretta non più al centro della terra, ma ad un altro punto lateralmente posto in una infinita distanza, nella medesima dirittura perpendicolare alla stessa sezione.



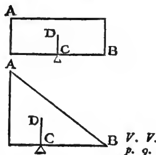
Sup-

Supposizioni.

I. Qualunque peso sempre discendere, qualunque volta il suo centro di gravità movendosi, può accostarsi al centro comune de' gravi, se da maggiore forza, e resistenza non venga impedito. V. V. p. 65.

II. Qualunque peso liberamente si sospenda pel suo centro di gravità, non potersi giammai fermare, finattanto eh' esso centro non abbia acquistato l' infimo punto della circonferenza, per cui si muove.

III. Qualunque solido posato sopra un sostegno, allora fermarsi, quando la linea retta, che congiugne il centro di gravità del solido, ed il contatto di esso col sostegno, sarà perpendicolare all' orizzonte. Cioè allora il cilindro A B*, o cono, o altro solido starà fermo sopra il sostegno* C*, quando tirata dal centro di gravità loro* D *la linea* D C*, sarà perpendicolare all' orizzonte: perchè qualunque grave ha momento per la perpendicolare tirata dal suo centro di gravità, che è la brevissima verso il centro comune de' gravi; e dovendosi muovere, non è maggior ragione, che si muova dall' una parte più, che dall' altra.*



V. V. p. 9.

IV. Qualunque resistenza potersi superare da un peso, o da una forza, o da un momento, che sia maggiore di essa resistenza.

V. In questa scienza delle resistenze, doversi astrarre dalla flessibilità de' corpi, che fanno molla, potendo questi alterare le proporzioni investigate: siccome si dee prescindere ancora dalle tempere, e varie crudezze de' metalli.

Imperocchè la cedenza delle materie de' solidi altera le proporzioni delle resistenze a segno tale, che un medesimo ferro sarà ora più, ora meno resistente, secondo la differenza delle tempere, e secondo la sua flessibilità, che in virtù di dette tempere si fa or maggiore, or minore; e però, data la resistenza assoluta d' un solido in una tal sezione, volendo ricercare la resistenza rispettiva, che è quella, quando se gli fa forza pel traverso, converrà immaginarsi la materia nulla cedente, perchè più e più che cederà, maggiore e maggior peso vi vorrà a fare la rottura. V. V. p. 2. 200

Quindi è, che una spada ben temperata si piega bensì facilmente, ma non così agevole cosa è il romperla, come si farebbe d' una pari lastra di ferro, che fusse crudo e rozzo. Così per la stessa ragione più facilmente si spezza una verga di legno secco, che quando era verde, e flessibile; ed è stato osservato da Monsù Parent, che l' Abete, il quale è più cedente della Quercia, sostiene maggior peso prima di rompersi: di maniera che ordinariamente la resistenza di quello alla resistenza di questa si stima essere, come 358 a 300, o come 119 a 100, secondo le sperienze rapportate nelle memorie dell' Accademia Reale di Parigi del 1707. Dove ancora si riferisce dal medesimo Autore, che nel cedere e piegarsi le fibre d' un solido, la curvatura di esso raccorcia la leva d' intorno a una sua parte quadragesima quinta, allorchè il solido è ritenuto in un termine solo: ma la scorcia d' un sessagesimo solamente, quando sia ritenuto in ambi gli estremi. Il che però ricercherebbe più esatta e diligente osservazione; essendo verisimile, che la varietà delle materie permetta, che le fibre superiori diversamente si stendano, e l' inferiori si comprimano, cagionandosi uno stiramento, ed una compressione, quando più, quando meno violenta, la quale un grandissimo dispendio di forze richiede, ed a cui una diversa piegatura del solido corrisponde, e per G. G.

conseguenza si viene a scorciare con diversissima proporzione la leva; onde non solamente delle resistenze assolute, ma ancora delle rispettive, considerate per altro in pari circostanze, è vero ciò che altrove dice il nostro Autore, e può registrarsi per sesta supposizione, cioè che

V. V. p. 9. *VI. La diversità della materia altera la resistenza, poichè due solidi eguali, e simili, ma di materia diversa, come di vetro l' uno, e l' altro d' acciajo ec. resistono disugualmente.*

V. V. p. 16. *VII. La separazione delle due superficie del solido tenuto per traverso si fa nel medesimo instante, tanto nei punti remoti dal sostegno, che ne i vicini, e che in quelli di mezzo: stante che tale separazione si fa con moto regolare dell' una superficie che si muove, dall' altra che sta ferma.*

G. G. Il che è coerente all' ipotesi del Galileo, che suppose altresì strapparsi in uno istante tutte le fibre del solido, quando si rompe trasversalmente: come di necessità debbe succedere, secondo la quinta supposizione, che le fibre non sieno cedenti, ma che senza allungarsi, o stendersi per di sopra, nè serrarsi, o comprimersi per di sotto, si strappino. E' ben vero, che il Mariotte nel suo trattato del moto dell' acque part. 5. disc. 2. il Leibnizio negli Atti di Lipsia del mese di Luglio 1684. ed il Varignonio nelle memorie dell' Accademia Reale del 1702 stimarono più verisimile ipotesi il supporre, che si stendano, e stirino alquanto le fibre, e più le lontane dal sostegno, che le vicine, a proporzione della distanza dal centro del moto, cioè dal sostegno, sopra di cui si fa la rottura; e poscia il Sig. Jacopo Bernoulli di questa medesima supposizione non contento, ne propose un' altra da lui, e da altri creduta più vera, in cui s' immagina, che prima di spezzarsi il solido, alcune fibre vicino all' appoggio si comprimano, altre più sopra si stendano: sicchè tra l' une, e l' altre vi abbia un punto di mezzo, che non soffre veruna compressione, o stendimento alcu-
201 no, e da cui verso l' una, e l' altra parte sempre più si aumentino l' estensioni delle fibre superiori, e le compressioni dell' inferiori, come apparisce da una lettera di questo celebre Matematico, scritta li 12 Marzo 1705, ed inserita nelle memorie dell' Accademia Reale di Parigi dello stesso anno. Ma queste diversità d' opinioni dimostrano appunto, quanto difficil cosa sia il determinare la vera e naturale ipotesi, la quale può essere, che in varj casi molto diversa si trovi: e però quanto meglio sia l' astraere da cotesti accidenti, per illustrare teoricamente la materia, che abbiamo per le mani, come ha fatto il Galileo, e con esso il nostro Autore: lasciando a' Filosofi, ed a' Pratici osservatori della natura, il mettere in conto quelle differenze, che può recar seco la diversa tessitura, e fortezza, e flessibilità delle fibre in qualsivoglia materia; limitando con esse, o modificando le conclusioni dedotte generalmente da' fondamenti teorici di questa dottrina.

V. V. p. 16. *VIII. Nello strappare un solido per diritto, si hanno da considerare due resistenze: una è quella dell' attaccamento de' filamenti del solido, la quale è diversa, secondo le diversità delle materie d' esso solido, e ne' metalli secondo le tempere: l' altra è quella del vacuo, che in tutte le materie è sempre la stessa, a proporzione delle grossezze del solido; ma nello strappare il solido per traverso, pare che la resistenza del vacuo cessi affatto, poichè mostra l' esperienza, che volendo separare con moto parallelo una lamina di vetro liscio da un' altra lamina simile, vi vuole buona forza, che è quella del vacuo; ma volendole separare con moto angolare, non vi si ricerca punto di forza.*

G. G. Da molti luoghi di quest' opera già espressamente apparisce, che l' Autore nostro vi lavorava intorno per fino dall' anno 1644. ma quando la malignità di qualche invidioso volesse sospettare, essere stata per affettazione aggiunta assai dopo in varj luoghi del MS. la nota di tempo più antico: eccone in questa stes-

sa

sa supposizione un altro evidente riscontro, dove nomina *la forza del vacuo*, seguendo la maniera di favellare degli antichi, adoperata ancora dal Galileo suo maestro nel primo dialogo; il che dimostra, essere ciò stato scritto prima dell' anno 1644. in cui il Torricelli per mezzo della sua famosa sperienza, di cui appunto fu ministro e primo esecutore il nostro Viviani, rinvenisse la vera cagione di ciò, che s' attribuiva alla forza del voto, e palesasse esser quella la sola pressione dell' aria; non essendo verisimile, che dopo sì celebre e sì felice scuoprimento, a lui prima che ad altri notissimo, seguitasse il nostro Autore a chiamare col volgo *forza del voto*, cioè di un mero nulla, quello che potea, con maggiore proprietà di parlare, e con più ragionevole sentimento, chiamare forza della pressione dell' aere esterno, o d' altro fluido ambiente.

Diremo adunque, che siccome essendo congiunte insieme due pulitissime lastre di marmo, o di vetro, si sperimenta grandissima difficultà in separarle direttamente, non ostante che a tale effetto non sia d' uopo lo strappare veruna fibra, per cui si connetta questa lastra con quella: ma in vigore solamente della pressione, con cui l' aere esterno (o forse altro fluido più tenue) calca l' una contro dell' altra, resistono alla separazione, mancandovi l' aria di mezzo, che ajuti a spignere, secondo la direzione della forza, che tenta disgiugnerle; così dovendosi direttamente strappare un corpo, separandone un pezzo dall' altro contiguo, si sente la stessa ripugnanza, che si proverebbe, quando fussero già divisi, ma da uno squisito contatto, per opera della pressione del fluido ambiente, stessero insieme attaccati: ed oltre a ciò si prova tutta la difficultà, che risulta dalla tessitura, intralciamento, o forza interna, che hanno le fibre, 202
per cui resistono alla divisione. Laddove quando trasversalmente si tenta lo spezzamento d' un solido, rimane solo la seconda difficultà da superare, ma non la prima, perchè da ogni lato essendo premuto il solido, cioè da destra a sinistra, e da sinistra a destra, ogni poco di forza che si applichi, per volerlo spignere più per un verso, che per l' altro, viene ajutata dall' una, o dall' altra delle pressioni opposte, che si equilibrano; onde (se non ostasse l' intralciamento delle fibre, o l' interna forza, con cui esse alla divisione resistono) facilmente ne seguirebbe la separazione d' un pezzo dall' altro; e per ciò molto più agevole fatà ancora per questo capo il vincere la resistenza rispettiva, che l' assoluta, benchè non vi fusse il vantaggio della leva, come se il solido sporgesse fuori del muro per una distanza uguale al suo semidiametro, e che perciò il peso attaccato alla sua estremità fosse lontano dal sostegno altrettanto, quanto ne è lontana la resistenza, che si concepisce tutta ridotta nel centro della sua base, ad ogni modo maggior peso sarebbe necessario per romperlo, tirando con direzione perpendicolare alla base, che tirando obliquamente.

E potrebbe anch' essere, che questa, e non lo stiramento delle fibre fosse la cagione, per cui le sperienze fatte dal Sig. Paolo Wrzio, come riferisce il Blondello, ed il Leibnizio, e le altre fatte dal Mariotte, mostrarono ricercarsi allo strappamento diretto de' solidi un molto maggior peso, di quello, che secondo la teoria del Galileo avrebbe dovuto bastare, in paragone di quel peso, che li rompeva, tirandoli obliquamente. Per esempio, riferisce il Mariotte, che per istrappare direttamente un cilindretto di legno, il cui diametro era di 3 linee, vi vollero 330 libbre di peso: quando, secondo il calcolo del Galileo, se ne sarebbero ricercate solo 180. Chi sa, che quelle 150 di più, le quali vi s' impiegarono, non corrispondessero appunto alla pressione dell' aria, da cui il Galileo fece astrazione, per non averne alcuna notizia?

E' ben vero, che se avesse il Sig. Viviani riveduta e perfezionata questa sua opera, non solamente in vece della forza del vacuo, surrogata averebbe la pressione dell' aria, ma non credo, che impegnato si sarebbe a dire, essere que-

E e 2 sta

sta forza la stessa in tutte le materie, solamente variando a proporzione delle grossezze de' solidi; perchè secondo la tessitura, ed intralciamento delle parti componenti de' solidi, è manifesto, alcuni essere di più rara, altri di più serrata struttura, e da' pori di queste, o di quelle materie, dove più, dove meno perfettamente venir esclusa l' aria grossa, o sottile: dalle quali circostanze si varia in molte maniere il momento dell' aria esterna premente, facendosi ora maggiore, ed ora minore. Si può prescindere però ancora da questa forza, per dar luogo alla teoria generale, mettendola poi in conto, quando occorra, nella pratica.

V. V. p. 16. *IX. In oltre poi si possono considerare le sezioni de' solidi come gravi, e a guisa d' Archimede figurarsi, che i piani abbiano peso, e che poi tali piani posati sul sostegno della leva ec.*

G. G. M' immagino volesse dire, che tali piani, considerati come gravi, applicati al sostegno della leva, contrastino col peso, o colla forza, che tende a fare lo strappamento, e così l' immaginario peso di detti piani (considerato però come tendente ad un centro posto in infinita distanza da essi, per una direzione perpendicolare a' medesimi) equivalga alla forza della resistenza assoluta, o rispetti-
203 va, che per un verso direttamente, o almeno in parte opposto alla direzione della potenza, che cerca di effettuare lo strappamento, li va continuamente tirando. Donde tanto più chiaro apparisce, che il centro delle resistenze (come si è detto alla defin. 8.) sia il medesimo, che il centro di gravità della sezione, in cui si fa la rottura.

Anzi in seguito di questa supposizione il nostro Autore ha proposte quest' altre da lui chiamate

Definizioni Seconde.

V. V. p. 7. *I. Piani, o sezioni d' uguale gravità in specie chiamo quelle, delle quali parti eguali pesano ugualmente.*

II. Piani, o sezioni d' ugual gravità assoluta, quelle che pesano ugualmente, o uguali, o disuguali che sieno tra di loro.

III. Piani, o sezioni di diversa gravità in specie quelle, delle quali parti uguali pesano disugualmente.

IV. Piani, o sezioni di diversa gravità assoluta quelle, le quali pesano disugualmente, o uguali, o disuguali che siano tra di loro.

G. G. Queste diverse maniere di gravità, credo che appresso il nostro Autore equivalgano a varie resistenze uniformi, o difformi già di sopra definite; in quanto che ce ne possono rappresentare varj gradi, riducendoli ad una idea più distinta, che abbiamo della diversa gravità, che in varie materie corporee già ci è nota e manifesta; il che giova a fissarci meglio la fantasia, e fare sì, che più chiaro concepisca la diversa forza di resistenza, che per esempio ha il marmo dal ferro, o dal legno, coll' analogia del peso diverso, che in pari mole hanno varj corpi, come piombo, argento, acqua, pietra, ec.

E sebbene vi ha chi crede, che io averei fatto meglio a dissimulare queste seconde diffinizioni, per essere superflue, secondo il detto d' alcuni moderni, da' quali viene risolutamente asserito, non doversi definire l' uguaglianza, e disuguaglianza, essendo a suo giudizio cose chiare per se stesse, e manifeste, *e di lor natura, per così dire, indefinibili*, assicurando che *nè Euclide, nè alcun altro Matematico si è mai messo a definire l' egualità, quando l' ha voluta applicare ad altre cose;* tuttavolta io non ho stimato bene di ometterle: sì per dar fuori interamente tutto ciò, che il nostro Autore avea preparato sopra questa materia; e sì perchè sono di parere, che non si possano riprendere queste definizioni del

Sig.

Sig. Viviani, a similitudine di quelle, che nello stesso proposito per i corpi d' egual gravità assoluta, e d' egual gravità specifica, recò il Galileo nelle Galleggianti, ed il Borelli nel suo Archimede: per non dir nulla, che la pretesa induzione di Euclide, e degli altri Matematici è falsa, avendo noi da Euclide nel lib. 3. degli Elementi la definizione 1. de' cerchi eguali, e la quarta delle rette egualmente lontane dal centro del cerchio; e nel lib. 11. la decima de' solidi eguali, e simili; e nel frammento che di lui ci resta delle cose leggeri, e gravi, defin. 1. de' corpi uguali in grandezza, e la defin. 4. de' corpi eguali in potenza: e da Apollonio nel lib. 6. la defin. 1. delle sezioni coniche uguali, e la sesta de' segmenti loro uguali, e da Teodosio nel lib. 1. degli sferici la sesta de' cerchi ugualmente distanti dal centro della sfera; e da Gregorio di S. Vincenzio nel lib. 5. della quadratura del cerchio, la defin. 7. delle parabole uguali, e nel sesto l' ottava dell' iperbole uguali; e da Alessandro Marchetti, nel libro della resistenza de' solidi, la definizione di quelli che sono di uguale, e di quelli che sono di maggiore, o minor resistenza; e da questi medesimi Scrittori, da' quali fu mosso questo scrupolo, e la definizione (buona, o rea ch' ella siasi) degli angoli solidi uguali, e l'altra dell' uguale moltiplicità; onde il celebre Matematico Isacco Barrovio nella terza lezione matematica di quelle, che recitò nel 1665. in Cantabrigia, e stampate furono nel 1684. in Londra, giudiciosamente disse: *Illorum nihil moror sententiam, qui aequalitatis, similitudinis, & ejusmodi relationum ingenitas nobis a natura species arbitrantur; quando commentum illud, ut jam antea vidimus, haud sit necessarium, & minus idoneum scientiis, nec ulla, quod ego percipiam, praeter metaphysicas quasdam vocabulorum perplexitates & argutias, solida ratione subnixum:* del che più a lungo nelle seguenti lezioni poscia discorre. 204

Ma è tempo oramai, premessi questi principj, di venire alle proposizioni.

Proposizione I. Teorema I.

I momenti di resistenza della medesima sezione, e di sezioni uguali, sono tra di loro, come le distanze del centro di gravità d' esse dal sostegno. V. V. p. 37. G. G.

Ciò è evidente, perchè essendo la stessa grandezza di sezione, e supponendosi le materie omogenee, sarà la stessa resistenza assoluta, e solo varierà la respettiva, cioè il momento di detta resistenza, a misura della leva favorevole, cui viene applicata, la qual leva non è altro, che la distanza del centro di gravità della figura (in cui riconcentrata si concepisce la resistenza per la definizione) dall' appoggio, sopra di cui si fa il moto nella rottura del solido.

Proposizione II. Teor. II.

I momenti delle resistenze nelle sezioni de' solidi, le di cui basi siano disuguali ed eguali le altezze, sono come le medesime basi. V. V. p. 36. G. G.

Ciò si verifica in tutte quelle figure di sezioni, nelle quali i centri di gravità dividono gli assi nella medesima ragione.

Imperocchè essendo uguali l' altezze, saranno altresì uguali le distanze de' centri di gravità da' sostegni; e però i momenti delle resistenze di tali sezioni varieranno solamente a misura, che variano le grandezze loro; onde saranno come le basi disuguali di esse.

Corollario I. In qualsivoglia sorta di figure, essendo uguali le distanze del centro di gravità di esse dal sostegno, saranno i momenti delle loro resistenze proporzionali alle grandezze di esse figure.

Corol-

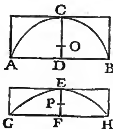
Corollario II. Quindi è agevol cosa il raccogliere, che generalmente i momenti delle resistenze di due sezioni A, C, hanno la ragione composta di quella, che è tra le grandezze di esse, e di quella che passa fra le distanze de' loro centri di gravità da' sostegni; imperocchè presa di mezzo un'altra sezione B uguale di grandezza alla A, ma che abbia il centro di gravità ugualmente
205 distante dal sostegno, come ha l' altra C; sarà il momento della resistenza A al momento della resistenza C in ragione composta di quella che ha il momento della resistenza A al momento della resistenza B, e di quella che è tra il momento della resistenza B, ed il momento della resistenza C; ma la prima ragione (per la prop. 1.) è eguale alla ragione delle distanze de' centri di gravità da' sostegni, che sono in A, & in B (ovvero in C;) e la seconda ragione è quella, che passa tra le stesse grandezze delle sezioni B (ovvero A) e C (pel Coroll. preced.) dunque il momento della resistenza A a quello della resistenza C è in ragione composta delle ragioni di esse grandezze A, C, e delle distanze de' centri loro di gravità da' sostegni.

A C
B

Proposizione III. Teor. III.

V. V. p. 34. *I momenti delle resistenze nelle sezioni de' solidi, le quali abbiano ugual base, e disuguale altezza, sono tra di loro, come i quadrati dell' altezze* (Purchè le dette sezioni sieno tali, che i centri di gravità di esse dividano gli assi nella stessa ragione)

Siano le figure A C B, G E H *le comuni sezioni di alcuni solidi, orizzontalmente distesi, e dal muro, in cui perpendicolarmente sono fitti, e si suppongano o mezze ellissi, o rettangoli, o triangoli, o parabole: purchè abbiano le basi uguali* A B, G H, *ma l'altezze disuguali* C D, E F. *Dico, che il momento della resistenza* A C B *al momento della resistenza* E G H (*i quali momenti pel corollor.* 2. *della precedente, provengono dalle grandezze delle dette sezioni, e dalle distanze de' centri di gravità loro da' sostegni, ne' quali si sospendono i detti solidi, cioè dalle* O D, P F) *sta come il quadrato dell' altezza* C D *al quadrato dell' altezza* E F *di dette sezioni*.



G. G. Imperocchè questa sorta di figure, avendo ugual base, sono come l' altezze C D, E F; ed i centri loro di gravità sono dalla base distanti per una parte proporzionale di dette altezze: di maniera che O D a P F sia come C D ad E F; e però la ragione de i detti momenti, composta di quella delle grandezze, e dell' altra delle dette distanze, è duplicata di ciascuna di esse; onde è come la ragione de' quadrati dell' altezza C D, E F. Il che ec.

Corollario. Quindi ancora può dedursi, essere la ragione de i detti momenti duplicata di quella delle distanze da' sostegni, cioè come i loro quadrati.

Proposizione IV. Teor. IV.

V. V. p. 35. *I momenti delle resistenze nelle sezioni simili di qualche solido sono tra di loro, come i cubi dell' altezze.*

Perchè la grandezza delle figure simili è in ragione duplicata di quella de' lati omologhi, o dell' altezze loro: si aggiunga la ragione delle distanze de' centri di gravità da' sostegni, la quale è pure la medesima con quella dell' altez-

ze;

ze ; ne risulterà la ragione composta di quella delle grandezze, e delle dette distanze, cioè (pel Coroll. 2. della prop. 2.) quella de' momenti delle resistenze, uguale alla triplicata dell' altezze : cioè a quella de' cubi delle medesime ; il che ec. 206

Corollario. Quindi i momenti delle sezioni di qualsivoglia solido rotondo sono come i cubi de' diametri d' esse sezioni.

Proposizione V. Teor. V.

De i cilindri, e prismi ugualmente grossi, e disugualmente lunghi, le resistenze ad essere spezzati per traverso hanno reciproca proporzione delle lunghezze ; o per meglio dire, le forze che si ricercano per ispezzare tali solidi, hanno reciproca proporzione delle dette lunghezze.

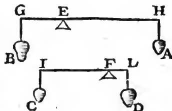


Poichè, posto che il peso E *sia il minimo, che appeso in* C *serva per ispezzare in* B A, *colla leva* B C ; *con leva minore di essa, maggior peso si richiederà per fare l' istesso effetto ; e tanto maggiore, quanto la prima leva supera la seconda : non essendo altro il ridursi tal solido prossimo allo spezzarsi, che un farsi l' equilibrio tra la resistenza posta nel centro della base* B A, *ed il peso posto in diversi luoghi della lunghezza del solido, considerato come nulla pesante.*

L' intenzione del Sig. Viviani era, che questa proposizione si ponesse dopo la prima delle resistenze del Galileo, perchè questi non la prova, ma bensì la suppone per se nota nella proposizione quinta. G. G.

Proposizione VI. Teor. VI. 207 V. V. p. 32.

Se A *equilibra* B, *e* D *equilibra* C; *sempre il peso* A *al peso* D *ha la proporzione composta di quella della distanza* G E *alla* E H, *e di quella del peso* B *al peso* C, *o resistenza* B *alla* C, *e della distanza* L F *alla* F I.

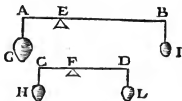


Poichè il peso A *al peso* D *ha la proporzione composta del peso* A *al peso* B, *del* B *al* C *e del* C *al* D ; *ma il peso* A *al* B *sta come* G E *ad* E H ; *e il peso* B *al* C *sta come l' istesso* B *al* C, *o come la resistenza* B *alla* C ; *ed il peso* C *al* D, *come la distanza* L F *alla* F I ; *dunque il peso* A *al peso* D *è in ragione composta delle suddette proporzioni. Il che ec.*

Pro-

Proposizione VII. Teor. VII.

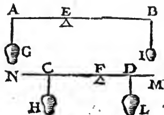
V. V. Se saranno le due libre AB, CD, con
p. 21. i sostegni E, F, e colle contralleve A E,
e 46. C F, uguali tra loro, e con i pesi, e resistenze G, H, che tra loro stiano, come le leve E B, F D omologamente; dico che se in B, e D si appenderanno i pesi I, L che equilibrino le resistenze G, H, i detti pesi I, L, saranno uguali.



Poichè, per l' antecedente, il peso I al peso L ha la proporzione composta della A E alla E B, del peso G al peso H, cioè per supposizione, della E B alla F D, e della F D alla F C; ma anche l' A E alla F C ha la proporzione composta delle medesime linee, cioè della A E alla E B, della E B alla F D, e della F D alla F C; dunque il peso I al peso L sta come la A E alla F C, cioè gli è uguale; il che ec.

Proposizione VIII. Teor. VIII.

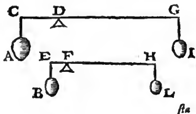
Siano le due libre, come sopra, con i bracci uguali A E, C F, e le resistenze G, H, che tra loro abbiano suddupla proporzione delle leve E B, F D. Dico, che il contrappeso I al contrappeso L, (da quali si equilibrano le G, H) ha suddupla proporzione delle leve reciprocamente prese, cioè della leva F D alla E B; o pure sta, come la leva F D alla media F M tra F D, ed E B.



208 Poichè per la propos. 6. il peso I al peso L ha proporzione composta delle proporzioni di A E ad E B, e della resistenza G alla resistenza H, cioè della leva E B ad F M (che ha suddupla proporzione della E B' alla F D) e della leva F D alla F C, cioè della F M alla F N) quarta proporzionale dopo F D', F M, F C) ma ancora l' A E alla N F ha la proporzione composta delle medesime linee; e però come il peso I al peso L, così sta A E, ovvero C F ad F N, cioè F D ad F M; ma la F D alla F M ha suddupla proporzione della F D alla E B, per essere F M media proporzionale fra esse: dunque il peso I; al peso L ha suddupla proporzione della leva F D alla E B reciprocamente prese, il che ec.

Proposizione IX. Teor. IX.

V. V. Se sarà come il peso A al peso B, così
p. 52. la leva D G alla F H, sarà il contrappeso I al contrappeso L, come la C D alla E F.



Poichè il peso I al peso A sta come C D alla D G, ed il peso A al peso B sta come la D G alla F H; dunque per l' ugualità, il peso I al peso B sta come la C D alla F H; ma il peso B al peso L

sta

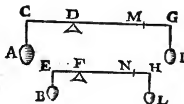
sia come H F *ad* F E: *dunque per l' ugualità, il peso* I *al peso* L *sia come la* C D *alla* E F*; Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. Agevolmente quindi si ricava, che nelle premesse circostanze, essendo ancora C D uguale ad E F, saranno i contrappesi I, ed L tra di loro uguali, che è la prop. 7. già di sopra dimostrata. *G. G.*

Proposizione X. Teor. X.

Se nelle libre similmente divise C G, E H, *ne' loro sostegni* D, F, *sarà come la resistenza* A *alla resistenza* B, *così il quadrato* D G *al quadrato* F H: *sarà il contrappeso* I, *che equilibra lo* A, *al contrappeso* L, *che equilibra* B, *come il quadrato* C D *al quadrato* E F. *V. V. p. 52.*

Perchè presa la D M *media tra* C D, D G, *e la* F N *media tra* E F, F H, *sarà come il peso* I *alla resistenza* A, *così la* C D *alla* D G, *cioè come il quadrato* C D *al quadrato* D M: *e come la resistenza* A *alla* B, *così il quadrato* D G *al quadrato* F H, *cioè come il quadrato* D M *allo* F N (*il che appresso dimostrerassi*) *dunque per l' ugual proporzione come il peso* I *alla resistenza* B, *così il quadrato* C D *al quadrato* F N; *ma la resistenza* B *al peso* L *sta come la* F H *alla* F E, *cioè come il quadrato* F N *al quadrato* E F: *dunque di nuovo per l' ugual proporzione, il peso* I *al peso* L *starà, come il quadrato* C D *al quadrato* E F. *Il che si dovea dimostrare.*



Non si trova nel MS. del Sig. Viviani la promessa dimostrazione di quell' assunto, cioè che il quadrato D G al quadrato F H sia come il quadrato D M al quadrato F N; ma si raccoglie ciò agevolmente, supposta la simile divisione delle due leve C G, E H in D ed F (da noi però aggiunta nel titolo di questa proposizione, la quale altrimenti non si potrebbe verificare) stante la quale, per essere le proporzioni di G D a D C, e di H F ad F E, tra di loro uguali, ancora le loro sudduple (e lo stesso sarebbe delle suttriple, suquadruple ec. e d' altre quantosivoglia ugualmente moltiplici, o summoltiplici di esse) saranno tra di loro parimente uguali; e però G D a D M sarà, come H F ad F N; e permutando, tanto esse, quanto i loro quadrati, saranno proporzionali. *G. G.* 209

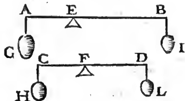
Anzi si potrebbe quindi rendere la proposizione più generale, ed ancora dimostrarla più speditamente, dicendo, che se nelle due libre C G, E H, similmente divise da' sostegni D, F, le resistenze A, B saranno in qualsivoglia proporzione multiplice, o summoltiplice delle braccia D G, F H, o come i quadrati, cubi, ec. o radici quadrate, cubiche ec. di esse: i contrappesi I, L averanno la stessa ragione ugualmente multiplice, o summoltiplice di quella delle braccia C D, E F, o saranno parimente come i quadrati, o cubi, o radici quadre, o cubiche ec. loro corrispondenti. Perchè essendo A ad I, come G D a D C, cioè come H F ad F E, per l' ipotesi, ovvero come B ad L, per l' equilibrio, sarà permutando, come A a B, così I ad L, onde se la prima ragione è multiplice, o summoltiplice di quella di D G ad F H, la quale permutando è la medesima con quella di C D ad E F, ancora la seconda ragione, cioè di I ad L, sarà parimente multiplice, o summoltiplice di quella di C D ad E F. Il che ec.

Ma se le due libre C G, E H non fussero proporzionalmente divise in D, F, supponendosi col nostro Autore, essere le resistenze A, B, come i quadrati delle braccia D G, F H, saranno i contrappesi I, L, come i rettangoli C D G, E F H; imperocchè starà I ad A, come C D a D G, o pure come il rettangolo C D G al quadrato D G; ed A a B sta come il quadrato D G al quadrato F H, e B ad L, come F H ad E F, cioè come il quadrato F H al rettangolo E F H; dunque per l'ugual proporzione starà I ad L, come il rettangolo C D G al rettangolo E F H; Il che ec.

Proposizione XI. Teor. XI.

V. V. p. 50. *Se le resistenze di due libre staranno come le dignità dello stesso grado delle contralleve, e le leve saranno uguali, i contrappesi staranno, come le dignità delle medesime contralleve d' un grado più alte.*

G. G. In questa bellissima, ed universale proposizione intende l' autore per dignità le potestà algebraiche, come quadrati, cubi, biquadrati, sursolidi, ec. denominate da' loro esponenti 2. 3. 4. 5. ec. e dice, che essendo I ad L, come qualunque dignità della leva E B, denominata dal numero *m*, ad una simile della leva F D, essendo le due E A, F C uguali, saranno i contrappesi G, H nella ragione delle dignità d' un grado più alte, appartenenti alle medesime leve E B, F D, cioè denominate dal numero *m i*.



210 Imperocchè G ad I sta, come B E ad E A; I ad L sta, come la dignità di E B denominata dal numero *m* alla simile della F D; L ad H è come C F, ovvero A E ad F D; adunque G ad H ha ragione composta di B E ad E A, e di E A ad F D (le quali due fanno la sola ragione di E B ad F D) e di quella, che ha la dignità di E B, denominata da *m*, alla simile dignità di F D; e però sta, come la dignità della E B un grado più alta, cioè denominata da *m i* alla simile dignità di F D: perchè queste tali dignità averebbero altresì la proporzione composta delle medesime proporzioni. Il che si dovea dimostrare.

Corollario I. Quindi se I ad L sta, come il quadrato E B al quadrato F D, sarà G ad H, come il cubo di E B al cubo di F D.

Corollario II. Viceversa, se G ad H ha la proporzione, che è tra qualsivogliano dignità dello stesso grado, di E B ad F D, saranno I, ed L nella proporzione delle dignità un grado più basse, delle medesime E B, F D.

Corollario III. Quando G ad H fosse in ragione suddupla delle E B, F D (che è quanto dire corrispondenti alle dignità di E B, F D, denominate dalla metà dell' unità) allora per essere I ad L, come le stesse dignità di E B, F D un grado più basse, cioè denominate da una metà meno del nulla, saranno reciprocamente in ragione suddupla di F D ad E B, come nella proposizione 8.

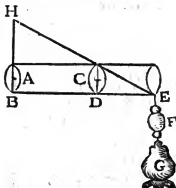
Corollario IV. Ma essendo G ad H, come appunto E B ad F D (che sono le dignità semplici denominate dall' unità) per essere le I, ed L corrispondenti alle dignità delle medesime un grado più basse, cioè denominate dallo zero, dovranno essere tra di loro nella ragione di ugualità, come nella proposizione 7.

Pro-

Proposizione XII. Teor. XII.

Ne i cilindri senza peso proprio, che si vanno allungando fuori del muro a squadra, i pesi equivalenti alle resistenze vanno scemando colla proporzione reciproca delle lunghezze. V. V. p. 51.

Il peso F *equilibri la resistenza* A B, *ed il peso* G *la resistenza* C D; *dico che il peso* F *al peso* G *sta, come la* D E *alla* B E; *poichè congiunta la* E C, *convenga colla* B A *in* H. *Per la prop. 6. il peso* F *al* G *averà proporzione composta della contralleva* A B *alla leva* B E, *e della resistenza* A B *alla resistenza* C D, *cioè della* B E *alla medesima* B E, *e della leva* D E *alla contralleva* D C, *cioè della* E B *alla* B H; *ma ancora la* A B *alla* B H *ha proporzione composta delle medesime linee, cioè di* A B *alla* B E, *e della* B E *alla medesima* B E, *e della* B E *alla* B H; *adunque come il peso* F *al peso* G, *così la* B A (*ovvero la* D C) *alla* B H, *cioè la* E C *alla* E H, *o pure la lunghezza del cilindro* E D *alla lunghezza del cilindro* E B, *che è la proporzione reciproca proposta da dimostrarsi*.

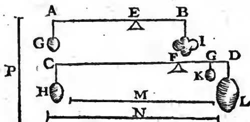


Ciò era stato di sopra già dimostrato dal Sig. Viviani alla prop. 5. con maggiore speditezza, ma con minor rigore geometrico; onde non ho stimato superfluo l'apportare l'una, e l'altra proposizione. 211

Proposizione XIII. Teor. XIII.

Se saranno le due libre A B, C D, *sostenute in* E, F, *e le resistenze nell'estremità delle contralleve* A E, C F *siano* G, H, *che fra loro stiano, come i quadrati delle medesime contralleve, e siano le leve* E B, F D *uguali fra loro, ed i pesi* I, L, *che pareggino le dette resistenze: dico, che il peso* I *al peso* L *sta come il cubo di* A E *al cubo di* C F. V. V. p. 50.

Si faccia, come A E *a* C F, *così* C F *ad* M, *e così* M *ad* N; *e si faccia, come la* A E *alla* M, *così la* F D *alla* P: *che essendo la* A E *alla* M, *come la* C F *alla* N, *sarà anche la* F D *alla* P, *come la* C F *alla* N; *e permutando la* F D *alla* C F, *come* P *alla* N; *e perchè il peso* I *al peso* L *ha proporzione composta di* I *a* G, *di* G *ad* H, *e di* H *ad* L; *e come* I *a* G, *così* A E *ad* E B, *cioè* A E *ad* F D; *e come* G *ad* H, *così il quadrato*

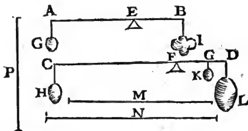


A E al quadrato C F per suppoſizione, cioè la linea A E alla M, cioè come la F D alla P per coſtruzione: ſarà per l' ugualità ordinata il peſo I all' H, come la A E alla P; ed il peſo H al peſo L ſia, come la D F alla F C, cioè come la P alla N, come già ſi è dimoſtrato: dunque di nuovo per l' ugualità il peſo I al peſo L ſia, come l' A E alla N, cioè come il cubo di A E al cubo di C F; il che ec.

G. G. Ciò ſi deduce dalla generale propoſizione undecima: come nel coroll. 1. di eſſa ho fatto vedere.

Propoſizione XIV. Teor. XIV.

V. V. p. 50. *Stanti le medeſime coſe, ſe ſi farà, come il peſo I al peſo L, così D F ad F G, ed in G ſi ponga il peſo K uguale al peſo I; dico, che il peſo K ſi equilibrerà col peſo H: e che la leva B E alla leva F G ſarà come il cubo della contralleva A E al cubo della contralleva C F.*

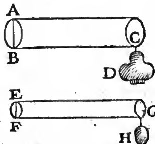


Imperocchè eſſendo il peſo I, ovvero K al peſo L, come D F ad F G reciprocamente, ſarà uguale il momento d' ambidue i peſi L, K; ma il momento di L uguagliava quello di H; adunque ancora il momento di K uguaglierà quello di H: onde ambidue ſtaranno in equilibrio: ma come ſi è dimoſtrato nella precedente, il
212 *peſo I al peſo L è come il cubo di A E al cubo di C F; ed ora ſi è fatto, come I ad L, così D F ad F G, o pure B E ad F G: dunque B E ad F G è come il cubo di A E al cubo di C F. Il che ſi doveva dimoſtrare.*

Propoſizione XV. Teor. XV.

Dimoſtrare altrimenti, e con maniera più generale la propoſizione quarta del Galileo.

V. V. p. 49. *Siano i cilindri, o priſmi, o altri ſolidi A C, E G ugualmente lunghi, e diſugualmente groſſi, e ſenza peſo: ed i peſi D, H equilibrino le reſiſtenze A B, E F. Dico, che il peſo D al peſo H ſia, come il cubo del diametro A B al cubo del diametro E F.*



Poichè le C B A, G E F ſono due libre, come nella prop. 13. colle leve uguali B C, F G, e contralleve A B, E F, i quadrati delle quali ſtanno, come le reſiſtenze A B, E F; ed i peſi D, H, le equilibrano; dunque ſtaranno queſti tra loro, come i cubi delle contralleve A B, E F. Il che ſi dovea dimoſtrare.

G. G. Corollario I. Se le gravità ſpecifiche de' ci-

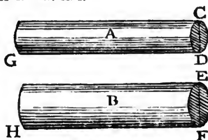
cilindri A C, E G ugualmente lunghi faranno come i loro diametri; riuſciranno i detti cilindri ugualmente reſiſtenti, atteſa la propria gravità di eſſi. Imperocchè eſſendo di pari lunghezza, le loro moli faranno, come le baſi, cioè come i quadrati de' diametri; ma le gravità ſpecifiche ſono come i medeſimi diametri, per la ſuppoſizione; dunque i peſi aſſoluti di eſſi cilindri, i quali hanno la ragione compoſta di quella delle moli, e di quella delle gravità ſpecifiche, ſaranno come i cubi de' diametri, o come le reſiſtenze riſpettive, colle quali contraſtano i detti peſi in pari diſtanza, per eſſere applicati ne' centri di gravità d' eſſi cilindri, cioè nel mezzo delle leve uguali B C, F G; e però tanto averà di momento, e vigore il peſo del primo cilindro contro la reſiſtenza della propria baſe, quanto il peſo del ſecondo contro la reſiſtenza della ſua.

Corollario II. Anzi ciò vale ancora in due coni, o conoidi, o piramidi, o altri ſolidi dello ſteſſo nome, e tra di loro proporzionali colle proprie baſi in pari lunghezza: quando le baſi di eſſi non ſolamente ſiano ſimili; ma ancora ſimilmente ſiano fitte nel muro.

Propoſizione XVI. Teor. XVI.

213 V. V. p. 6. e 48.

I momenti de' peſi de' cilindri A, B, *egualmente lunghi, contro le loro reſiſtenze* C D, E F, *ſono come le baſi, e come i cilindri omologamente.*



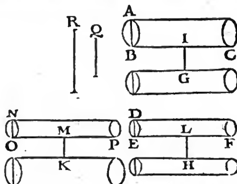
G. G.

Ciò è manifeſto, perchè il peſo di ciaſcuno è diſtante ugualmente dal ſoſtegno; onde il momento dee corriſpondere alla ſola ragione de' peſi, o delle moli, o delle baſi de' medeſimi cilindri ugualmente lunghi, ed altronde ſuppoſti omogenei.

Propoſizione XVII. Teor. XVII.

I momenti riſpettivi, che hanno i cilindri, o priſmi gravi dell' iſteſſa materia, egualmente lunghi, e diſegualmente groſſi, in ordine a ſuperare per traverſo le reſiſtenze delle loro groſſezze, hanno fra loro reciproca proporzione dei diametri delle medeſime groſſezze, o baſi. V. V. p. 15.

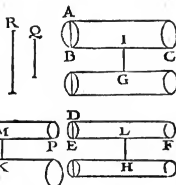
Siano i due cilindri A C, D F, *quali ſi è detto, ed il più groſſo ſia* A C. *Dico, che il momento del proprio peſo del cilindro* A C *per ſuperare la reſiſtenza della baſe* A B, *al momento del proprio peſo del cilindro* D F *per vincere la reſiſtenza della baſe* D E, *ha la medeſima proporzione del diametro* D E, *all'* A B. *Per iſcienza di che immaginiamoci i medeſimi cilindri ſegnati* G, H *pendere dai mezzi* I, L *delle leve* B C, E F; *ſono collocati ne' mezzi delle dette le-*



214

ve

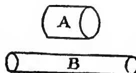
ve (rispondendo in tali luoghi i centri delle gravità loro) tanta forza faranno i cilindri A C , D F *così distesi verso le loro resistenze, quanta ne fanno i soli* G , H *loro eguali , pendenti in* I , L: *cioè i momenti de' soli* A C, D F *sono i medesimi de' soli* G , H *verso le dette resistenze . Intendasi di più . . .*



G. G. Sin qui il Viviani, a compire la di cui dimostrazione, secondo quel poco di barlume , che si cava dalla figura quivi abbozzata, convien proseguire così . Intendasi di più un cilindro N O P uguale al D E F, dal cui centro di gravità M posto nel mezzo di sua lunghezza penda un cilindro K eguale al primo A B C ; e siano le rette D E , A B , Q, R continuamente proporzionali . Sarà il momento rispettivo di G al momento pur rispettivo del peso uguale K, ed ugualmente lontano dal sostegno, come il cubo di N O, ovvero di D E , al cubo di A B , cioè come D E alla quarta R (imperocchè è tanto meno potente il momento di G a vincere la resistenza rispettiva della base A B , che non è il momento di K , per altro assolutamente uguale al primo , per superare la resistenza rispettiva della base N O , quanto viceversa questa resistenza , che si oppone al secondo, è minore di quella , che contrasta al primo , e lo rende però tanto meno efficace : sicchè tali resistenze essendo , per la prop. 4. del Galileo , o per la 15. di questo, proporzionali a cubi de' diametri , ancora i detti momenti saranno nella stessa ragione . Il momento poi del peso K al momento del peso H (contrastando ambidue in pari lontananza coll' uguali resistenze N O, D E) sta come il peso al peso, cioè come i quadrati de' diametri A B, D E, o pure come R ad A B; dunque per l'ugualità ordinata, il momento rispettivo di G al simile momento di H, cioè quello del proprio peso di A B C contro la resistenza della sua base , al momento del proprio peso di D E F contro la resistenza della sua , è reciprocamente , come il diametro D E al diametro A B. Il che ec.

Proposizione XVIII. Teor. XVIII.

V. V. p. 6. *I momenti de' pesi de' cilindri eguali* A , B *stanno fra loro , come l' altezze , ovvero in reciproca proporzione delle basi .*



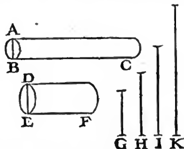
G. G. Essendo uguali i pesi degli uguali cilindri , si varia il momento loro solamente in ragione delle distanze da' sostegni , che sono la metà delle lunghezze , che misurano l' altezza de' cilindri ; e però sono proporzionali alle dette altezze , o reciprocamente corrispondono alle basi de' medesimi cilindri .

Pro-

Proposizione XIX. Teor. XIX.

Ne i cilindri, o prismi uguali, la resistenza de i più corti cresce in quintupla proporzione de i diametri delle loro grossezze, e basi. 215 V. V. p. 13.

Siano i due cilindri uguali A B C, D E F. *Dico la resistenza del più corto* D F *alla resistenza del più lungo* A C *all' esser rotti, aver quintupla proporzione del diametro* D E *all'* A B. *Poichè delle* A B, D E *piglinsi le quattro* G, H, I, K *in continua proporzione. Per la quinta del Galileo, la resistenza del cilindro* D F *alla resistenza del cilindro* A C, *ha la proporzione composta della proporzione del cubo* D E *al cubo* A B, *e della lunghezza* B C *alla* E F, *cioè del quadrato* D E *al quadrato* A B, *per l' ugualità de' cilindri; ma come il cubo* D E *al cubo* A B, *così la linea* H *alla* B A, *ovvero la* K *alla* G; *e come il quadrato* D E *al quadrato* A B; *così la linea* G *alla* B A; *adunque la proporzione della resistenza del cilindro* D F *a quella dello* A C *si compone delle proporzioni di* K *a* G, *e di* G *a* B A, *delle quali si compone ancora la proporzione di* K *a* B A; *e però come la resistenza del cilindro* D F *a quella dello* A C, *così la linea* K *alla* B A; *ma la* K *alla* B A *ha quintupla proporzione della* K *alla* I, *cioè della* E D *alla* A B; *adunque la resistenza del cilindro* D F *a quella del cilindro* A C *averà quintupla proporzione del diametro* D E *al diametro* A B; *Il che ec. Cioè, se un peso quanto* A B *pendente in* C *basta per rompere, e staccare la base* B A; *per ispezzare in* D E *bisognerà mettere in* F *un peso quanto* K; *e questo precisamente segue, considerando i solidi senza gravità, ec.*



Che se metteremo in conto le gravità loro, se saranno dell' istessa materia, come uguali, peseranno ugualmente; e se la gravità dell' A C *prossimamente serve per fare la rottura in* A B: *acciò segua l' effetto medesimo nel cilindro* D F, *il suo peso non sarà bastante; ma tanto più ce ne bisognerà, di quanto la linea* A B, *considerata come misura del peso* A C, *o* D F, *è superata dalla linea* K; *e tal aggiunta di peso andrà posta nel mezzo della leva* E F; *essendo che l' uno e l' altro cilindro gravita col suo centro di gravità sopra il mezzo delle due leve* B C, E F.

Se la gravità specifica del cilindro D F a quella del cilindro A C, sarà in quintupla proporzione de' diametri D E, A B; i cilindri uguali di mole A C, D F saranno ancora ugualmente resistenti; imperocchè i pesi loro assoluti (essendo in pari mole) saranno come le loro gravità specifiche, cioè in quintupla ragione de' diametri, onde saranno proporzionali alle resistenze delle loro basi, per questa proposizione. 216 G. G.

Proposizione XX. Teor. XX.

I momenti de' cilindri, e de' coni d' ugual base sono tra loro, come i quadrati delle lunghezze. V. V. p. 6.

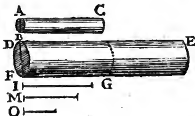
Ciò è manifesto dalla proposizione 3. del Galileo, in cui questo stesso si dimostra ne' momenti de' prismi; e la stessa ragione vale in tutte le figure, che hanno il centro di gravità in una parte proporzionale dell' asse, e che altronde cresco- G. G.

crescono in pari base, come le altezze loro: quali sarebbero non solamente i cilindri, i coni, e le piramidi, ma ancora le conoidi paraboliche, e le mezze sferoidi, i prismi eretti sopra parabole di varie maniere ec.

Proposizione XXI. Teor. XXI.

V. V. p. 6. *I momenti de' pesi de' cilindri simili contro le attaccature delle loro basi, stanno fra loro, come il quadrato della lunghezza d' uno al quadrato della terza proporzionale dopo le lunghezze dei dati cilindri.*

Siano i cilindri simili A B C, D F E, *e si faccia, come la lunghezza* D E *alla lunghezza* A C, *così questa ad una terza* I. *Sarà il momento del peso* F E *al momento del peso* B C, *come il quadrato* D E *al quadrato* I*; imperocchè continuando la stessa proporzione a' termini* M, O, *sarà il momento di* F E *al momento di* B C *in ragione composta di quella de' pesi, o moli di tali cilindri, che è quella del cubo* D E *al cubo* A C, *cioè la stessa, che della* D E *alla quarta proporzionale* M, *e della ragione delle lunghezze* D E, A C, *o pure di* M *ad* O*; adunque il primo momento al secondo sta come* D E *ad* O*; ma per essere le cinque grandezze* D E, A C, I, M, O *continuamente proporzionali,*



217 *la mezzana* I *è media proporzionale fra le due estreme* D E, O*; onde quella a questa è, come il quadrato* D E *al quadrato* I*; dunque il momento del cilindro* F E *al momento del simile cilindro* B C *è come il quadrato della lunghezza del primo, al quadrato della terza proporzionale dopo le due lunghezze de' cilindri proposti. Il che ec.*

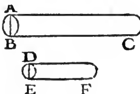
G. G. Perchè la ragione del quadrato A C al quadrato I è doppia di quella della linea A C alla I; e la D E alla I di nuovo ha doppia ragione delle A C, D E, sarà la ragione del quadrato D E al quadrato I quadrupla di quella delle lunghezze A C, D E; e però i momenti de' cilindri simili sono in ragione quadrupla di quella delle lunghezze, o de' diametri loro. Nè ciò si oppone alla prop. 6. del Galileo, in cui dice, essere i momenti de' suddetti cilindri *in triplicata proporzione dei diametri delle basi loro*, e però *in sesquialtera ragione delle resistenze* delle medesime basi, le quali (assolute, o rispettive che siano, come si vedrà nella prop. seguente) sono *in duplicata ragione dei medesimi loro diametri;* imperocchè ivi si parla de' momenti rispettivi di essi cilindri, nella considerazione de' quali secondo la defin. 4. si debbe aver riguardo alla lunghezza delle contralleve, alle quali si applicano le resistenze opposte a' pesi de' cilindri, co' quali contrastano; ed essendo le dette contralleve proporzionali alle lunghezze delle leve, cioè delle lunghezze, nelle quali sono collocati i pesi de' cilindri, vengono a defalcare dalla ragione de' momenti assoluti (di cui qui dal Sig. Viviani si tratta) una delle semplici ragioni delle lunghezze; onde di quadrupla resta solamente tripla appresso il Galileo la ragione de' momenti rispettivi da lui considerati della ragione de' diametri medesimi, ed appresso il Viviani, senza il detto defalco, rimane la ragione de' momenti assoluti quadrupla di quella delle lunghezze, ovvero de' diametri de' cilindri simili.

Pro-

Proposizione XXII. Teor. XXII.

Le resistenze, anco respettive de' cilindri, o prismi simili, astraendo dalla gravità loro, stanno come le loro basi, o come le loro grossezze.

I due cilindri simili siano A B C, D E F. *Dico che la resistenza del cilindro* A C *alla resistenza dell'altro* D F, *ha l'istessa proporzione della base* A B *alla base* D E. *Per dimostrare ciò, piglinsi nella proporzione del diametro* A B *al diametro* D E, *le due* G, H *continue proporzionali. Per la quinta del Galileo, la resistenza di* A C *alla resistenza di* D F *averà proporzione composta del cubo di* A B *al cubo di* D E, *e della lunghezza* E F *alla* B C; *ma il cubo* A B *al cubo* D E *sta come la linea* A B *alla quarta* H; *e la lunghezza* E F *alla* B C *sta per la similitudine de' cilindri come la* E D *alla* B A, *cioè come la* H *alla* G; *adunque la proporzione delle dette resistenze si compone della proporzione dell'* A B *alla* H, *e di* H *alla* G; *delle quali proporzioni si compone ancora la proporzione della* A B *alla* G; *e però la resistenza di* A C *a quella di* D F *sta, come la* A B *alla* G, *cioè come la base* A B *alla base* D E, *che è quello che si dovea dimostrare.* V. V. p. 14. 218



I I
G H

Sicchè i cilindri, o prismi, e solidi simili tanto più sono resistenti, quanto più sono grossi; sempre però astraendo la loro gravità ec.

Per esempio, se per superare la resistenza A B *si ricerca in* C *un peso almeno quanto è la linea* B A: *per superare la resistenza* D E, *bisognerà in* F *un peso, quanto è la* G, *terza proporzionale delle* A B, D E.

Onde si potrà dire, che de' solidi simili i più corti sieno a proporzione più resistenti dei lunghi; poichè essendo il solido C A *al solido* D F, *come la prima* A B *alla quarta* H: *se la forza d' un peso, quanto è la* A B, *serve per superare, posto in* C, *la resistenza* B A, *dovrebbe un peso, quanto la* H, *posto in* F, *essere bastante per vincere la resistenza* D E; *ma non basta, volendovi un peso, quanto la* G, *la quale è maggiore di* H; *dunque ec.*

Proposizione XXIII. Quesito I.

Cercare la proporzione de' momenti di due cilindri, quali si sieno, resultanti dalle loro gravità, e dalle loro lunghezze, rispetto alle loro resistenze. V. V. p. 6.

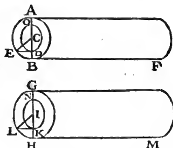
Sono in ragione composta di quella de' quadrati fatti da' diametri delle basi loro, e di quella delle lunghezze presa una volta (dalle quali due risulta la ragione de' pesi) e di quella delle stesse lunghezze prese un' altra volta (per conto delle distanze de' centri di gravità d' essi da' loro sostegni, le quali distanze sono ad esse lunghezze proporzionali) che vuol dire in duplicata ragione sì de' diametri, come delle lunghezze : o pure in duplicata ragione de' rettangoli, che passano per l' asse, ovvero delle superficie curve, che sono a' detti rettangoli proporzionali, come è manifesto, ed è stato dimostrato dal Torricelli. G. G.

Proposizione XXIV. Quesito II.

Cercare la proporzione delle resistenze di due cilindri voti, ugualmente lunghi.

G. G. Siano le canne vote A B F, G H M, i di cui centri C, I; gli esteriori cerchi, da' quali si comprendono, A B, G H; gl' interiori O D, N K; e tirinsi le D E, K L perpendicolari a' diametri ne' punti D, K. Saranno le resistenze della prima, e della seconda in ragione di quella, che ha il quadrato D E al quadrato K L, e di quella del semidiametro C B al semidiametro I H.

219 Imperocchè le resistenze sono in ragione composta delle sezioni medesime, cioè dell' armille, per cui sono congiunte, e delle distanze dall' appoggio, sopra di cui si tenta di fare la rottura, per lo coroll. 2. della propos. 2. ma le dette armille sono come le differenze del cerchio esteriore dall' interiore, o come l'eccesso del quadrato C B sopra il quadrato C D, all' eccesso del quadrato I H sopra il quadrato I K: che è quanto dire, come il quadrato D E al quadrato K L; e le dette distanze sono i semidiametri C B, I H; dunque le resistenze di queste canne sono nella di già detta ragione. Il che ec.



Proposizione XXV. Quesito III.

V. V. p. 8. G. G. *Cercare la resistenza di due cilindri voti, qualunque si siano.*

Alle proporzioni assegnate nella precedente si aggiunga la reciproca delle lunghezze; e si averà, per la 5. del Galileo, la proporzione desiderata delle resistenze di dette canne, composta delle due addotte di sopra, e della contraria delle lunghezze H M, B F. Il che ec.

Proposizione XXVI. Quesito IV.

V. V. p. 8. G. G. *Cercare la proporzione delle resistenze di due cilindri voti simili.*

Essendo simili le canne A B F, G H M della figura antecedente, averanno le resistenze proporzionali a' soli quadrati E D, L K: o pure a' rettangoli B D A, H K G; imperocchè, per la similitudine de' cilindri, l'altre due ragioni de' semidiametri C B, I H, e delle lunghezze prese reciprocamente, H M, B F (le quali sono, come gli stessi semidiametri I H, C B) compongono la ragione di ugualità, da cui nulla si aggiugne, che alterar possa le resistenze.

Corollario. Quindi se i rettangoli, o quadrati suddetti fussero uguali, cioè quando le basi sode armillari delle canne saranno di uguale estensione, essendo altronde i cilindri, da cui sono cavate, simili, averanno uguale resistenza.

Proposizione XXVII. Quesito V.

V. V. p. 8. e 17. G. G. *Cercare la proporzione delle resistenze in due cilindri, uno voto, e l' altro pieno, qualunque si siano.*

Suppongasi il cilindro A B F nella suddetta figura rimaner voto, ma l' altro G H

G H M essere tutto pieno; è manifesto, che le resistenze loro saranno in ragione composta di quella del quadrato D E al quadrato I H (che è quella delle sezioni, cioè dell' armilla D B A al cerchio G H) e delle distanze C B, I H dagli appoggi, e delle lunghezze H M, B F prese reciprocamente.

Proposizione XXVIII. Quesito VI.

Cercare lo stesso ne' cilindri simili, l' uno voto, e l' altro pieno. *V. V. p.* 8.
Saranno le resistenze loro, come il quadrato D E al quadrato I H, imperocchè l' altre due ragioni, per la simiglianza de' cilindri, sono reciprocamente le medesime; e però si compensano. *G. G.* 220

Coroll. I. Quando D E sarà uguale ad I H, cioè che il rettangolo, o armilla D B A pareggerà rispettivamente il quadrato, o cerchio del raggio I H, cioè essendo il sodo della canna uguale alla base del cilindro, saranno ambidue d' uguale resistenza, purchè sieno simili nella figura esteriore.

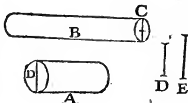
Coroll. II. E perchè ad un dato cilindro si possono ritrovare infiniti cilindri simili, di base maggiore e maggiore in infinito, al diametro delle quali si può applicare perpendicolarmente una retta uguale al semidiametro del minore; si potranno quindi determinare infinite canne simili, che averanno il sodo della base uguale alla base del dato cilindro, e ciascuna sarà di uguale resistenza con esso.

Coroll. III. Anzi ancora determinare si possono infinite canne di uguale resistenza, le quali siano di base soda disugualissime; purchè si faccia, come il cubo del raggio I H del cilindro pieno, al prisma eretto sopra il quadrato D E (corrispondenre alla quantità della sezione armillare del voto, determinata a capriccio, anche in un semidiametro C B arbitrario, purchè di essa D E sia maggiore) coll' altezza del raggio B C: così la lunghezza H M del dato cilindro alla lunghezza B F della canna d' uguale resistenza, che si cercava; imperocchè per la precedente le ragioni componenti queste resistenze saranno appunto reciproche; onde ci daranno la ragione di ugualità.

Proposizione XXIX. Quesito VII.

Data la lunghezza A, *fare un cilindro uguale al dato* B C. *V. V. p.* 17.

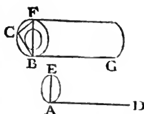
Facciasi, come la A *alla* B, *così il diametro* C *del dato cilindro alla retta* E; *e sia* D *media tra le due* C, E. *Dico* D *essere il diametro del cerchio del cilindro* D A *uguale al dato* B C; *perchè sta la* A *alla* B, *come la* C *alla* E, *cioè il cerchio* C *al cerchio* D; *saranno, per la* 25. *del* 12. *i cilindri* A D, C B *uguali; che è quello, che si aveva a trovare.*



Proposizione XXX. Quesito VIII.

Data la lunghezza A D, *fare un cilindro uguale alla data canna* F C B G.

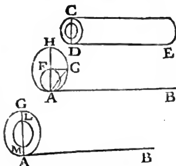
Sia, per l'antepenultima del Galileo, la C B *diametro del cerchio uguale alla ciambella* C B F; *e facciasi, come l'* A D *alla* B G, *così la* C B *ad un' altra* A E; *dico* A E *essere il diametro della base del cilindro, che si cerca: essendo ma-*
221 *nifesto, che il cilindro di* D A, A E, *è eguale al cilindro di* B G, B C; *ma questo è uguale alla canna, perchè il cerchio di* C B *è uguale alla ciambella; adunque il cilindro* D A E *è uguale alla canna. Il che è quello, che ec.*



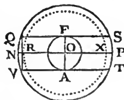
Proposizione XXXI. Quesito IX.

V. V. *Data la lunghezza* A B, *sotto di essa fare una canna uguale alla data* C D E.

Facciasi sotto la lunghezza A B *per la precedente il cilindro* A F B *uguale alla canna* C D E, *e trovisi tra il diametro* F A, *ed il doppio* A H, *la media proporzionale* A G; *ed intorno al diametro* G A *descrivasi un cerchio, ponendovi concentrico un altro* M L *uguale ad* F A. *Dico, la ciambella* G M A L *essere la base della canna, che si cerca; Perciocchè sta, come* A F *al doppio* A H, *così il cerchio* F A *al cerchio della media* G A; *dunque il cerchio* F A, *ovvero* L M, *è la metà del cerchio* G A; *e però la ciambella* G L M A *è uguale al cerchio* F A; *onde, per la comune altezza* A B, *la canna* G L A B *è uguale al cilindro* F A B, *cioè alla canna* C D E. *Il che ec.*



G. G. Questo problema è capace d' infinite soluzioni, imperocchè trovato che sia il cilindro F A B uguale alla data canna C D E, nella data lunghezza A B, basta d' intorno al cerchio F A farvene un altro N P concentrico, di qualsivoglia grandezza ad arbitrio; e conducendo le due tangenti Q F S, V A T nell' estremità del diametro A F, stenderle fino attanto, che seghino la circonferenza del cerchio esteriore N P ne' punti Q, S, V, T; che condotta Q V segata in R ad angoli retti dal diametro N P parallelo alle dette tangenti; e coll' intervallo O R conducendo l' altro cerchio R X, averemo la ciambella N R X P uguale al medesimo cerchio A F: per essere la differenza de' quadrati N O, O R, cioè il rettangolo N R P uguale al quadrato R Q, ovvero O F; e però altresì la differenza de' cerchi N O, R O (cioè la ciambella N R X P) uguale al cerchio del raggio O F; e però la canna, che all' altezza A B si facesse sopra la detta ciambella, uguaglierebbe il cilindro fatto sopra il cerchio A F alla medesima altezza: cioè sarebbe uguale all' altra data canna C D E; e ciò in infinite maniere, potendo il diametro N P del cerchio esteriore essere determinato ad arbitrio.



Pro-

Proposizione XXXII. Quesito X.

222

Sotto la lunghezza A B, *fare una canna uguale al cilindro sodo* C D E. V. V.
Facciasi per la propos. 29. *nella lunghezza* A B *il cilindro* F A B *uguale al dato* C D E, *ed il cerchio* A G (*secondo la costruzione della precedente*) *doppio della base* F A (*ovvero* L M *postavi concentrica*) *dico*, *la ciambella* G L A *essere la base di quella canna*, *che si cerca*; *imperocchè il cilindro* C D E *è uguale al cilindro* F A B: *ma la canna* G L A B *è uguale al cilindro* F A B; *adunque l' istessa è uguale al cilindro* C D E. *Il che ec.* p. 17.

Questo ancora può farsi in infinite maniere, secondo la nota fatta alla precedente, dove si è insegnato di fare quante ciambelle si vogliano, e di qualunque diametro della loro esteriore convessità, tutte uguali al cerchio A F, il quale colla data lunghezza A B si suppone, che pareggi il dato C D E; si può quindi ancora didurre, potersi fare una canna della medesima materia, e lunghezza d' un' altra, ma per cagione della maggiore grossezza, che ne slontana il centro della base dall' appoggio, più e più resistente in infinito. G. G.

Proposizione XXXIII. Teor. XXIII.

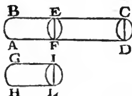
Le lunghezze massime de' cilindri orizontalmente fitti nel muro, *che sieno d' uguale grossezza*, *ma di differente gravità in ispecie*, *non istanno in reciproca proporzione delle medesime gravità*. V. V. p. 64.

Imperocchè in tal caso, essendo le moli de' cilindri d' ugual base, come le lunghezze loro, e queste essendo reciproche della gravità in ispecie, i cilindri averebbero le moli reciproche delle loro specifiche gravità; e però sarebbero di peso assoluto uguale; onde i momenti loro sarebbero proporzionali alle lunghezze, quando altronde i momenti delle resistenze nelle loro uguali sezioni sarebbero gli stessi; e però i più lunghi cilindri si proverebbero di minore resistenza. G. G.

Proposizione XXXIV. Teor. XXIV.

Allora tali cilindri sono d' egual momento verso le loro resistenze, *quando i quadrati delle loro lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità in ispecie*; *ovvero che le lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità assolute*. V. V. p. 64.

223 G. G.



Siano i cilindri ugualmente grossi A B C, H G I, e la gravità in ispecie del cilindro G L a quella del cilindro B D sia reciprocamente, come il quadrato della lunghezza A D al quadrato della lunghezza H L. Dico essere uguale il momento d' entrambi verso le resistenze loro: imperocchè si tagli dal cilindro B D la parte B F ugualmenre lunga, e però di mole eguale al cilindro G L; sarà il peso assoluto G L al peso assoluto B F, o pure (per l' uguale distanza da-

gli

gli appoggi H, A) il momento di G L al momento di B F, come la gravità specifica di quello alla gravità specifica di questo; cioè, per l' ipotesi, come il quadrato A D al quadrato H L, ovvero A F; ma ancora il momento del cilindro B D al momento del cilindro B F sta come il quadrato A D al quadrato A F, per la prop. 20. dunque il momento di B D uguaglia il momento di G L. Il che si dovea dimostrare.

Perchè poi si è veduto, essere il cilindro G L al cilindro B F, quanto al loro peso assoluto, come il quadrato A D al quadrato A F; ed essendo il cilindro B D allo stesso B F quanto al peso, come la lunghezza A D alla lunghezza A F; ne segue, che il peso assoluto G L al peso assoluto F B ha doppia proporzione di quella, che ha il peso B D al peso B F; cioè, che l' assoluto peso B D è mezzano proporzionale tra i pesi assoluti G L, B F; onde ancora l' assoluto peso G L all' assoluto peso B D starà, come il peso B D al peso B F, cioè reciprocamente, come la lunghezza A D alla lunghezza A F, ovvero H L; e però si verifica ancora la seconda parte di questa proposizione. Il che ec.

Si potrebbe ancora cercare con questa occasione, di due cilindri ugualmente lunghi, qual proporzione debbano avere le grossezze, e le gravità specifiche, per riuscire ugualmente resistenti. E trovo, che i diametri delle basi debbono essere, come le gravità specifiche; imperocchè ciò essendo, la ragione composta della mole alla mole (che in pari lunghezza de' cilindri è come i quadrati de' diametri) e della gravità specifica dell' uno alla gravità specifica dell' altro, cioè per l' ipotesi, del diametro al diametro, sarà la ragione de' cubi d' essi diametri; ma il peso assoluto al peso assoluto ha la ragione composta di quella delle moli, e di quella delle gravità specifiche; dunque nel nostro caso sarebbe il peso assoluto dell' uno al peso assoluto dell' altro, come il cubo del diametro del primo al cubo del diametro del secondo; cioè, per la prop. 15. come la resistenza rispettiva della base del primo alla resistenza rispettiva della base del secondo; che però essendo essi pesi, mercè dell' uguale lunghezza de' cilindri, ugualmente distanti da' loro sostegni, averanno i momenti loro proporzionali a' momenti delle resistenze delle loro basi, supposte altronde omogenee. Il che ec.

Che se più generalmente volessimo investigare due cilindri di varia lunghezza, e grossezza, e di differente gravità specifica, ugualmente però resistenti, basterebbe fare, che i loro diametri fossero in ragione composta di quella delle gravità specifiche, e di quella de' quadrati delle lunghezze: come agevolmente dalle cose sopraddette si può inferire, ma non merita il conto stenderne più proposizioni, sì per non uscire da' limiti del trattato del Sig. Viviani; e sì perchè ad
224 ogni modo fisicamente sarà impossibile, che la resistenza di più materie differenti di specie sia omogenea; onde l' ipotesi di simiglianti conclusioni non si troverebbe in pratica conforme alla natura, se non in casi rarissimi.

Proposizione XXXV. Quesito XI.

V. V. p. 18. *Perchè un prisma triangolare più facilmente si pieghi voltandolo colla superficie allo in giù, che quando posa su l' angolo.*

V. V. p. 9. *Non è la medesima forza, che si richiede a superare la resistenza del triangolo A, che del triangolo B, essendo per altro triangoli eguali, e simili; e lo stesso può dirsi d' altre figure simili, ed uguali, ma che tocchino in diversi luoghi: stante che i centri di gravità di dette figure non sono sempre nelle medesime distanze da' sostegni.*



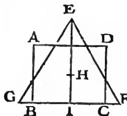
G. G. Sicchè la difficultà di rompere il prisma triangolare A sopra la base, sta alla dif-

difficultà di romperlo nella disposizione B, dove posa su l'angolo, come la distanza del centro di gravità del triangolo dalla sua base alla distanza del medesimo dalla cima; come si può raccogliere dalla prop. 1. di questo trattato; Il che nel caso nostro dà una proporzione suddupla; ed in altri generi di figure dà altre proporzioni dipendenti da quelle, in cui si dividono gli assi da' loro centri di gravità.

Proposizione XXXVI. Quesito XII.

Se essendo eguali, e dissimili le figure, che servono di base a' prismi, segue lo stesso? V. V.

Alle volte senza dubbio seguirà il medesimo: quando cioè si varj la distanza p. 9.
del centro di gravità delle figure uguali, e dissimili, da' loro appoggi, sopra de' G. G.
quali si cerca di fare la piegatura, o lo strappamento; ma non già sempre: potendo, non ostante la dissimiglianza dell' uguale figura, mantenersi la medesima distanza dall' appoggio; come, per cagione d' esempio, sia il quadrato A B C D, il cui centro di gravità H; onde la sua distanza dal sostegno della base sia H I. Si faccia l'altezza E I tripla della H I, e la base G F sesquiterza della B C; dico che il triangolo G E F sarà uguale al quadrato A B C D, e sarà d' uguale resistenza, ancora rispettiva, con esso, per avere il centro H comune al medesimo, e però ugualmente lontano dall' appoggio B C, ovvero G F; imperocchè posta F G uguale ad 8, la B C sarà uguale a 6, l' I H eguale a 3, la E I uguale a 9, la G I uguale a 4; e però tanto la perpendicolare E I moltiplicata per G I, metà della base G F del triangolo, fa 36, quanto il lato B C moltiplicato per se stesso dà il quadrato A B C D parimente uguale a 36, sicchè il triangolo è uguale al quadrato: ed altronde, per 225
essere la distanza H I un terzo dell' altezza E I, sarà il punto H centro di gravità del triangolo, siccome era ancora del quadrato; sicchè l' una, e l' altra figura dovrà ugualmente resistere.



Proposizione XXXVII. Teor. XXV.

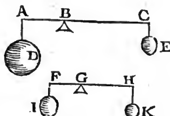
La proporzione de' momenti ne' coni ugualmente lunghi, o uguali di mole, o simili, o di base uguale ec. è la stessa, che l' assegnata ne' cilindri. V. V.

In questa proposizione ho ridotte, per brevità, 4. proposizioni distintamente p. 6.
proposte dal nostro Autore; potendosi provare col medesimo, o simil progresso G. G.
delle passate, senza multiplicare figure, e parole di soverchio.

Proposizione XXXVIII. Teor. XXVI.

Se saranno due leve divise proporzionalmente, le potenze sostenenti saranno, come le resistenze. V. V. p. 11. G. G.

Siano le due leve A C, F H proporzionalmente da' loro sostegni divise in B, G. Dico, che la potenza E applicata in C a sostenere la resistenza D posta in A, alla potenza K, la quale collocata in H regge l' altra resistenza I posta in F, sta come la stessa resistenza D all' altra I.

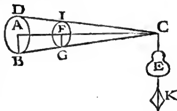


Imperocchè, in vigore dell' equilibrio, sta la potenza E al peso, o resistenza D, come A B a B C, cioè come F G a G H, per l' ipotesi, o di nuovo, per l' equilibrio, come K ad I; dunque sta E a D, come K ad I; e permutando, E a K, come D ad I. Il che ec.

Pro-

Proposizione XXXIX. Teor. XXVII.

V. V. p. 11. G. G. *Le forze per ispezzare un cono fitto nel muro, vanno scemando colla proporzione, che scemano le sezioni.*

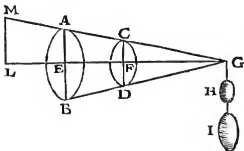


Sia il cono D B C fitto nel muro colla sezione B D, il cui centro A; ed in tale stato la sua resistenza sia pareggiata dal peso, o potenza E. Poi s'intenda l'istesso cono impegnato similmente nel muro colla sezione I G, il di cui centro F, e la resistenza di questa resti uguagliata dal peso,
226 o potenza K. Dico essere E a K, come B D ad I G; Imperocchè le due leve A B C, F G C sono similmente divise dagli appoggi B G, per la similitudine de' triangoli A B C, F G C; dunque le forze E, K sono come le resistenze assolute poste in A, ed F, per l'antecedente proposizione: ma le resistenze assolute sono, come le sezioni medesime D B, I G; adunque le forze E, K sono proporzionali alle dette sezioni. Il che si dovea dimostrare.

Corollario. E' manifesto, che il medesimo accade in qualsivoglia Piramide, le cui sezioni parallele alla base sono ancor esse, come i cerchi d'un cono ugualmente alto, e segato ne' medesimi punti della sua lunghezza; il che è avvertito ancora dal Sig. Viviani nel dimostrare altrimenti questa medesima proposizione, distesa altrove, come appresso si vedrà.

Proposizione XL. Teor. XXVIII.

V. V. p. 51. e 52. *Ne i coni, o piramidi fitte nel muro a squadra, i contrappesi equivalenti alle resistenze delle sezioni di diverse lunghezze, crescono come le sezioni medesime, considerato il cono, o la piramide senza peso: cioè riescono, come i quadrati delle lunghezze.*



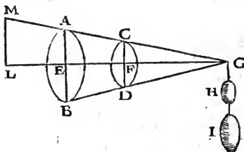
Sia il cono fitto nel muro A B G, *ora fuori del muro, quanto* E G, *ed ora quanto* F G; *ed il peso* H *equilibri la resistenza* C D, *il peso* I *la resistenza* A B. *Dico, che il peso* H *al peso* I *stia come la sezione* C D *alla* A B.

Perchè presa la G L *terza proporzionale dopo le* G F, G E, *e da* L *tirata la* L M *parallela alle* A E, C F, *la quale si congiunga colla* G A *prolungata in* M, *averà il peso* H *al peso* I *la proporzione composta della contralleva* C F *alla* F G, *e della resistenza* C D *alla* A B, *cioè del quadrato* C D *al quadrato* A B, *o pure del quadrato* G F *al quadrato* G E, *cioè della*

della G F *alla terza proporzionale* G L, *e della leva* G E *alla contralleva* E A, (*per la prop. 6.*) *cioè della* G L *alla* L M; *ma anche la* C F *alla* M L *ha la proporzione composta delle medesime* C F *ad* F G, *ed* F G *a* G L, *e* G L *ad* M L; *dunque il peso* H *al peso* I *starà come la* C F *alla* M L, *cioè come il quadrato* C F *al quadrato* A E, *ovvero come la sezione* C D *alla* A B, *cioè come il quadrato della lunghezza* G F *al quadrato della lunghezza* G E; *Il che ec.* 227

G. G.

Potea questa stessa proposizione, siccome ancora la precedente, che è la medesima, dedursi immediatamente dalla prop. 10. la quale a tale oggetto si vede essere distesa dal Viviani nel suo MS. imperocchè, essendo le leve F D G, E B G divise similmente da' sostegni D, B, e le resistenze D C, B A essendo come i quadrati delle lunghezze D G, B G, saranno i pesi equivalenti alle dette resistenze, cioè i pesi H, I proporzionali a' quadrati delle contralleve D F, B E, o come le sezioni medesime D C, B A, ovvero come i quadrati stessi delle lunghezze D G, B G, o degli assi F G, E G; Il che, ec.



Proposizione XLI. Teor. XXIX.

Diversi solidi similari dell' istessa materia, uguali di mole, e in conseguenza di peso, e della medesima lunghezza, e di resistenza assoluta uguale, ricercano forze diverse per romperli, non ostante che il centro delle loro resistenze sia egualmente in tutti lontano dal sostegno. V. V. P. 3.

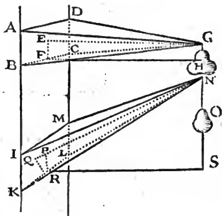
G. G.

Sembra questo anzi un paradosso, che un Teorema, di cui non è così facile a rintracciarne il vero, e legittimo senso: nè altra prova si vede ad esso essere soggiunta nel MS. del Sig. Viviani, che una figura in cui si esprimono 4. piramidi quadrangolari, fitte colla base in uno stesso muro verticale, altre dirette, altre inclinate, ma tutte colla cima terminanti in una stessa linea parallela al detto muro; dal quale sbozzo non si può raccorre principio veruno atto ad illustrare il concetto dell' Autore, ma sembra egualmente strano in confronto di cotale disegno, che senza di esso. Imperocchè, come mai puote verificarsi, che diversa forza si richiegga allo spezzamento di due solidi omogenei, della stessa figura, e grandezza, quando la resistenza loro assoluta si suppone la medesima, e dall' appoggio ugualmente lontana, e che i pesi, o forze che s' applicano per superarla, o sia nel centro di gravità di detti solidi (il quale è in una stessa linea verticale parallela al muro, ed in conseguenza in una stessa distanza da' sostegni) o nella cima, ed estremità di tali corpi lontanissima dal muro, in cui sono impegnati (che vale a dire in una medesima distanza, misurata dall' altezza comune ad essi, come è necessario, che sia, a volere che in ugual base, ugual mole, e peso ritengano) adoperano la stessa leva, ricevendo dall' appoggio sopra le direzioni loro una medesima perpendicolare?

Ad ogni modo, non potendomi persuadere, che il nostro Autore ciò propo-

nesse inavvedutamente, e senza verun fondamento, mi sono studiato d'indovinare il pensiero di lui, riflettendo ad una diversa direzione, che può considerarsi nella resistenza de' solidi, la quale non è mai stata da verun Autore, ch' io sappia, avvertita; e pure, mettendola in conto, varia di molto il momento della resistenza, e serve appunto a scoprire, e salvare il sentimento del Viviani, proponendolo nella seguente maniera.

228 Si equilibri il peso H, pendente dalla cima d'una piramide, cono, prisma, conoide, o altro solido fitto nel muro colla sua base A B C D, a cui sia perpendicolare l' asse G E, colla resistenza di detta base: ed il peso O si equilibri similmente colla resistenza d'una uguál base, simile, e similmente posta, I K L M, d'un altro solido uguale al primo, e dello stesso genere di figura: ma il di cui asse N P sia obliquo al piano di detta base. Dico, che il peso H al peso O, sarà come il seno totale al seno dell' angolo R P Q, che fa l'asse del solido obliquo colla sua base, ovvero col muro medesimo, in cui sta fitto.



Da' centri delle basi E, P si mandino le perpendicolari E F, P R sopra gl' infimi lati confinanti col muro B C, K L, sopra il taglio de' quali si dee far la rottura. Si tiri ancora la perpendicolare R Q dal punto d' appoggio R sopra l' asse obliquo N P, e si conducano altresì F H, R S perpendicolari sopra le direzioni G H, N S de' pesi attaccati alle cime G, N. E' manifesto, che saranno uguali, non solo le due E F, P R, ma ancora le F H, R S. E perchè la forza, che tiene insieme attaccate le fibre de' solidi, secondo ciò, che si è detto alla defi. 8. si stima dal Galileo, e dagli altri meccanici riunita nel centro di gravità, di quella sezione, in cui debbe seguire la rottura; ne segue, che nell' asse G E, O N P, il quale passa pel centro di gravità di tutte le sezioni parallele alla base del solido, si dee considerare raccolta la resistenza di tutte le sue parti; e però nel detto asse conviene, che si stenda la direzione di quella forza, che fa la resistenza de' solidi. Per la qual cosa sarà F E nel primo, e Q R nel secondo solido la vera distanza de' sostegni F, R dalle direzioni delle resistenze d' essi solidi. E giacchè in caso d'equilibrio esser debbe il peso H alla resistenza della base A C del primo solido, come F E ad F H (cioè ad R S) e similmente la resistenza d' essa base A C, o dell' uguale I L (che assolutamente è la medesima) sta al peso O, come R S ad R Q; dunque per l' ugualità ordinata,
229 sarà il peso H al peso O, come E F, ovvero R P ad R Q: cioè, come il seno totale al seno dell' angolo R P Q, col quale resta inclinato al muro l' asse P N del solido obliquo; Il che dovevasi dimostrare.

Corollario I. Quindi è, che in diverse inclinazioni le resistenze rispettive d'un medesimo solido saranno come i seni d' esse inclinazioni.

Corollario II. Le resistenze di sezioni diverse averanno la ragione composta e della grandezza d' esse, e delle distanze de' loro centri da' sostegni (come nel coroll.

roll. 2. della prop. 2. di queſto) e de' ſeni dell' inclinazione de' ſolidi col muro, in cui ſono fitti, e della reciproca delle lunghezze d' eſſi ſolidi, miſurate nella diſtanza perpendicolare, dalla cima loro alla baſe: come ſi cava dalla quinta del Galileo inteſa più generalmente, e da ciò, che in queſta ſi è dimoſtrato; di maniera che eſſendo le ſezioni di due ſolidi S, *s*, le diſtanze de' centri dal ſoſtegno D, *d*; i ſeni dell' inclinazioni I, *i*; le lunghezze d' eſſi ſolidi L, *l*, ſaranno le reſiſtenze del primo, e del ſecondo ſolido, come i prodotti S D I *l*, *s d i* L.

Corollario III. Se le ſezioni, e le diſtanze de' loro centri di gravità, o i ſeni dell' inclinazioni de' ſolidi ſaranno come le lunghezze di eſſi, il reſto eſſendo uguale, riuſciranno le reſiſtenze de' ſolidi uguali. Come per eſempio, ſe ſopra lo ſteſſo cerchio A S, il di cui centro è C vi ſaranno due ſolidi, l' uno retto A B S, l' altro inclinato A F S; di maniera che l' aſſe C B ſia uguale all' aſſe C F, onde le loro cime B, F ſiano nell' arco d' un quadrante circolare B F G; lo ſteſſo peſo, che ſoſpendendoſi in B ſarebbe preciſamente baſtante a vincere la reſiſtenza della ſezione A S, ancora appeſo dalla cima F baſterebbe a vincere la reſiſtenza della medeſima ſezione della baſe comune; imperocchè tirata F E perpendicolare all' orizzonte, ſarà la lunghezza C B, ovvero C F alla lunghezza C E, come la C S raggio della baſe, alla S D condotta ſopra la direzione F C della reſiſtenza ad angoli retti: cioè come il ſeno totale al ſeno dell' inclinazione dell' angolo F C G, che fa l' aſſe del ſolido colla parete, di maniera che (ritenendo i ſimboli del corollario precedente) per eſſere in queſto caſo L ad *l*, come I ad *i*, ſarà *i* L uguale ad I *l*; ed eſſendo la ſteſſa ſezione circolare, e la medeſima diſtanza dal ſoſtegno C S in ambedue i ſolidi, e *s d* uguale ad S D; dunque S D I *l* è uguale ad *s d i* L, cioè le reſiſtenze reſpettive dell' uno, e dell' altro ſolido ſono uguali.

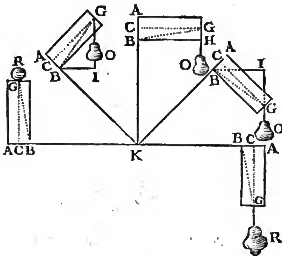
Propoſizione XLII. Teorema XXX.

In diverſi piani inclinati, le reſiſtenze de' medeſimi ſolidi ſi diverſificano, nel volerli rompere col medeſimo peſo; ed ancora conſiderando i ſoli momenti de' ſolidi. 230 V. V. p. 3.

Secondo lo sbozzo d'una figura ſegnata dall' Autore appreſſo a queſta propoſizione, credo che ſi debba eſporre nella maniera, che ſegue. G. G.

 Sia

Sia il ſolido A B G impegnato in varj muri K A, K A diverſamente inclinati all' orizzonte, ed il peſo H ſia abile a ſuperarne la reſiſtenza, quando è fitto il ſolido nel muro verticale: il peſo O ſia quello, che la vinca nel muro inclinato; e dal ſoſtegno B al punto G, a cui ſi attaccano i detti peſi, conduceaſi la retta B G; ſiccome ſiano le B H, B I perpendicolari dal detto ſoſtegno ſopra la direzione de' peſi. Dico che il peſo H al peſo O ſtarà reciprocamente, come B I a BH, che ſono i ſeni degli angoli BGI, BGH; ed in conſeguenza le reſiſtenze del ſolido in queſti varj ſiti ſaranno diverſe, e diverſa impreſſione riceverebbero da un medeſimo peſo. E lo ſteſſo vale, quando in luogo de' peſi aggiunti, ſi conſideraſſe il momento del ſolo peſo del ſolido, raccolto nel ſuo centro di gravità.



Imperocchè il peſo H all' aſſoluta reſiſtenza del ſolido, raccolta nel centro C della ſua baſe, ſta come C B a BH; e l' aſſoluta reſiſtenza medeſima ſta al peſo O, come B I a C B; dunque per la ragione perturbata, il peſo H al peſo O ſta, come B I a B H; Il che dovea dimoſtrarſi.

Che ſe intenderaſſi il ſolido A B G tanto prolungarſi, che il punto G rimanga lo ſteſſo col ſuo proprio centro di gravità; allora preſcindendo dal peſo aggiunto, e conſiderando la gravità ſola del ſolido raccolta in G, ed operante colla direzione G H, ovvero G O, è manifeſto, che volendo ſupporre equilibrata la reſiſtenza del ſolido in tutti queſti ſiti col proprio peſo, non potrebbe queſti eſſere il medeſimo, ma dovrebbe ſimilmente variare in ragione reciproca de' ſeni B I, B H, corriſpondenti agli angoli d' inclinazione B G O, B G H; e però quando ſuppongaſi eſſere lo ſteſſo peſo del ſolido, averà viceverſa i ſuoi momenti miſurati dalla ragione diretta de' medeſimi ſeni B H, BI. Il che ec.

231

Corollario I. La più gran reſiſtenza reſpettiva ſarà d' un ſolido applicato al piano orizzontale, come accade a quello, cui tende a rompere, o a ſchiacciare il peſo R, il quale uguagliar debbe la reſiſtenza aſſoluta di eſſo. La minima reſiſtenza reſpettiva ſarà d' un ſolido applicato al muro verticale: a negli altri piani, ſecondo che ſaranno più all' orizzonte inclinati, ſi troverà ſempre reſiſtenza maggiore.

Corollario II. E viceverſa nel piano verticale avrà un ſolido il maggior momento, e diſpoſizione a romperſi col proprio peſo, o con uno ſteſſo alla ſua cima attaccato; e nel piano orizzontale averà il minimo de' ſuoi momenti, ſiccome

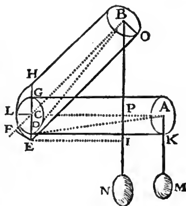
come ne' piani di mezzo l' averà mediocre; e tanto maggiore, quanto più al verticale si accosta, ma tanto minore, quanto più all' orizzontale si avvicina.

Proposizione XLIII. Prob. XIII.

Si assegni la proporzione de' pesi minimi rompenti il medesimo solido col proprio peso: e qual linea descrivano l' estremità. V. V. p. 3. G. G.

Si è già veduto nell' antecedente, qual proporzione abbiano i minimi pesi, da' quali si spezzi il medesimo solido, in varj piani diversamente inclinati fitti a squadra colla stessa sezione; ma nel medesimo piano diversamente inclinandosi un dato solido, varierà la sezione, in cui seguir dee la rottura (siccome in un cilindro, o cono la base non si manterrebbe circolare, ma diventerebbe ellittica) onde crescerebbe per tal capo la resistenza nella ragione sì dell' ampiezza di tal sezione, e sì della distanza, che averebbe il suo centro di gravità dal sostegno; ma scemerebbe viceversa il suo momento, a misura del seno dell' inclinazione (per le cose dette nella prop. 41.) siccome nella stessa proporzione scemerebbe ancora il momento del peso attaccato alla cima del solido.

Sia per cagione d' esempio il cilindro G D K fitto a squadra in un muro verticale, e la resistenza della sua base circolare G L D sia equilibrata dal peso M. Poi s' intenda l' asse A C del cilindro muoversi attorno al punto C, rimanendo nel suo piano verticale, e venire nel sito C B, sicchè il cilindro sia H B O, il quale sega lo stesso muro nella base ellittica H L E; e la resistenza di essa venga pareggiata dal peso N. Dico, che M ad N ha la ragione composta della reciproca delle distanze E I, D K, per cui i sostegni E, D sono lontani dalle direzioni d' essi pesi, e di più di quella de' semidiametri C D, C E, che risultano nelle dette sezioni in ambidue i casi, e che sono le lontananze del centro della resistenza C, dalli due appoggi D, E. 232



Imperocchè, per cagione dell' equilibrio, starà il peso M all' assoluta resistenza della base G L D, come C D ad D K; e la resistenza assoluta G L D all' assoluta resistenza H L E sarà come la sezione alla sezione, cioè (per essere ad ambidue comune il semidiametro L C) come C D a C E: e finalmente la resistenza assoluta di questa sezione L H E (per la prop. 41) al peso N, che ne uguaglia il momento, è come la distanza E I alla distanza E F, o pure all' uguale B O, cioè alla C D; dunque per l' ugual proporzione sarà il peso M al peso N in ragione composta di E I a C D, di C D a D K e della C D alle C E; ma le prime due ragioni formano quella di E I a D K; dunque il peso M al peso N starà in ragione composta della reciproca delle distanze E I, D K, e della diretta de' semidiametri C D, C E; Il che dovea dimostrarsi.

Corollario. Il peso M al peso N, cioè la resistenza del cilindro orizzontale alla resistenza dell' obliquo, sta come il quadrato del semidiametro C D al quadrato del semidiametro C E. Imperocchè E I a D K, ovvero a C A, sta come C P a C B, ovvero come F E (cioè C D) a C E, essendo simili i triangoli C F E, C B P, dunque la ragione composta di E I ad D K, e di C D a

C E

C E è duplicata di questa, o pure è la stessa, che la ragione del quadrato C D al quadrato C E, e però i detti pesi M, N, o resistenze de' solidi corrispondenti, sono come i quadrati de' semidiametri C D, C E.

Quanto all' altra particolarità del presente quesito, cioè di sapere, qual linea descrivano l' estremità di questi solidi, non è così agevole il determinare, che cosa l' Autore desiderasse per ciò di rinvenire; ma da una figura ivi disegnata, in cui si esprime un piano orizzontale, ed un cilindro da esso in giù pendente a piombo, con un altro obliquamente inclinato, accennando, che sieno i minimi, abili a sostenersi in tale positura, pare che il suo pensiero fusse d' indagare a qual linea terminino l' estremità di varj cilindri, o coni, o altri solidi di un medesimo genere, diversamente inclinati allo stesso piano, e condotti alla precisa lunghezza, in cui reggere si possano; ma perchè, secondo che si supponessero l' uno dall' altro più, o meno distanti, la curva, in cui anderebbero a finire, sarebbe diversa; io li supporrò tutti coll' asse, che passi per lo stesso punto del piano, in cui sono fitti; e di più stenderò la speculazione (oltre all' orizzontale accennato nella bozza del Sig. Viviani) ancora al verticale; dal che sarà facil cosa l' immaginarsi quello che debba succedere in un piano di mezzo tra l' una, e l' altra posizione.

Sia dunque il piano orizzontale D A G, dentro a cui fitto a squadra si trovi il solido D B M (sia cono, o cilindro, o conoide ec.) la di cui base D M, e l' asse A B, in cui sia il suo centro di gravità I; e sopra la stessa base sia obliquamente disposto il solido D Q M dello stesso nome, il di cui asse A Q, ed il centro di gravità E; dico che i centri di gravità E, I (supponendo ciascuno di questi solidi, per mezzo del proprio suo peso, equilibrarsi colla resistenza della base comune) saranno in una curva I E P di tal natura, che condotte le E F, I K parallele all' orizzonte, e terminate dalla verticale D C, che passa per l'estremo D della base, sarà sempre
233 il rettangolo A E F uguale al rettangolo A I K; e dico ancora, che le cime B, Q di detti solidi terminano alla curva B Q G simile all' altra I E P, la quale riferendosi alla retta H L T parallela a C D, ma da essa distante in maniera, che C B a B H sia come I A ad A B, ovvero E A ad A Q (essendo gli assi di detti solidi proporzionalmente divisi da' loro centri di gravità) sarà parimente il rettangolo A Q L uguale al rettangolo A B H.

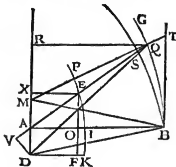
Si conduca D V perpendicolare sopra l' asse Q A, ed E X perpendicolare a D M; pareggiandosi dunque il momento del solido D Q M col momento della resistenza nella base D M, sarà il peso di esso all' assoluta resistenza D M, ovvero al peso del solido D B M, che direttamente tirando l' uguaglia, come reciprocamente la D V (distanza della direzione Q A della resistenza dal sostegno D) alla D X (distanza della direzione del centro d' esso solido dal medesimo sostegno) cioè alla F E; ma il peso del solido D Q M al peso dell' altro D B M, sta come la mole alla mole, cioè (per avere la base D M comune) come l' altezza Q R all' altezza B A; dunque Q R a B A sta come

me D V ad F E; e permutando Q A a D V, cioè (per la similitudine de' triangoli Q R A, D V A) Q A ad A D è come B A ad F E; e di nuovo permutando Q A a B A (ovvero E A ad I A, che sono parti proporzionali degli assi tagliate da' loro centri di gravità) sarà come A D ad F E; onde il rettangolo A E F sarà uguale al rettangolo D A I K; e però la natura della curva I E P dipende dall' uguaglianza di detti rettangoli.

E perchè i rami A Q, A B sono proporzionalmente divisi in E, I; è manifesto, essere la curva B Q G, condotta per le cime dei detti solidi della stessa natura della curva I E P; e che però dipende da una simile uguaglianza di rettangoli A Q L, A B H; siccome in fatti, essendo H B a B C, ovvero L N ad F O, come B A ad A I, cioè come Q A ad A E, o come Q N ad E O; ancora la somma degli antecedenti L Q alla somma de' conseguenti F E starà nella stessa ragione di H B a B C; e permutando L Q ad H B sarà come F E a B C, cioè a D A; ovvero (per le cose già dimostrate) come I A ad A E, che è quanto dire come B A a Q A; e però il rettangolo A Q L sarà uguale al rettangolo A B H; Il che ec. 234

Quanto alla descrizione di questa curva; se col centro A, e semidiametro A B nella precedente figura si descriverà l' arco circolare B S, ed inclinata qualunque A S si prolungherà fino al concorso della H L in T; basterà dividere A S in Q in maniera, che le tre linee T A, A Q, Q S siano continuamente proporzionali; che il punto Q sarà nella curva cercata; imperocchè componendo sarà A S, ovvero B A ad A Q, come Q T a T A, cioè come Q L ad A Z, o pure ad H B; e però il rettangolo A B H sarà uguale al rettangolo A Q L, come ricerca la natura della curva B Q G, proposta da costruirsi.

Ma se il muro D A R sarà verticale, ed in esso parimente siano fitti, il solido D B M retto, e l'altro D Q M obliquo, sopra la comune base, il di cui diametro D M, ambidue minimi tra gli atti a rompersi in vigore del proprio peso, e però equilibrati colla resistenza della base suddetta. Dico che la curva, in cui terminano le cime di tali solidi, è di tale natura, che sempre al rettangolo A Q R uguaglia il quadrato A B; e la curva I E P, la quale passa pel centro di gravità dei detti solidi, è simile all' altra: sicchè ancora il rettangolo A E X pareggia il quadrato A I.



Imperocchè il peso del solido M Q D alla resistenza della base M A D sta per le cose sopra dimostrate, come D V a D F, cioè ad E X, o pure (per la simiglianza de' triangoli D V A, E X A) come D A ad A E; ma la resistenza d' essa base M A D è al peso del solido M B D, come D K, cioè A I a D A; dunque per l' ugualità perturbata il peso del solido M Q D a quello del solido M B D sta come I A ad A E; ma il primo peso al secondo sta come l' altezza Q R all' altezza A B; dunque Q R ad A B sta, come I A ad A E, cioè (per la proporzionale divisione degli assi fatta ne' centri di gravità de' solidi dello stesso genere) come A B ad A Q; e però il rettangolo A Q R uguaglia il quadrato di A B; Il che era da dimostrarsi.

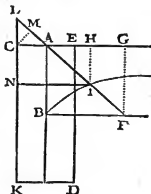
Ed essendo il rettangolo A E X al rettangolo A Q R, come il quadrato A E al quadrato A Q, cioè come il quadrato A I al quadrato A B: l' ugualità de' con-

conseguenti ci afficura dell' ugualità degli antecedenti ; e però la curva, che passa per tutti i centri di gravità di detti solidi, ci darà sempre il rettangolo A E X uguale al quadrato A I ; onde sarà simile all' altra, che passa per le cime de' medesimi. Il che ec.

Per la costruzione poi di questa curva, descrivendo col centro A, ed intervallo A B l'arco circolare B S, la cui tangente sia B T, ed inclinata qualsivoglia segante A T, basterà interporre fra le due A T, A S la mezzana proporzionale A Q: che sarà il punto Q della curva B Q G ricercata; imperocchè la similitudine de' triangoli A B T, A Q R, ci darà Q R ad A B, come A Q ad A T, cioè come A S (ovvero A B) ad A Q; e però il rettangolo A Q R sarà uguale al quadrato A B, come richiede la natura di essa curva.

235 *Proposizione XLIV. Quesito XIV.*

V. V. p. 19. *Data la linea* A B *centrica* (cioè che sia la distanza del centro di gravità B d'un solido C D dal centro A della sua base C E) *di un solido fitto a squadra nel piano orizzontale* C G *colla sua base* C E *di maniera, che col proprio peso equilibri la resistenza di detta base: e data l'inclinazione dell' asse* A F *d'uno altro solido, che abbia la medesima base, e sia similare al primo: determinare la lunghezza, che debbe avere, acciocchè aggravando col proprio peso contro il sostegno* C, *equilibri appunto la medesima resistenza* C E (quando ancora si prescinda dalla diversa direzione, che in tal sito pare, che acquisti la forza della resistenza.



Dal centro di gravità del solido B *si tiri la* B F *parallela alla* A G, *che concorra coll' asse inclinato in* F, *e per* F *la* F G *parallela alla* B A: *dipoi alla* C A *si applichi un parallelogrammo rettangolo, uguale al rettangolo* G A C, *e che ecceda d'una figura quadrata; e sia questo il rettangolo* C H A; *e da* H *sia tirata* H I *parallela alla* G F, *che concorra in* I *colla* A F. *Dico che la* A I *è la centrica del solido ricercato.*

Perchè essendo il rettangolo C H A *uguale al rettangolo* G A C, *sarà come* H C *a* C A, *così* G A *ad* A H, *ovvero* F A *ad* A I, *o pure come il solido della centrale* A F, *al solido della centrale* A I, *per esser questo su la medesima base* C E; *ma il solido della centrale* A F *è uguale al solido della centrale* A B *essendo su la stessa base, e della medesima altezza; dunque* H C *a* C A *starà, come il solido della centrale* A B *al solido della centrale* A I, *cioè come il peso assoluto del primo al peso assoluto del secondo: ma il peso assoluto del solido della centrale* A B *è la misura della resistenza assoluta di* C E; *adunque la resistenza assoluta di* C E *alla forza assoluta, cioè al peso del solido della centrale* A I *starà, come* H C *a* C A, *cioè come la leva alla contralleva, e però si farà l'equilibrio tra questo e quella. Il che ec.*

E perchè il rettangolo G A C *è uguale al rettangolo* C H A, *sarà* G A *ad* A H, *come* H C *a* C A; *e dividendo* G H *ad* H A, *come* H A *ad* A C; *ovvero* (*tirata* C L *parallela ad* A B, *e prolungata la* F A *in* L) *come* F I *ad* I A, *così* I A *ad* A L; *Quella curva adunque, che partendosi da* B *verso* G, *segherà le rette* A F *in* I, *in modo che* (*le medesime prolungate fino a* C L) *stia* L A *ad*

ad A I, *come* A I *ad* I F, *sarà quella, che darà tutti i centri de' solidi similari, che col momento del proprio peso saranno bastanti a pareggiare la resistenza della propria base, qualunque si sia la loro inclinazione. E tal linea curva sarà asintota alla* A G.

Se fusse stato riveduto questo trattato, ed a perfezione ridotto dal suo Autore, egli senza dubbio primieramente accorto si sarebbe, che la curva B I, da lui quì descritta, è una vera Iperbola d' Apollonio; imperocchè, stando H C a C A, come G A ad A H, ovvero come F G (cioè B A) ad H I, il rettangolo dell' estreme C H I uguaglia quello delle mezzane C A B; e però la curva B I è una Iperbola, cha ha per asintoti le linee C K, C G. G. G.

In secondo luogo forse averebbe osservato, che la vera distanza della resistenza, che è nella base C E dal suo sostegno C, non è la C A in riguardo al solido inclinato colla direzione dell' asse A F, in cui si raccoglie l' azione della resistenza del solido, passando per tutti i centri di gravità delle sezioni parallele a detta base C E, come si è avvertito nella prop. 41. ma bensì cotale distanza è la C M, perpendicolare alla detta direzione della resistenza, secondo l' asse del solido I A; il che fa degenerare l' Iperbola B I nella curva da noi sopra descritta nella prop. antecedente, la quale fu da me distesa, prima che giungessi a vedere nel MS. del Sig. Viviani questa sua costruzione; ed io non ho voluto omettere nè l' una nè l' altra: parendomi quella ben fondata secondo i principj meccanici, e questa almeno verificandosi, astraendo da quella particolare considerazione della direzione diversa, che sembra avere la resistenza in un solido obliquo (il perchè ho aggiunta al titolo della proposizione del S. Viviani quell' ultima parentesi) tanto più, che questa nuova considerazione delle direzioni nelle resistenze potrebbe non riuscire a gusto di tutti, e però era dovere, che secondo l' ipotesi di chi ancora credesse universalmente esercitarsi la forza della resistenza secondo una direzione sempre perpendicolare alla base, non ostante qualunque obliquità dell' asse d' un solido, si determinasse la curva, in cui terminano i centri, o le cime de' solidi precisamente abili a sforzare la comune resistenza della base, come acutamente ha fatto qui il nostro Autore. 236

Proposizione XLV. Teor. XXXI. V. V. P. 47.

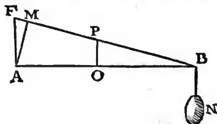
Dimostrare in altra maniera la proposizione 14. *del Galileo: cioè che nel cuneo* A B G, *il quale posa sul muro con uno de' suoi parallelogrammi, le resistenze all' esser rotto crescono, come le lunghezze del cuneo fuori del muro.*

Equilibri H *la resistenza* A B, *ed* I *la resistenza* C D. *Dico che* H *ad* I *sta come* A G *a* G C.

Poichè H *ad* I *ha proporzione composta della* E A *ad* A G, *e della resistenza* A B *alla* C D, *cioè della linea* E A *alla* C F, *ovvero della* A G *alla* G C, *e della* G C *alla* C F (*per la prop.* 6.) *ma anche* E A *a* C F *ha proporzione composta delle medesime* E A *ad* A G, A G *a* G C, G C *a* C F; *dunque* H *ad* I *sta come* E A *a* C F, *cioè come la lunghezza* A G *alla lunghezza* G C; *Il che ec.* 237

Propofizione XLVI. Quefito XV.

V. V. p. 18. *Nel cuneo triangolare* F A B, *quando il pefo* N *fuffe baftante a fpezzare* A F *fitta nel muro: perchè più tofto il medefimo pefo, anzi ancora minore, non dee prima fpezzarlo in un' altra fezione* O P *più vicina all' eftremo* B, *dove è fempre minor refiftenza, col fare il cuneo in que' luoghi di mezzo foftegno di fe medefimo?*

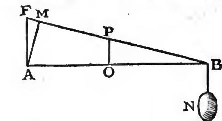


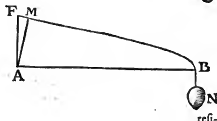
Perchè dovendofi ftrappare non direttamente, ma obliquamente, conviene che fi fpezzi fopra di un foftegno veramente immobile, o pure che fi muova all' oppofte parti, cioè allo insù, mentre il pefo N, ed il carico del muro fopra F, premono all' ingiù, o almeno trattengono gli eftremi del folido, che non fi lafcino trafportare dall' azione del foftegno, che fpinge all' insù. Ma nè il punto O, nè verun altro pefo tra A, e B, è foftegno immobile, o che abbia veruna azione da fpignere insù, anzi è difpofto a fecondare il moto della leva A B, difcendendo col pefo N, e piegandofi in arco circolare d' intorno al centro A, il quale folo è veramente immobile; adunque lo fpezzamento non può farfi in veruna fezione intermedia O P, ma unicamente nella A F, a cui fta fottopofto il taglio del muro.

Del refto, fe talmente ferma fuffe, e rigida la porzione F O, che non poteffe cedere, ed accompagnare in alcuna maniera il moto della parte O B, potrebbe il pefo N sforzare la fola parte O B, alla feparazione fopra il foftegno ftabile, che la fermezza del folido porgerebbe in tal cafo nel punto O. E credo che talvolta ciò fucceda, vedendofi delle menfole di pietra fporte in fuori del muro, tronche, o mozze affai lontano dal taglio d' effo muro, in cui erano impegnate.

238 *Propofizione XLVII. Quefito XVI.*

V. V. p. 18. *Se i cunei triangolare, e femiparabolico debbano fpezzarfi più tofto nella fezione* A M *fatta dalla minima retta* A M *fopra la linea* F M B, *dove è minore la refiftenza, che nella* A F: *perchè la refiftenza affoluta non può effere tanta in* A M, *quanta in* A F, *per effere rettangoli della medefima altezza, che fono come le bafi* A M, A F: *ed anco perchè la contralleva, dove tali potenze fono pofte, è minore in* A M, *che in* A F, *prefa la diftanza dallo fteffo foftegno* A, *che è nel taglio del muro, in cui fi fuppongono i cunei impegnati.*



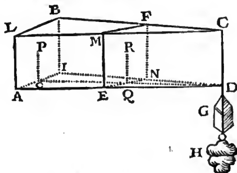


Dee feguire la rottura regolarmente parlando, nella A F, fezione comune del cuneo colla parete, in cui è fitto: perchè, quantunque fia minore la refi-

resistenza di A M, che di A F, la parte F M non essendo premuta contro il sostegno, e tenuta fissa nel muro, come si è avvertito essere necessario nella prop. precedente, potrà secondare il moto dell' altra parte contigua M B, tirata giù dal peso N: onde cedendo, e piegandosi con essa, non potrà da lei separarsi; e però non seguirà la rottura nella retta perpendicolare A M, se non in caso, che la materia F A M fosse talmente ferma, e rigida, che non potesse nella maniera accennata cedere, e piegarsi: perchè allora sarebbe, come se il cuneo M A B fosse fitto in un muro A M inclinato all' orizzonte; e lo spezzamento seguirebbe secondo le regole di sopra assegnate nella prop. 42.

Proposizione XLVIII. Teor. XXXII.

Se il cuneo triangolare A B C D *sarà fitto nel muro perpendicolarmente, ora colla sezione* A B, *ed ora con l' altra* E F *parallela all'* A B; *appendendo all' estremità* D *un peso* H, *che sia bastante appunto a spezzare il solido nella sezione* A B; *ed un' altra* G, *che sia appunto bastante per superare la resistenza della sezione* E F, *dico, che i pesi* G, *ed* H *sono eguali: cioè a dire, che detto cuneo è per tutto egualmente resistente, considerato senza peso.* 239 V. V. p. 32.



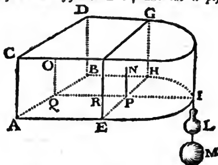
Dividasi la A I *per mezzo in* O, *e giungasi la* D O, *segante la* E N *per mezzo in* Q. *Da* O Q *si alzino* O P, Q R, *che congiungano i punti* P, R, *centri di gravità delle sezioni* A B, E F (*le quali, per essere parallelogrammi, che hanno eguali altezze* A L, E M, *daranno le distanze de' centri loro* P O, R Q *eguali*) *Ora qui le* D Q, D O *saranno le leve, dove in* D *sono applicate le forze, o pesi* G, H; *e le* Q R, O P *le contralleve, all' estremità delle quali in* R, P *sono applicate le resistenze* E F, A B; *ed il peso* G *pareggia la resistenza* E F, *ed il peso* H *equilibra la resistenza* A B. *Dunque per la prop. 6. il peso* G *al peso* H *ha la proporzione composta della contralleva* R Q *alla leva* Q D, *e della resistenza* E F *alla* A B, *cioè della linea* E N *alla* A I (*essendo parallelogrammi con eguali altezze, che sono fra loro come le basi*) *cioè della leva* D Q *alla* D O, *e della leva* D O *alla contralleva* O P; *ma anche la* Q R *alla* O P *ha la proporzione composta delle medesime* R Q *a* Q D, Q D *a* D O, *e* D O *ad* O P, *dunque il peso* G *al peso* H *sta come la* Q R *alla* O P; *e però sono tra loro uguali. Il che si dovea dimostrare.*

In altra maniera si discorra così; Il momento della resistenza A B *al momento della resistenza* E F *sta, per la prop. 2. come la base* A I *alla base* E N, *cioè come la leva* O D *alla* Q D, *ovvero come il momento del peso* H *pendente dalla leva* O D, *al momento del medesimo peso pendente dalla leva* Q D; *e permutando il momento della resistenza* A B, *al momento del peso* H *pendente da* O D, *starà come il momento della resistenza* E F, *al momento del medesimo peso* H *pendente da* Q D; *ma i primi momenti sono uguali, dunque ancora i secondi; e però il medesimo peso, che pendente da* O D *equilibra la resistenza* A B, *pendendo da* Q D *equilibrerà la resistenza* E F. *Il che ec.*

240 G. G. Più speditamente, per la prop. 7. essendo nelle leve P O D, R Q D, le uguali braccia P O, R Q; ed in esse le resistenze proporzionali alle contralleve O D, Q D: da uguali contrappesi H, G si equilibreranno le suddette resistenze; Il che ec.

Proposizione XLIX. Teor. XXXIII.

V. V. p. 46. *Se il cuneo parabolico* A D I *sarà fitto nel muro perpendicolarmente, ed il peso* L *equilibri la resistenza* A D, *il peso* M *la resistenza* E G, *dico che il peso* L *al peso* M *ha suddupla proporzione della leva* I P *alla leva* I Q: *che è la proporzione reciproca delle lunghezze di detto cuneo.*



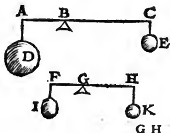
Poichè la resistenza A D *alla* E G *sta come la linea* A B *alla* E H; *ma la* A B *alla* E H *ha suddupla proporzione del quadrato* A B *al quadrato* E H, *cioè della leva* Q I *alla* I P; *e le contralleve* Q O, P N, *all' estremità delle quali sono appese le resistenze* A D, E G, *sono uguali; dunque per la prop.* 8. *il peso* L, *che equilibra la resistenza* A D, *al peso* M, *che equilibra la* E G, *ha suddupla proporzione della leva* I P *alla leva* I Q; *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. *Prendendo la* I R *media fra* I P, *ed* I Q, *la quale ad* I Q *ha parimente suddupla proporzione della* I P *alla* I Q, *sarà il peso* L *al peso* M, *come* I R *ad* I Q, *o come* I P *ad* I R: *onde se per pareggiare la resistenza* A D *si ricerca il peso* L, *per pareggiare la* E G, *quando il cuneo sarà più corto fuori del muro, ci vorrà un peso* M, *che sia maggiore dello* L: *e tanto maggiore, quanto la media* R I *tra le due leve* Q I, P I, *è maggiore della minor leva* P I.

Proposizione L. Teor. XXXIV.

V. V. p. 11. *Se saranno due leve divise da' loro sostegni in maniera, che le distanze, dove si hanno da costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze, dove saranno le resistenze: le quali resistenze siano tra loro in doppia proporzione delle loro distanze medesime; le potenze sostenenti fra loro saranno, come le distanze delle resistenze.*

241 Sia B C a G H in ragione doppia di A B ad F G; e sia ancora la resistenza D alla resistenza I nella stessa doppia ragione di A B ad F G; le forze sostenenti E, K saranno come A B ad F G; Imperocchè starà E a K in ragione composta di E a D, di D ad I, e di A K; ma la prima ragione è per l' equilibrio quella di A B a B C; la seconda per l' ipotesi quella di B C a G H (essendo tanto l' una, che l' altra doppia della ragione di A B ad F G) e la terza quella di



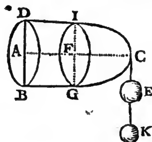
G H ad F G; dalle quali ne risulta quella di A B ad F G; dunque E a K sta come A B ad F G. Il che ec.

Corollario. Quindi è chiaro, che lo stesso accaderebbe, se fusse D ad I, come B C a G H, quantunque l'una, e l'altra ragione non fusse doppia di quella di A B ad F G: seguendone subito, che sia E a K, come A B ad F G, in vigore della precedente dimostrazione, indipendente da quella circostanza di ragione doppia, per cui si limita il Teorema del Sig. Viviani.

Proposizione LI. Teor. XXXV.

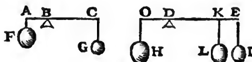
Le forze per ispezzare un conoide parabolico, fitto nel muro, accorciando il conoide, scemano colla proporzione, che scemano i diametri delle sezioni. V. V. p. 11. e 52. G. G.

Perchè nel conoide B C D parabolico, segato col piano I G parallelo alla base, sta la distanza A C alla distanza F G, (nelle quali si costituiscono le potenze E, K abili a vincere la resistenza di dette sezioni, spezzando in esse il solido) in doppia ragione delle distanze A B, F G, nelle quali si applicano le resistenze, e queste sono, come i cerchi D B, I G, i quali altresì hanno doppia ragione delle stesse distanze A B, F G; dunque per la precedente sarà E a K, come A B ad F G, o pure come tutto il diametro D B al diametro I G; Il che era da dimostrarsi.



Proposizione LII. Teor. XXXVI.

Se nelle libre A B C, O D E, *in cui i pesi* F, G, H, I *sono equilibrati, sarà il peso* F *al peso* H, *come il quadrato del vette* A B *al quadrato del vette* O D, *e la contralleva* B C *alla contralleva* D E *sia come il cubo del vette* A B *al cubo del vette* O D, *saranno i pesi* G, *ed* I *tra loro uguali.* 242 V. V. p. 33.



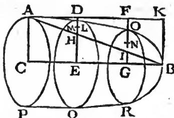
Si pigli D K uguale a B C, ed il peso L posto in K, si equilibri con H; dunque il peso G al peso L, per la prop. 13. starà, come il cubo di A B al cubo di O D, cioè per l'ipotesi, come la distanza B C, ovvero D K, alla distanza D E; ma per essere uguali i momenti de' pesi I, ed L, i quali si equilibrano collo stesso H, starà ancora I ad L, come D K a D E; adunque G ad L sta, come I ad L; e però G, ed I sono uguali; Il che ec. G. G.

Proposizione LIII. Teor. XXXVII.

La conoide nata da una parabola cubica, essendo fermata colla base nel muro, resiste ugualmente in qualsivoglia delle sue sezioni. V. V. p. 31.

Se

Se nel rettangolo A B, e nel triangolo A C B siano applicate le rette D H E, F I G, e tra le due D E, E H si piglino due medie proporzionali E L, E M; e similmente fra le due F G, G I le due medie O G; N G, e così sempre, i punti B, O, L, A saranno nel contorno d' una parabola cubica; di maniera che D E ad E H, o pure A C ad E H, cioè C B a B E, sarà come il cubo D E, o pure A C, al cubo E L; e ciò sempre. Ora dico, che se questa parabola cubica si ravvolgerà d' intorno all' asse B C, il solido rotondo A P B da esse generato, essendo fitto colla base nel muro, e da esso tirandolo fuori a qualsivoglia lunghezza, resisterà sempre ugualmente. Imperocchè il cerchio generato dal raggio A C al cerchio fatto dal raggio L E, cioè la resistenza assoluta del primo alla resistenza del secondo, è come il quadrato del braccio della leva A C al quadrato del braccio della leva L E; ma la contralleva B C alla contralleva B E è come il cubo della leva A C, al cubo della leva L E; dunque per la precedente, lo stesso peso, che attaccato in B supera la resistenza della sezione A C, supererà ancora la resistenza di qualsivoglia altra sezione L E. Il che dovea dimostrarsi: avvertendo pe-
243 *rò, che tutto questo si verifica, astraendo dal proprio peso di detta conoide.*

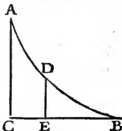


O pure in altra maniera si discorra così. Il momento della resistenza del cerchio A C al momento della resistenza del cerchio L E sta, come il cubo A C al cubo L E (per la prop. 4.) cioè, per la natura del solido, come C B a B E, o come il momento d' uno stesso peso attaccato in B, nella distanza B C, tale che pareggi il momento della resistenza A C, al momento del medesimo peso attaccato in B colla distanza B E; adunque permutando, il momento della resistenza A C al momento del peso in B colla distanza B C sarà, come il momento della resistenza L E a quello del peso in B colla distanza B E; ma il peso in B colla distanza B C pareggia il momento della resistenza A C; dunque lo stesso colla distanza E B pareggerà il momento della resistenza L E; Il che ec.

Proposizione LIV. Quesito XVII.

V. V. p. 63. *Cercare d' una figura piana, come A B C, talmente disposta d' intorno al suo asse B C, che i quadrati dell' applicate A C, D E, abbiano tra di loro la proporzione composta della superficie A B C alla superficie D B E, e dell' altezza B C all' altezza B E.*

G. G. Questa sarà un trilineo parabolico A B C, in cui la base B C sia tangente della cima B, e le A C, D E siano parallele all' asse della parabola; imperocchè, essendo il trilineo A C B un terzo del rettangolo circoscritto A C B, ed il trilineo D E B un terzo parimente del circoscritto rettangolo D E B, averà la superficie A C B alla superficie D E B la ragione composta delle ragioni de' lati C A a D E, (cioè del quadrato C B al quadrato E B) e di C B a B E; onde sarà come il cubo C B al cubo B E. Si aggiunga ora da entrambe le parti la ragione di C B a B E; sarà la ragione composta della superficie A C B alla superficie D E B, e della C B a B E, uguale a quella del biquadrato C B al biquadrato B E; ma stando A C a D E, come il quadrato della C B al quadrato della B E; raddoppiata l' una e l' altra ragione, sarà il qua-



quadrato A C al quadrato D E, come il biquadrato C B al biquadrato B E; adunque il quadrato A C al quadrato D E ha la ragione composta di quella della superficie A C B alla superficie D E B, e di quella dell' altezza B C all' altezza B E; Che è quello che si dovea ritrovare.

Proposizione LV. Teor. XXXVIII.

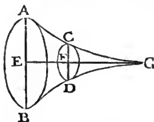
La figura dotata delle condizioni sopraddette nell' antecedente proposizione, sarà ugualmente resistente in tutte le sezioni: intesa però cavata fuori di un muro coll' asse B C *orizzontale. E similmente il prisma, che averà per base detta figura, sarà ugualmente resistente (attesa la propria gravità del medesimo prisma)* V. V. p. 63.

La ragione è perchè le resistenze (rispettive) delle linee, o piani A C, D E *sono fra loro, come i quadrati di dette linee, per la prop. 3. ed i momenti delle superficie, o solidi* A B C, D B E *hanno la proporzione composta delle dette proporzioni* (cioè delle superficie A B C, D B E, e della distanza B C alla B E, delle quali proporzioni si suppone composta ancora la ragione del quadrato A C al quadrato D E) dunque le resistenze respettive delle sezioni, cioè i momenti co' quali esse resistono allo strappamento, staranno come i momenti della figure cavate fuori del muro; e però da per tutto ugualmente resisteranno, in riguardo del proprio peso. 244 G. G.

Proposizione LVI. Quesito XVIII.

Cercare d' un' altra figura solida rotonda d' intorno al suo asse, di cui i cubi de' diametri ne' cerchi applicati A B, C D, *abbiano la proporzione composta del solido* A G B *al solido* C G D, *e dell' altezza* E G *all' altezza* F G. V. V. p. 56.

La tromba parabolica, nata dal ravvolgersi il trilineo parabolico G E B d' intorno alla tangente della sua cima G E, soddisfà al Quesito. Imperocchè il solido A B G al solido C D G (essendo ciascuno d' essi un quinto del cilindro circoscritto) ha ragione composta di quella de' cerchi, e de' quadrati A B, C D, e di quella dell' altezze E G, F G. Si aggiunga un' altra volta di comune la ragione di E G ad F G; sarà dunque la ragione composta di quella de' solidi A B G, C D G, e di quella dell' altezze E G, F G, uguale a quella che si compone dalla ragione de' quadrati A B, C D, e dell' altra de' quadrati E G, F G, cioè delle linee A E, C F, o delle duple di esse A B, C D; ma la ragione de' quadrati A B, C D, giunta a quella delle linee A B, C D forma quella de' cubi A B, C D; dunque i cubi de' diametri A B, C D hanno la proporzione composta di quella del solido A G B al solido C G D, e di quella dell' altezze E G, F G. Il che si dovea ec. G. G.

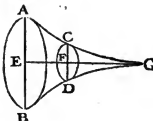


Proposizione LVII. Teor. XXXIX.

La figura ritrovata nella precedente proposizione ci dà un solido, che fitto nel muro sarà per tutto ugualmente resistente, considerato come grave. V. V. p. 63.

Perchè la resistenza del cerchio A B *alla resistenza del cerchio* C D *ha proporzione composta del cerchio, o quadrato* A B *al cerchio, o quadrato* C D, *e della linea* A B *alla linea* C D (pel coroll. 2. della prop. 2. che parla de' momenti delle resi-

resistenze assolute, i quali sono la medesima cosa colle resistenze respettive, delle quali qui si tratta, per la definizione 5.) *ma ancora il cubo di* A B *al cubo di* C D *ha proporzione composta delle medesime proporzioni; e però dette resistenze sono, come i cubi de' diametri* A B, C D (*come nella prop.* 4. *si è dimostrato*) *ma i momenti de' solidi hanno altresì la proporzione composta della proporzione de' medesimi solidi, e delle loro altezze;* dun-
G. G. que in questo caso le resistenze sono proporzionali a' momenti del peso de' solidi; e però tanto resiste l' uno, che l' altro, in riguardo del proprio peso. Il che ec.

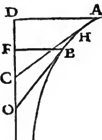


Proposizione LVIII. Quesito XIX.

245
V. V. *Cercare qual sia quel piano, e quel solido, che tirato fuori di una parete, sia in*
p. 9. *ogni stato ugualmente resistente, o potente a reggere il proprio peso.*
G. G. Al quesito ho soddisfatto nel mio problema 6. della parte 1. della risposta Apologetica al Sig. A. M. in infinite maniere, dalle quali si deduce il cuneo parabolico, e la tromba altresì parabolica, che si generano dal compimento della parabola ordinaria, o combinandosi col rettangolo, per farne nascere un prisma, o rivolgendosi attorno la tangente verticale, per avere un solido rotondo, de' quali si è parlato nelle proposizioni 54. 55. 56. e 57. siccome ancora fu avvertito dal Sig. Leibnizio negli Atti di Lipsia del 1684. e da Monsù Varignonio nelle memorie dell' Accad. Reale di Parigi del 1702. ed in oltre con infinite iperbole, o con lo spazio logaritmico, o con un prisma, sopra di esso spazio eretto a qualsivoglia altezza, si ottiene il medesimo intento: come ho dimostrato nel luogo citato, da ripetersi nell' Appendice aggiunta in piè del Trattato presente, Probl. 6. coroll. 3. e 4.

Proposizione LIX. Quesito XX.

V. V. *Cercare qual sia quel solido, cioè di che figura, il quale tenuto in piombo ha in ogni*
p. 9. *sezione ugual resistenza: cioè, che la sezione alla sezione stia, come il solido al solido sopra di esse sezioni costituito.*
G. G. Tale sarebbe il solido fatto dalla logaritmica A H B, girata d' intorno al suo asintoto D O. Imperochè, o si pigli il solido infinitamente lungo, che averebbe la sezione della sua base nel cerchio descritto dal raggio F B, o quello che l' averebbe nell' altro cerchio del raggio D A, sarebbe per lo teor. 9. di Cristiano Ugenio, da me dimostrato negli Ugeniani cap. 9. n. 1. 6. 9. il primo solido sesquialtero del cono descritto dal triangolo F B O nel girare intorno ad F O; ed il secondo sarebbe pure sesquialtero del cono similmente descritto dal triangolo D A C, i quali coni, avendo per base i cerchi F B, D A, e per altezza le suttangenti F O, D C, che sono per la natura di questa curva tra di loro uguali, sarebbero in proporzione degli stessi cerchi F B, D A; e però ancora l' uno all' altro de' solidi fatti da essa logaritmica, sarebbe nella ragione delle basi, o sezioni, quali sarebbero i cerchi descritti da' raggi F B D A. Il che ec.



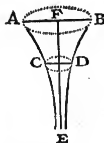
Lo

Lo stesso si dica d' un solido, le cui sezioni fossero tanti quadrati, o triangoli, o poligoni, o altre figure simili, fatte sopra l'ordinate della detta logaritmica; o che avesse per sezioni tanti rettangoli uguali, o proporzionali alli stessi quadrati, o alle medesime ordinate, come sarebbe un prisma d'una determinata altezza, fatto sopra la base dello spazio logaritmico suddetto infinitamente lungo; imperocchè secondo ciò che dimostrai negli Ugeniani cap. 3. n. 7. gli spazj logaritmici D A B O, F B O, sono come l'ordinate medesime D A, F B, e però il prisma eretto sul primo 246
spazio a quello che si alzerebbe sul secondo colla medesima altezza averebbe la proporzione delle dette ordinate, ovvero de' rettangoli fatti da esse nella comune altezza del prisma, i quali sarebbero le sezioni dello stesso prisma ne' punti D, F; ed immaginandosi due figure, delle quali una fosse determinata a capriccio, crescente però in infinito col prolungamento dell' asse, e l'altra avesse per ordinata una quarta proporzionale dopo l'ordinata arbitraria della prima, l'ordinata della logaritmica allo stesso punto, ed un' altra qualsivoglia costante, intendendo fatti gl' infiniti rettangoli dall' ordinate di queste due figure, moltiplicate l' una coll' altra, il solido, che ne risulterebbe, sarebbe dotato della stessa proprietà col suddetto prisma, avendo le sezioni uguali sempre, o proporzionali a' rettangoli di quello; sicchè infiniti solidi possono determinarsi, i quali, nella maniera desiderata in questo quesito, cioè coll' avere le sezioni delle grossezze loro proporzionali a' pesi de' medesimi, fossero d' eguale resistenza in riguardo allo strapparsi direttamente da un piano orizzontale, in cui fitti fussero a squadra, ed a piombo quindi pendessero; I quali tutti però sono di lunghezza infinita, e dipendono sempre nella generazione loro dalla descrizione della logaritmica; nè a me sovviene altra specie di solido, che possa soddisfare al quesito; anzi credo assolutamente impossibile, che verun solido di lunghezza determinata possa avere le suddette condizioni per l' effetto, che si desidera.

Proposizione LX. Quesito XXI.

Cercare ancora quale sia quello spazio superficiale, che considerato in piombo, cioè pendente da alto, sia pure ugualmente resistente: cioè, che il taglio al taglio sia come la superficie alla superficie, qual sarebbe A E B, *se stesse alla porzione sua* C E D, *come* A B *a* C D. V. V. p. 9. e 63.

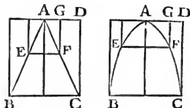
Questo altresì non può essere altro, che il medesimo spazio della logaritmica, le di cui porzioni infinitamente lunghe, tagliate da qualsivoglia ordinata, sono come l' ordinate medesime, dalle quali resta segato, per le cose dimostrate ne' luoghi di sopra citati: e potrebbe anche aggiugnersi la superficie rotonda generata dalla Trattoria B D E rivoltata intorno il suo asse F E in cui parimente le superficie infinitamente lunghe A B E, C D E tagliate con varj piani paralleli alla base, sono come le circonferenze A B, C D nelle quali si fa il taglio medesimo; come può ricavarsi da ciò, che dimostrai negli Ugeniani capit. 12. num. 15. e nella Pistola geometrica al chiarissimo P. Ceva n. 19. G. G.



Proposizione LXI. Teor. XL.

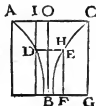
La figura piana d' intorno al proprio asse, le superficie della quale tagliate dall' applicate siano tra loro, come le medesime applicate, non è figura di proporzionale aumento, o estensione. 247 V. V. p. 66.

Figura di proporzionale aumento d' intorno al proprio asse intendo quella, della quale qualunque parte terminata da qualunque applicata al suo parallelogrammo circoscritto ha la medesima proporzione, che qualunque altra parte terminata da un' altra applicata al suo parallelogrammo circoscritto; come segue nell' infinite parabole, che nella prima; cioè nel triangolo A B C, *il triangolo* B A C, *al parallelogrammo* B D *sta come il triangolo* E A F *al suo parallelogrammo* E G, *perchè è sudduplo ec.*



E nella seconda parabola (cioè quella d' Apollonio) il bilineo B A C *al suo parallelogrammo* B D *sta, come il bilineo* E A F *al suo parallelogrammo* E G, *perchè è sussesquialtero ec. e così nell' altre.*

Se dunque nella figura A B C *d' intorno l' asse* B O, *fosse come la superficie* A B C *alla* D B E, *così la linea applicata* A C *alla* D E, *e così sempre; dico che questa figura non è di proporzionale aumento; perche essendo tale, sarebbe come il parallelogrammo* A B *al trilineo* A B O, *così il parallelogrammo* B D *al trilineo* D B H; *e permutando, il parallelogrammo* A B *al parallelogrammo* B D, *come il trilineo* A B O *al trilineo* D B H, *cioè (per la supposta proprietà della figura) come l' applicata* A O *alla* D H, *cioè alla* I O; *o pure come il parallelogrammo* A B *al parallelogrammo* I B; *adunque i parallelogrammi* D B, I B *sarebbero uguali tra loro, il tutto alla parte; il che è assurdo; adunque ec.*



G. G. E' da notarsi, che sebbene il Sig. Viviani non giunse a determinare la natura di cotesto spazio; il che non è maraviglia, essendo che la curva logaritmica allora non era assai nota fra' Matematici, e molto meno divulgate erano le sue proprietà mirabili pubblicate da Cristiano Ugenio, e poscia da noi dimostrate: sebbene, assai prima dello stesso Ugenio, era stata ritrovata la dimensione dello spazio logaritmico, e de' solidi da esso generati, dall' incomparabile Evangelista Torricelli; come apparisce dall' indice dell' opere inedite di lui, rimase fino a questi ultimi tempi chiuse in una cassa serrata a chiavi tenute appresso di più possessori, della notizia delle quali ne abbiamo l' obbligo all' Autore della Prefazione stampata poco fa, e premessa alle Accademiche lezioni di esso Torricelli; e speriamo un giorno di doverlo altresì ringraziare per l' edizione di tutti que' preziosi monumenti, che con grandissimo vantaggio delle scienze, e somma gloria della nostra Italia, ci ha lasciati quel grand' ingegno. Per altro è assai, che almeno il nostro Autore indovinasse, e dimostrasse, non poter essere lo spazio, di cui si trattava, proporzionale al pa-
248 rallelogrammo circoscritto: siccome poco credo che vi mancasse all' accorgersi, che nè meno essere poteva alcuno spazio di finita, e determinata lunghezza.

Oltre di ciò, in proposito delle figure di proporzionale augumento, si vede, che il Sig Viviani fin d' allora per se stesso avvertì alla proporzione dell' infinite parabole co' parallelogrammi circoscritti, o a triangoli iscritti de' quali fa menzione in questa stessa pagina colla nota seguente, in cui si vede una bellissima proprietà di questa progressione di spazj, scoperta avanti ad ogni altro dal nostro Autore.

Termini

Termini di proporzioni tra i parallelogrammi circoscritti all' infinite parabole, colle loro parabole. V. V. p. 66.

Parabole: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 ec.

Parallelogrammi: 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ec.

Termini di proporzione dell' infinite parabole con i loro inscritti triangoli, e regola per ritrovarli con facilità, scrivendo prima un sì, ed un nò, come si vede, i numeri dispari dall' unità, ed a dirimpetto (ovvero direttamente al di sotto) i numeri della progressione naturale dall' unità: riempiendo poi i mezzi colla somma del termine di sopra (cioè dell' antecedente) con quel di sotto (vale a dire col conseguente) come si vede qui appresso.

Parabole 1. 4. 3. 8. 5. 12. 7. 16. 9. ec.

Triangoli 1. 3. 2. 5. 3. 7. 4. 9. 5. ec.

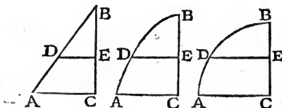
Anzi trovo, essere stata dallo stesso nostro Autore determinata la ragione, che osservano le porzioni, non solo dell' infinite parabole, ma ancora de' coni, e conoidi da esse generate, come si vede nella seguente sua proposizione. G. G.

Proposizione LXII. Teor. LXI.

Nella parabola lineare A B C, *la superficie* A B C *alla superficie* D B E *sta come il quadrato* A C *al quadrato* D E. V. V. p. 62.

Nel cono A B C (*girando la parabola lineare intorno all' asse* B C) *il cono* A B C *al cono* D B E *sta come il cubo* A C *al cubo* D E.

Nella parabola quadratica A B C, *la superficie* A B C *alla* D B E *sta, come il cubo* A C *al cubo* D E. 249



Nel conoide quadratico A B C *il solido* A B C *al solido* D B E *sta, come il biquadrato* A C *al biquadrato* D E.

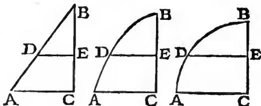
Nella parabola cubica la superficie A B C *alla* D B E *sta come il biquadrato* A C *al biquadrato* D E.

Nel conoide cubico, il solido A B C *al solido* D B E *sta, come il surdesolido* A C *al surdesolido* D E (*intendendosi appresso gli Algebristi antichi per* surdesolidi *le quinte potestà di esse linee*)

Nella parabola quadrato-quadratica, la ſuperficie A B C *alla* D B E *ſta, come il ſurdeſolido* A C *al ſurdeſolido* D E.

Nel conoide biquadratico, il ſolido A B C *al ſolido* D B E *ſta, come il cubo quadrato (cioè la ſteſſa poteſtà) di* A C *al cubo quadrato (cioè parimente alla ſteſſa poteſtà) di* D E *ec.*

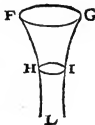
G. G. E così gradatamente ſalendo, ſecondo la progreſſione delle medeſime poteſtà



algebratiche; ovvero per dirla più generalmente, ſe le parti dell' aſſe tagliate dalla cima, cioè C B, E B, ſono proporzionali alle poteſtà dell' ordinate A C, D E, il di cui eſponente, dal quale ſi denominano, ſia qualunque numero m, la ſuperficie A B C alla ſuperficie D B E ſtarà, come la poteſtà dell' ordinata A C, il di cui eſponente ſia maggiore d'una unità, cioè $m + 1$. ad una ſimile poteſtà dell' ordinata D E. Ma il ſolido A B C al ſolido D B E ſtarà, come la poteſtà dell' ordinata A C, il di cui eſponente ſia maggiore di m per due unità, cioè $m + 2$, ad una ſimile poteſtà dell' ordinata D E; Il che può vederſi dimoſtrato appreſſo l' Angeli, il Valliſio, ed altri tali Autori.

Propoſizione LXIII. Queſito XXII.

V. V. p. 63. *Cercare un ſolido rotondo d' intorno al proprio aſſe, come* F L G, *di cui i piani applicati* F G, H I, *ſtiano tra loro, come i ſolidi* F L G, H L I; *che queſto ancora appeſo perpendicolarmente ſarà per tutto di uguale reſiſtenza.*



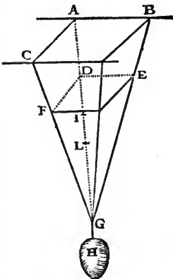
G. G. Già ſi è veduto nella prop. 59. eſſere queſto un ſolido generato dallo ſteſſo ſpazio logaritmico, ovvero che abbia le ſezioni proporzionali alle ordinate della logaritmica, o a' quadrati di eſſe; nè occorre qui aggiungere altro, ſe non che di eſſo pure ſi verifica, non eſſer cotal ſolido figura di proporzionale augumento, cioè non avere ſempre qualunque ſua porzione una medeſima relazione al cilindro, o priſma circoſcritto; potendoſi qui applicare la ſteſſa dimoſtrazione addotta dal Viviani nella propoſizione precedente; il che con eſpreſſo avviſo fu accennato dal medeſimo Autore nel luogo di ſopra addotto; ove dopo le parole: *il che è aſſurdo, adunque ec.* così immediatamente ſoggiunge.

V. V. p. 66. *L' iſteſſo ſi concluderà de' ſolidi rotondi, de' quali ſegati con piani paralleli alla baſe, ſtia come la baſe alla baſe, così il ſolido al ſolido.*

Propoſizione LXIV. Teor. LXII.

250 V. V. p. 45. *Se del cono ſolido, o piramide* A B C G, *ſoſpeſa perpendicolare all' orizzonte, il*

il peso della parte A C G B *sarà bastante appunto a superare la resistenza della sezione* B C; *e che la misura della resistenza* B C *si figuri essere la linea* A G, *e la misura del peso* A C G B *sia la medesima* A G; *accorciando il cono, o piramide fino alla sezione* E F, *dico, che il solo peso della piramide* D G *non è bastante a superare la resistenza* E F, *e che per superarla si richiede un peso* H, *il quale al peso della piramide* D G *abbia la proporzione della* A D, *differenza dell' altezze, alla* D G, *altezza della minore.*



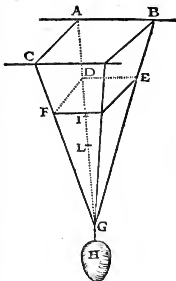
Poichè prese dopo le A G, G D, G I, G L *continue proporzionali, essendo la prima* A G *misura del peso* B C G, *sarà la quarta* G L *misura del peso* E F G (*perchè le piramidi simili hanno triplicata proporzione de' lati omologhi*) *ed essendo la medesima prima* A G *misura della resistenza* B C, *sarà la terza* G I *misura della resistenza* E F; *perchè le resistenze assolute* B C, E F, *sono tra loro, come le sezioni* B C, E F, *che per essere simili, hanno doppia proporzione de' lati omologhi* A B, D E, *cioè delle* A G, D G.) *se dunque una resistenza* B C, *rappresentata dalla linea* A G, *per essere superata vuole un peso, quanto rappresenta la medesima linea* A G; *la resistenza* E F *rappresentata dalla* G I, *vorrà un peso, quanto la medesima* G I: *ma il peso della piramide* E F G *è quanto la linea* G L; *adunque il peso, che manca per istrappare la piramide* F E G, *cioè il peso* H, *dovrà essere quanto la linea* L I; *e però il peso* H *al peso della sua piramide* E F G *starà, come* I L *ad* L G, *cioè come* A D *differenza dell' altezze, a* D G *altezza della piramide, o cono più corto. Il che ec.*

Da questa utilissima proposizione, e dall' ingegnosa maniera, con cui l' Autore l' ha dimostrata, moltissime altre importanti verità si possono dedurre, le quali io brevemente accennerò ne' seguenti Corollarj, per non accrescere il numero delle proposizioni. *G. G.*

Coroll. I. Giacchè il peso H al peso della piramide F D E G sta, come I L ad L G; ed il peso di detta piramide al peso dell' intera C B G sta come L G ad A G; sarà per l' ugual proporzione il peso H al peso dell' intera piramide C A B G come I L ad A G.

Coroll. II. O pure, essendo il peso H al peso F D E G, come A D a D G, cioè, preso per base comune il quadrato D G, come il prisma dell' altezza A D eretto sopra il quadrato D G, al cubo D G; ed il peso F D E G al peso C A B G essendo, come il cubo D G al cubo A G, sarà per l' ugualità ordinata il peso H al peso C A B G, come il prisma, che abbia per altezza A D, e 251 per base il quadrato D G, al cubo A G.

Corollario III. Quindi può agevolmente determinarsi, quale sia quella porzione di cono, o piramide, che oltre al proprio peso, è capace di reggere il maggior peso H aggiuntovi; imperocchè il maggior prisma, che far si possa dalle parti d' una data linea, delle quali una serva per altezza, e la rimanente sia il lato del quadrato della sua base, è quando l' altezza sia un terzo, ed il lato qua-



quadro della base comprenda gli altri due terzi della data linea, conforme è già noto a' Geometri, e fu dimostrato dal Borelli nel sedicesimo assunto d' Archimede; dunque allora il peso H sarà il maggiore di tutti, quando la sezione F D E si farà in lontananza dalla base C A B per un terzo di tutta l' altezza di quella piramide C B G, che sarebbe sufficiente col proprio peso a vincere la resistenza della sua base; e conseguentemente la piramide F D E G così tagliata, riuscirà della maggior resistenza, che sia possibile.

Corollario IV. Per lo contrario, sapendosi per ipotesi, o per esperienza che una piramide abbia la maggiore sua resistenza nella sezione F D E, cioè che sostenuta in essa sia capace di reggere, oltre la propria gravezza, il maggior peso possibile: si saprà ancora, che accrescendola fino al piano C A B, distante da detta sezione per la metà dell' altezza G D, la piramide C A B G dovrà rompersi col proprio peso.

Corollario V. Quando il cono, o piramide fosse fitto colla base nel muro, sporgendo fuori di esso coll' asse orizzontalmente disteso, e fusse come prima C A B G il solido, che in tale stato si rompesse col proprio peso: se poi si supponesse sporgersi fuori del muro la sola parte F G E, sarebbe questa parimente capace di reggere oltre la propria gravità un tale peso H, che liberamente pendendo dal termine G stesse al peso di tutta la piramide C A B G come un quarto del prisma contenuto dall' altezza D A, e dal quadrato D G, al cubo della G A: come è facile il dedurlo dalle cose dette di sopra.

Coroll. VI. Onde ciò che si è detto nel coroll. 3. e 4. del massimo peso, che regger possa una piramide pendente da alto, come fitta a piombo in una volta, vale ancora nel sito, che fosse impegnata in un muro coll' asse orizzontale.

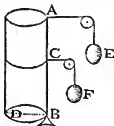
Coroll. VII. Si potrebbe ancora collo stesso metodo determinare la maggior resistenza di qualsivoglia altra specie di solido, e principalmente di quelli, che nascono dall' infinite parabole, o iperbole; e già ne ho in pronto alcune regole generali: ma non avendo tempo di stenderle, e di confermarle colle dovute dimostrazioni, lascierò all' industria de' Lettori il piacere di ritrovarle.

Proposizione LXV. Teor. XLIII.

V. V. p. 21. *Ne' cilindri, o prismi, coni, o piramidi, le basi loro essendo uguali, e l' altezze disuguali, le forze abili a sostenerli eretti sopra di un punto del contorno della loro base, come sopra un sostegno, saranno tra di loro eguali.*

Sia

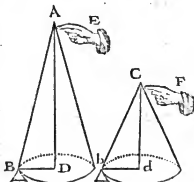
Sia il cilindro retto A B, *la cui base* D B, *e l'altezza* A B; *e sia un altro cilindro, la di cui altezza* C B *sopra la stessa base* D B. *Dico, che le potenze* E, F *dalle quali applicate a' punti* A, C, *si mantengono i detti cilindri eretti, e perpendicolari all' orizzonte, sopra il sostegno* B, *d' intorno a cui senza il ritegno di dette potenze, si potrebbero rivoltare, sono tra di loro uguali.* 252



Imperocchè la potenza E, *che col vette* B A *sostiene il peso* A B D, *sta al detto peso, come* D B *semidiametro della base (gravitando il cilindro sopra il centro d'essa base, cioè sopra il punto* D *) alla* B A; *ed il peso* A B D *sta al peso* C B D, *come* B A *a* B C, *ed il peso* C B D *sta alla forza* F, *che lo sostiene applicata in* C, *come* B C *a* B D; *dunque, per l' ugual proporzione, la forza* E *alla forza* F *sta, come* B D *alla stessa* B D, *cioè in ragione di ugualità; Il che ec.*

Coroll. I. Per altissima che sia la colonna D B A, e conseguentemente essendo quantosivoglia pesantissima, si potrà da una piccola forza applicata all' estremo A sostenere ritta sopra un appoggio B, egualmente, che possa la medesima forza reggere qualunque picccolo pezzo D B C della stessa colonna, applicandosi a sostenerla in C. E così uno Scaffale, una Spera, un Armadio, e cose simili, che sogliono col piede posare sopra una tavola, o sul pavimento, o sopra le sue mensole, o altri ritegni, e di sopra fermarsi con arpioni, e spranghe attaccate al muro, non richiede maggior forza, per essere più alto, di quella che richiederebbe, se in pari base fosse più basso, ed uniformemente gravato venisse in tutte le sue parti. G. G.

Corollario II. Un uscio, o imposta di finestre, la quale si regge sopra due cardini: purchè abbia il cardine inferiore proporzionato a sostenere il peso totale di essa, potrà avere il cardine superiore di non maggior forza di quella, che si richiederebbe a sostenerne una assai più bassa; e spesso nella pratica alle porte principali de' palazzi, o delle città s' impiega in ciò soverchia mole di fero, o multiplicando senza necessità gli arpioni, o facendoli troppo più del dovere massicci.



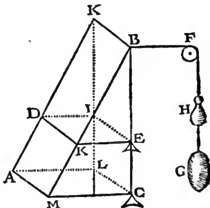
Corollario III. Similmente ne' coni A B D, C *b d* che abbiano l' uguali basi D B, *d b* appoggiate a' sostegni B, *b*, e di altezza quantunque disuguale D A, *d* C, le forze E, F applicate per sostenerli alle loro cime, saranno uguali, per lo stesso raziocinio addotto in questa proposizione dal Sig. Viviani; e lo stesso vale d' altri solidi del medesimo nome, purchè sieno di tale specie di figura, che in ugual base siano proporzionali alle loro altezze: nulla importando, che quì i lati B A, *b* C non sieno le vere altezze de' solidi, ma bensì gli assi D A, *d* C, perchè 253
essendo appunto i lati B A, *b* C obliqui alla direzione delle potenze E, F, i momenti di esse debbono corrispondere alle D A, *d* C, che sono i seni dell' inclinazione delle braccia B A, *b* C colle direzioni delle potenze; onde corre a cappello la dimostrazione del Sig. Viviani, anche

anche quando si trattasse di conoidi, o sferoidi, il profilo de' quali sarebbe curvo.

Proposizione LXVI. Teor. XLIV.

V. V. p. 20. G. G. *Le potenze* G, H, *che sostengono eretti i prismi simili* A B C, D B E, *intorno i punti* C, E, *sono fra loro, come i pesi assoluti de' medesimi prismi.*

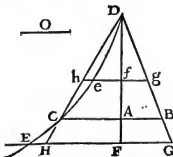
Ciò vale ancora ne' coni, piramidi, ed altri corpi simili: perchè averanno i loro centri di gravità similmente collocati ne' loro assi, e però corrispondenti alle basi loro in una lontananza simile da' sostegni C, E, cioè proporzionale alle leve C B, B E, onde il momento del solido A B C uguagliando quello del peso G, ed il momento del solido D B E pareggiando quello del peso H, sarà il primo momento al terzo, come il secondo al quarto; sicchè la ragione composta della ragione de' pesi de' solidi A B C, D B E, e di quella delle distanze de' centri loro di gravità da' sostegni C, E, sarà uguale alla ragione composta di quella de' pesi G, H, e delle distanze C B, E B; tolte adunque dall' una, e dall' altra parte le ragioni uguali delle distanze de' centri di gravità, e delle distanze C B, E B, in cui operano i pesi G, H, rimarrà la ragione de' pesi de' solidi A B C, D B E uguale a quella de' pesi, ovvero potenze G, H. Il che si dovea dimostrare.



Proposizione LXVII. Quesito XXIII.

254 V. V. p. 42. *Sia* A B *minima lunghezza, ed* A C *diametro della base d' un cilindro, che fitto a squadra in un muro, si spezzi dal proprio peso: e sia un' altra lunghezza data* O *di un altro cilindro; Cercasi, quanto dovrà essere il diametro della sua base, acciocchè tal cilindro sia prossimo a spezzarsi dal proprio peso?*

Prendasi qualunque punto D, *e si giungano le* D C, D A, D B, *e prolunghinsi in infinito: e nel triangolo* A D B *adattisi la* F G *parallela alla* A B, *ed eguale alla data lunghezza* O, *e prolunghisi in* H, *e per i punti* D, C *passi una parabola, la di cui cima sia* D, *e tangente* D A, *e seghi la* G H *in* E. *Dico* E F *essere il diametro della base, che si cerca.*



Impe-

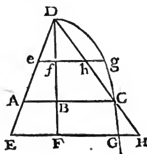
Imperocchè il momento della resistenza del cerchio, il cui diametro C A, nel cilindro, che ha la lunghezza A B, al momento della resistenza del cerchio, che ha per diametro E F, nel cilindro della lunghezza F G, per la prop. 4. è sempre in triplicata ragione di C A ad E F. Ma il momento del peso del primo al momento del peso del secondo cilindro, per la prop. 23. è in duplicata ragione de' rettangoli per l' asse C A B, E F G: ovvero C A D, E F D; cioè in duplicata ragione delle C A, ed E F, e nella duplicata delle A D, D F; la quale per cagione della parabola è la medesima colla semplice di C A ad E F, che aggiunta alla duplicata delle medesime compone la ragione altresì triplicata di C A ad E F, adunque il momento della resistenza C A al momento della resistenza E F sta come il momento del peso del cilindro C A B a quello dell' altro cilindro E F G; e però se il primo uguaglia il terzo, ancora il secondo uguaglierà il quarto. Il che ec. G. G.

Corollario I. Quindi si può dedurre, che ancora i cilindri fatti da' rettangoli D F E, D A C, circoscritti al trilineo parabolico D E F, e girati d' intorno alla retta D A, che tocca la parabola nella sua cima D, sarebbero di ugual resistenza, posto che fussero fitti colla base in un muro.

Coroll. II. Anzi la stessa tromba parabolica, nata dalla rivoluzione del trilineo E C D F attorno la detta tangente D F, sarebbe d'uguale resistenza, come nella prop. 56. si è avvertito, perchè le sue parti essendo proporzionali a' cilindri circoscritti, e col centro di gravità altresì proporzionalmente distante dalla sua base, si manterrebbe la medesima proporzionalità de' momenti de' pesi di esse, co' momenti delle resistenze nelle loro basi, appunto come avviene, pel coroll. precedente, ne' cilindri circoscritti. 255

Proposizione LXVIII. Quesito XXIV.

V. V. p. 42.



Sia A B *diametro*, *e* B C *lunghezza minima d' un cilindro, che fitto in un muro a squadra pel proprio peso si spezzi; e sia nel triangolo* A B D *applicata la* E F *parallela ad* A B, *che sia il diametro della base, o grossezza d' un altro cilindro dell' istessa materia. Cercasi, quale dovrà essere la sua lunghezza, acciocchè si riduca indifferente, e prossimo allo spezzarsi pure dal suo proprio peso.*

Colla cima D, *ed intorno al diametro* D B F, *descrivasi la parabola* D C G, *che passi pel punto* C; *imperocchè prolungata* E F *in* G, *sarà la* F G *contenuta nella semiparabola la cercata lunghezza. Congiungasi* D C, *e si prolunghi, siccome ancora la* F G *in* H. B C *ad* F G *sta, come* F G *ad* F H, *per lo lemma* 24. *de motu aequabili del Torricelli*. G. G.

Stimo di più facile, e di più breve riuscita, il dimostrare altrimenti questa proposizione, che l' indovinare, come proseguisce la sua dimostrazione il S. Viviani; che però diremo in questa maniera. Il momento della resistenza nella sezione A B del cilindro A B C, al momento della resistenza nella sezione E F del cilindro E F G, sta per la prop. 4. come il cubo A B al cubo E F; ma il momento del peso del primo al momento del peso del secondo cilindro essendo in ragione composta della duplicata di A B ad E F, e della duplicata di B C ad F G (per la prop. 23.) che per la natura della parabola è la medesima colla semplice di B D a D F, cioè di A B ad E F, la quale aggiunta alla duplicata di esse linee,

forma la triplicata delle medesime, è altresì come il cubo A B al cubo E F; dunque i momenti delle resistenze delle basi sono proporzionali a' momenti de' pesi de' cilindri; onde se il momento del peso del primo cilindro uguaglia quello della sua resistenza, ancora il momento del peso del secondo cilindro uguaglierà il momento della resistenza sua. Il che ec.

Corollario. Lo stesso, che si è detto de' cilindri, vale de' coni, conoidi paraboliche, emisferoidi, ed altri solidi, il cui centro di gravità divida l'asse proporzionalmente.

Proposizione LXIX. Teor. XLV.

256 *V. V. p.* 54. *Se sarà, come il quadrato della prima* A *al quadrato della seconda* B, *così la terza* C *alla quarta* D; *e come il quadrato della terza* C *al quadrato della quarta* D, *così la quinta* E *alla sesta* F; *il biquadrato della prima* A *al biquadrato della seconda* B *sia, come la quinta* E *alla sesta* F.

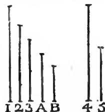


Si faccia, come la C *alla* D, *così* A *alla* G; *sarà dunque il quadrato* A *al quadrato* B, *come la* A *alla* G; *e però le* A, B, G *sono tre continue proporzionali. Si trovino le altre due continue* H, I, *e perchè il biquadrato di* A *al biquadrato di* B *sta come la prima* A *alla quinta* I; *e la prima* A *alla quinta* I *sta, come il quadrato della prima* A *al quadrato della terza* G *(che è media fra le* A, *ed* I*) cioè come il quadrato della* C *al quadrato della* D, *(essendosi fatto il lato* A *al lato* G, *come il lato* C *al lato* D*) cioè come la* E *alla* F, *per supposizione: adunque il biquadrato di* A *al biquadrato di* B *sta, come la linea* E *alla linea* F; *Il che ec.*

Ovvero propongasi così in questi termini.

Proposizione LXX. Teor. XLVI.

Se il quadrato della prima al quadrato della seconda sarà come la prima alla terza: e come il quadrato della prima al quadrato della terza, così la quarta alla quinta; sarà il biquadrato della prima al biquadrato della seconda, come la quarta alla quinta.



Poichè essendo il quadrato della prima al quadrato della seconda, come la prima alla terza, saranno la prima, la seconda, e la terza continue proporzionali. Si prendano l'altre due continue A, B *nella medesima proporzione. Sarà il biquadrato della prima al biquadrato della seconda, come la prima alla* B; *cioè come il quadrato della prima al quadrato della terza (perchè la prima, e la terza, e la* B *sono continue proporzionali) cioè come la quarta alla quinta, per supposizione. Adunque ec.*

Pro-

Propofizione LXXI. Teor. XLVII. 257

Se nella parabola C A S, *il di cui asse è* C X, *farà* C B *la tangente della cima, e la* B A V *parallela all' asse; e delle applicate* I N, N M *sia media proporzionale* N L; *siccome delle* O R, R Q *sia media* R P; *e similmente delle* S X, X V *sia media* X T, *e così sempre: i punti* L, P, A, T *saranno in una parabola biquadratica.* V. V. p. 53.

Si applichi A Z *al punto* A, *la quale nel parallelogrammo* A C *sarà uguale alla retta* O R; *dunque, come* A Z *a* P R, *così* P R *ad* R Q; *e perciò sarà il quadrato della prima* A Z *al quadrato della seconda* P R, *come la terza linea* A Z *alla quarta* R Q; *ma il quadrato della terza* A Z *al quadrato della quarta* Q R, *sta come la quinta linea* C Z *alla sesta* R C; *dunque, per la prop.* 69. *starà il biquadrato della prima* A Z, *al biquadrato della seconda* P R, *come la quinta* C Z *alla sesta* R C; *e ciò sempre, dovunque sia condotta la* O R; *adunque la linea* C P A *è la parabola biquadratica; Il che ec.*

Si potea forse più speditamente dimostrare l'intento così. C Z a C R ha doppia proporzione di A Z a Q R; ma A Z a Q R di nuovo ha proporzione doppia di quella, che ha A Z a P R; dunque C Z a C R ha proporzione quadrupla di A Z a P R; e per tanto Z C ad R C sta come la quarta potestà, cioè il biquadrato di A Z alla quarta potestà, cioè al biquadrato di P R; onde C P A è parabola biquadratica; Il che ec. G. G.

Propofizione LXXII. Teor. XLVIII.

I momenti de' coni, e piramidi simili A B C, D E C *fuor del muro, resultanti da' pesi d'essi coni, e dalle leve* B C, E C, *sono fra loro, come i biquadrati delle lunghezze* B C, E C. V. V. p. 22.

Trovate le C F, C G, C H *continue proporzionali, dopo le* B C, E C: *il momento del cono* A B C *al momento del cono* D E C *averà la proporzione composta di quella del peso assoluto* A B C *al peso assoluto* D E C (*cioè del cono* A B C *al cono* D E C, *che è quanto dire del cubo* B C *al cubo* C E, *ovvero della prima* B C *alla quarta* C G) *e della leva* B C *alla leva* C E, *cioè della* C G *alla* C H. *Ma ancora la* B C *alla* C H *ha proporzione composta delle medesime* B C, C G, *e* C G, C H; *dunque il momento di* A B C *al momento* D E C *sta, come la prima* B C *alla quinta* C H, *cioè come il biquadrato* B C *al biquadrato* C E; *Il che si dovea dimostrare.* 258

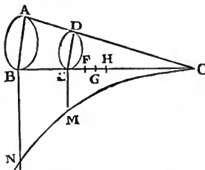
Corollario. La scala de' momenti di questi coni, o piramidi sta nelle linee E M, B N *terminanti alla parabola* C M N *biquadratica, della quale sia la cima* C.

Chiamasi dal nostro Autore in questo luogo, ed in molti altri appresso *Scala* di momenti, di pesi, o di resistenze, una figura piana, che colle sue ordinate tra di loro parallele, e tirate perpendicolarmente ad una retta in ogni suo punto, dimostri colle dette ordinate la proporzione de' momenti, o de' pesi, o delle resistenze, che in detti punti si trovano; come nel nostro proposito, essendo B N G. G.

ad E M, come il biquadrato BC al biquadraro OE, cioè come il momento del cono A B C, al momento del cono D E C, dovunque sia tirata la M E parallela a B N, dicesi la figura B C M N (che è una parabola biquadratica) la scala de' momenti di questi coni.

Proposizione LXXIII. Teor. IL.

V. V. p. 23. *De' coni, o piramidi simili fitti nel muro orizzontalmente uno solo è quello, che gravato dal proprio peso appunto si spezza: ed ogni più corto riceve aggiunta di peso oltre al proprio; ogni più lungo è troppo grave.*



Il momento della resistenza A B *al momento della resistenza* D E *sta, come il cubo* A B *al cubo* D E *per la prop.* 4. *cioè come il cubo* B C *al cubo* EC, *o pure come la prima* B C *alla quarta* C G; *ma si è provato nell'antecedente, che il momento del peso* A B C *al momento del peso* DEC *sta, come la prima* B C *alla quinta* C H; *adunque se il momento* A B C *pareggia la resistenza* A B, *il momento* D E G *non pareggia la resistenza* D E, *ma sarà tanto minore, quanto la* C H, *misura di detto momento, è minore della* C G, *misura della resistenza: o pure, quanto il cono, o piramide* D C E *è più corto dell'* A B C.

Proposizione LXXIV. Teor. L.

259 V. V. p. 23. *I momenti de' cunei* B D I, E G I *fuori del muro, risultanti da' pesi assoluti di essi, e dalle leve* D I, G I, *sono fra loro come i cubi delle lunghezze fuori del muro,* D I, G I.

Prendansi le I L, I M *continue proporzionali dopo le* D I, G I. *E perchè il momento del cuneo* B D I *al momento del cuneo* E G I *ha proporzione composta del peso assoluto* B D I *al peso assoluto* E G I (*cioè della base* C D I *alla base* H G I, *o pure del quadrato* D I *al quadrato* G I, *che è quanto dire della linea* D I *alla* L I) *e della leva* D I *alla* G I *cioè della* L I *alla* I M; *e la* D I *alla* I M *ha pure la proporzione composta delle medesime* D I *ad* L I, *ed* L I *ad* I M; *adunque il momento del cuneo* B D I *al momento del cuneo* E G I *sta, come la* D I *alla* I M, *cioè come il cubo* D I *al cubo* I G, *i quali sono i cubi delle lunghezze loro; Il che ec.*

Corollario. *La scala de' momenti di questi cunei sta nelle linee* G P, D Q *terminate alla parabola cubica* I P Q, *la cui cima è in* I.

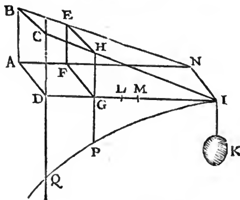
Proposizione LXXV. Teor. LI.

Uno solo di questi cunei è quello, in cui il momento del proprio peso pareggi quello della sua resistenza: e degli altri i più corti ricercano altro peso, ed i più lunghi sono troppo gravi.

Imperocchè il momento della resistenza B D *al momento della resistenza* E G *per la prop.* 3. *sta, come il quadrato* C D *al quadrato* H G, *cioè come il quadrato* D I *al quadrato* G I, *che sono i quadrati delle lunghezze, o pure come la linea* D I *alla* L I; *ma si è provato nella precedente, che il momento del peso* B D I *al momento del peso* E G I, *è come la linea* D I *alla* I M; *dunque se la* D I *sarà misura della resistenza di* B D, *ed anche misura del momento di* B D I, *la* L I *sarà misura*

sura della resistenza E G, *e la minore* M I *sarà misura del momento del peso* E G I; *sicchè per pareggiare la resistenza* E G *gli manca tanto momento, quanto la* L M*; e però uno solo ec. Il che si dovea dimostrare.* 260

Corollario I. Se il cuneo D B I è il massimo, che possa reggersi col suo peso contro la resistenza della sua base, ogni altro più corto, come E G I potrà oltre il proprio peso reggerne un altro K, il quale stia al peso di tutto il cuneo B D I, come un terzo del rettangolo D G I sta al quadrato D I. Imperocchè si è veduto nella proposizione, che il momento, il quale manca al momento del cuneo E G I per pareggiare la resistenza della sua base E G, sta al momento del cuneo E G I, come L M ad M I; ovvero (per la proporzionalità delle linee) come D G a G I, cioè come il rettangolo D G I al quadrato G I; sia il momento suddetto, che manca per pareggiare la resistenza E G quello, che averebbe il peso K pendente in I, il quale farebbe uguale al momento del triplo di K posto nel centro di gravità del cuneo E G I che dista dalla base, cioè dal sostegno F G per un terzo di G I (ciò che è noto accadere nel triangolo della faccia del cuneo H G I) essendo così le distanze reciproche de' pesi; e però il momento del triplo di K posto nel centro di gravità del cuneo E G I al momento del peso di esso cuneo (il quale s' intende altresì applicato nel medesimo centro) o pure il triplo di K al peso del cuneo stesso, sta come il rettangolo D G I al quadrato I G; ma il peso del cuneo E G I, al peso del cuneo B D I sta, come il triangolo H G I al triangolo C D I, cioè come il quadrato G I al quadrato D I; dunque per l' ugualità sarà il triplo di K al peso del cuneo B D I, come il rettangolo D G I al quadrato D I: e conseguentemente il solo peso K (da appendersi in I per uguagliare col peso del cuneo EGI la resistenza della sua base) sta al peso del cuneo B D I (il quale col proprio peso uguagli la resistenza della sua base) come un terzo del rettangolo D G I al quadrato D I. G. G.



Corollario II. Onde i pesi, che potranno aggiugnersi all' estremo di questi cunei minori del massimo B D I, sono tra loro, come i rettangoli D G I fatti da' segmenti della lunghezza D I.

Corollario III. E conseguentemente tra' cunei minori quello è capace di reggere maggior peso di tutti, che è di lunghezza suddupla del massimo; perchè di tutti i rettangoli D G I fatti dalle parti della linea D I, il maggiore è quando il punto G cade nel mezzo appunto della D I

Corollario IV. E perchè cadendo il punto G nel mezzo di D I, il rettangolo D G I (che è il quadrato della metà di D I) è un quarto del quadrato D I, un terzo del rettangolo D G I sarà allora un dodicesimo del quadrato D I; onde veniamo in cognizione, che il maggior peso, che reggere si possa da questi cunei attaccato al loro termine è la dodicesima parte del peso, che aver potreb-

trebbe il cuneo, se fusse tanto lungo, che col suo peso equilibrasse la resistenza della sua base.

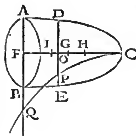
Proposizione LXXVI. Teor. LII.

261
V. V. *I momenti del conoide parabolico fitto nel muro, ed allungato, ora in* A B C, *ed ora in* D E C, *resultanti da' proprj pesi, e dalle lunghezze* F C, O C, *sono tra loro come i cubi delle medesime lunghezze.*

Poichè il momento di B A C *al momento di* E D C *ha proporzione composta del peso assoluto* A B C *al peso assoluto* E D C, *cioè del conoide al conoide, o pure del quadrato dell' altezza* F C *al quadrato dell' altezza* C O, *cioè (prese le* C G, C H *continue proporzionali dopo le* F C, C O*) della linea* F C *alla terza* C G: *e della leva* F C *alla leva* O C, *cioè della* C G *alla* C H; *ma anche la* F C *alla* C H *ha proporzione composta delle medesime linee* F C, C G, *e* C G, C H; *dunque come* F C *a* C H, *cioè come il cubo* F C *al cubo* C O, *così il momento del conoide* A B C *al momento del conoide* D E C; *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. *La scala del momento di questi conoidi è parimente la parabola cubica* C P Q.

G. G. Assume l' Autore in questa dimostrazione, come cosa nota, che il conoide A B C al conoide D C E stia, come il quadrato F C al quadrato C O. Il che è chiaro, per essere i cerchi A B, D E proporzionali a' quadrati de' raggi A F, D O, cioè (per la natura della parabola) all' altezze F C, C O, o pure all' ordinate in un triangolo fatto su la base A F coll' altezza F C; e però il conoide, ed il detto triangolo sono grandezze proporzionalmente analoghe. Sicchè essendo i triangoli tagliati con linee parallele alla base, proporzionali a' quadrati dell' altezze, ancora ne' conoidi parabolici, segati co' piani paralleli alla base, dee seguire il medesimo.



Proposizione LXXVII. Teor. LIII.

V. V. *Uno solo è il conoide parabolico, che pareggi col suo peso la propria resistenza.*
p. 24. *Il momento della resistenza di* A B *al momento della resistenza* D E *sta come il cubo* A B *al cubo di* D E, *per la prop.* 4.

G. G. Cioè presa C I media proporzionale fra le altezze F C, O C (le quali essendo proporzionali a' quadrati A B, D E, ed ancora a' quadrati F C, C I, danno A B a D E, come F C a C I) sarà il momento della resistenza A B al momento della resistenza D E, come il cubo F C al cubo C I; ma il momento del peso A B C al momento del peso D E C sta, come il cubo F C al cubo C O, per l' antecedente; dunque se il momento della resistenza A B viene uguagliato dal momento del peso A B C, il momento poi della resistenza D E non potrà pareggiarsi dal momento del peso D E C; ma rimarrà quello tanto superiore a questo, quanto il cubo I C supera il cubo O C, ovvero quanto il cubo A B supera il cubo D E; onde unico sarà quel conoide, il quale col proprio peso uguagli la sua resistenza.

Corollario. Quando il conoide A B C fusse precisamente abile col suo peso ad
262 uguagliare il momento della resistenza A B, se la porzione della lunghezza O C sarà tale, che il cubo della intera F C sia quadruplo del cubo della O C,

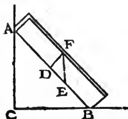
potrà

potrà il conoide D E C oltre il suo peso sostenere il massimo, che sia possibile: essendo allora maggiore la differenza de' cubi I C, O C, che sia mai in altro caso possibile.

Proposizione LXXVIII. Quesito XXV.

Perchè un legno disteso orizzontalmente con maggiore facilità si pieghi, ch' essendo inclinato: e qual proporzione si trovi in diverse inclinazioni. *V. V. p. 18.*

Un legno inclinato A B *più difficilmente si piega, e si rompe, che quando è disteso orizzontalmente, in ragione di* A B *a* B C. *Non però qualsivoglia peso, abile a piegare un legno, può ancora spezzarlo; imperocchè un legno torcendosi viene tirato con minor forza, di quel che sia stando disteso orizzontalmente, per essere tirato con direzione ad angolo ottuso.* *G. G.*



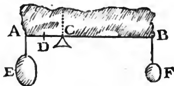
Certamente, se il legno A B, disteso fusse orizzontalmente, tutta la sua lunghezza A B servirebbe di leva, che appoggiata a' termini A, e B sarebbe forzata dalla potenza applicata nel mezzo F, secondo la direzione F D, che allora sarebbe perpendicolare all' orizzonte. Ma venendo lo stesso legno appoggiato col termine B al pavimento C B, e col termine A al muro C A, si scorcia la leva, e diventa della sola grandezza C B, che è la distanza perpendicolarmente frapposta a questi termini d' appoggio; e per questa ragione ben dice il Sig. Viviani, che in questo sito più difficile sia il piegare il legno, appunto in proporzione di A B a B C, che sono le leve adoperate dalla potenza nell' uno, e nell' altro caso. Ma circa allo spezzare il medesimo legno, parmi, che oltre la considerazione della leva più corta, vi sia ancora maggior sezione, e conseguentemente maggiore resistenza da superare; perchè spingendo all' ingiù, se il legno disteso fusse orizzontalmente, si sarebbe la rottura nella sezione D F perpendicolare alla lunghezza d' esso legno: ma essendo obliquo, e volendo pure spignere direttamente abbasso (purchè i termini A, e B stessero fermi, sicchè una simil pressione non facesse smucciare il legno coll' estremo B per C B, e coll' estremo A per A C) ne seguirebbe lo spezzamento nella sezione F E perpendicolare all' orizzonte, ed obliqua alla lunghezza di esso legno: la quale sezione è maggiore della prima in ragione di F E ad F D; onde per la prop. 3. cresce il momento della resistenza in proporzione del quadrato F E al quadrato E D, che per la similitudine de' triangoli D F E, C B A è la stessa colla ragione del quadrato A B al quadrato B C; sicchè aggiungendoci la difficoltà, che dipende dallo scorciamento della leva, la quale cresce di nuovo in ragione di A B a B C: pare che se ne dovrebbe inferire, che cresca la difficultà dello spezzamento in proporzione del cubo A B al cubo B C. Ma per illustrare meglio questo punto, si dovrebbe considerare la direzione d' ambi i sostegni B ed A, la quale non è la medesima, come quando disposti sono nella stessa linea orizzontale, e però ciò darebbe campo a molte particolari speculazioni, alle quali per ora non posso applicare, 263
avendo altre occupazioni alla mano, per cui ne vengo distratto.

Proposizione LXXIX. Quesito XXVI.

Sia qualunque solido A B, *il quale sostenuto in qualsivoglia punto* C, *interposto* *V. V. p. 30.*
fra

fra gli estremi A, B, *resti equilibrato dal peso delle sue parti, e de' pesi* E, F *attaccati ad essi estremi: sicchè sia in procinto di rompersi sopra l' appoggio* C. *Si cerca, se dovendo il medesimo solido star fitto nel muro, fino allo stesso punto* C, *di maniera, che l' una, o l' altra solamente delle sue parti, cioè* A C, *ovvero* C B *rimanesse fuori pendente in aria, vi si ricerchi lo stesso, o pur doppio peso di ciò, che prima si aveva in* C A E, *o in* C B F, *per fare che ne segua in tale stato lo strappamento?*

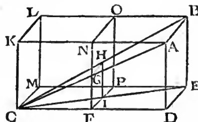
Pare a prima vista, che doppio peso vi si ricerchi; imperocchè, mentre i pesi C A E, C B F *superano la resistenza della sezione in* C, *è necessario, che l' uno, e l' altro abbia uguale momento, cioè che si equilibrino d' intorno al punto* C, *prima che ne segua la rottura; di maniera che il centro di gravità del solido, e de' pesi attaccati si ritrovi nel sostegno* C; *perchè qualunque volta il detto centro fosse dall' una, o dall' altra banda, come dentro la linea* C A *nel punto* D, *sarebbe impossibile, che il solido si rompesse: mentre il centro di gravità di tutta la mole si potrebbe muovere abbasso; e però*



sarebbe costretto a discendere (per la prima supposizione) tirando allo ingiù il complesso del solido, e de' pesi attaccativi tutto intero, fino attanto che non incontrasse ostacolo alcuno, da cui venisse fermato. Se adunque il momento del peso C A E *uguaglia il momento del peso* C B F, *ciò sarà lo stesso che dire, esservi d' uopo di due momenti uguali ciascuno al solo* C A E, *o al solo* C B F, *per superare la resistenza della sezione del solido in* C. *Quando adunque la parte* C B F *sarà impegnata dentro il muro, e la sola parte* C A *avanzerà fuori, la resistenza della sezione in* C *rimarrà la stessa di prima, e svanito essendo il momento del peso* C B F, *vi rimarrà solamente il momento del peso* C A E, *cioè la metà dei due momenti, che già cospiravano a fare la detta rottura; e però sarà necessario raddoppiare il momento* C A E *per fare che segua lo strappamento; di maniera che, se il peso* E *era di* 100 *libbre, ed il peso della parte del solido* C A *facea forza nell' estremo* A *come per libbre* 20, *onde tutto il momento fusse di libbre* 120, *pare che si doverebbero aggiungere in* A *altre* 120 *libbre, per fare che il solido in* C *si rompesse.*

Ma considerando meglio la cosa, ciò assolutamente non può essere, anzi si dee concludere, che lo stesso peso appunto basti in questo caso a fare lo strappamento, servendo il muro stesso per quel contrappeso C B F, *che manca dall' altra parte.*

G. G. L' apparente discorso addotto sul principio dal Sig. Viviani per concludere, che
264 si ricercasse doppio peso per istrappare dal muro una di quelle parti del solido, che prima si equilibrava coll' altra sopra un sostegno posto nel mezzo d' entrambe, siccome passò per la mente al nostro Autore nella sua giovinezza, e fu poscia da lui avvedutamente corretto; così non è da stupirsi, che un altro Autore assai celebre in queste materie tacitamente supponesse ciò nella prop. 2. del lib. 2. *De resistentia solidorum*, come principio per se noto, ma è ben maraviglia, che nè meno in sua vecchiezza sapesse egli rinvenirsi dell' errore, anzi pretendesse con un simile paralogismo convincere me di grosso abbaglio commesso nel confutare la citata, con altre sue proposizioni. Veggasi il discorso di A. M. stampato in Lucca del 1714. alla pag. 47. ove supponendo, che un peso posto in C si equilibri colla resistenza della base A E d' un prisma A C M fitto nel muro, ne raccoglie, che se il prisma staccato dal muro si ponesse in bilico



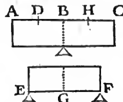
lico sopra la linea F P posta nel mezzo del prisma, lo stesso peso rimanente in C averebbe oramai la metà sola del momento di prima (il che fin qui è verissimo) e che però uguaglierebbe *la metà della resistenza* della sezione N O P F (uguale all' altra A B E D) onde supponendosi un altro peso attaccato al termine D, uguale a quello che era in C, si verrebbe ad equilibrare *l' altra metà della detta resistenza*; sicchè tra tutt' e due si equilibrerebbero colla medesima intera resistenza della sezione suddetta N O P F. Il che (con sua buona pace) non è vero altrimenti. Perchè l' altro peso attaccato in D, equilibrerà bensì il solido, sicchè non trabocchi dall' altra banda per l' azione del peso posto in C, ma non faranno già sufficienti tutti due que' pesi insieme ad equilibrare la resistenza O F, con mettere in procinto il solido di rompersi su l' appoggio P F. Essendo perciò necessario, che siccome il peso posto in C colla distanza C F ha solo la metà del momento, che avea prima colla distanza C D, per vincere dalla sua parte la resistenza della sezione; così nello stesso punto C, alla distanza C F si ponga un peso doppio di prima (ed altrettanto poi dall' altra banda in D) perchè giunga ad avere ciascuno d' essi dalla sua parte un momento uguale alla resistenza da superarsi: nulla giovando, che l' altro peso uguale al primo si ponga dall' altra parte in D, dove non è d' ajuto a tirare dalla banda di C, ma solo fa una parte di quell' azione, che prima faceva il muro, quando vi era impegnato, dentro il solido, come acutamente ha avvertito in questo luogo il Sig. Viviani. Perchè in somma (come 265
dico nella parte terza della mia risposta Apologetica, confutando il suddetto discorso cap. 5. n. 6.) l' effetto dello strappare un solido sempre ha da dipendere da due forze contrarie, delle quali l' una tiri per un verso, l' altra o tenghi forte dal canto suo, o tiri dalla banda opposta, sicchè non tutte le parti del solido si muovono verso le stesse bande, secondando l' impressione della forza attaccatavi.

Il che, a mio credere, dipende da questo, che la stessa coerenza delle parti del solido è cagionata da certe forze (qualunque elle sieno, o si riferiscano all' interna disposizione, ed intralciamento delle parti della materia, quinci e quindi contigue alla sezione, o provengano dalla pressione del fluido ambiente, o derivino da qualsivoglia glutine interposto) le quali premono l' una contro dell' altra, spingendo questa parte contro di quella, e quella vicendevolmente contro di questa: appunto come due Lottatori, affrontatisi con ugual forza, si urtano e si sostengono reciprocamente, mantenendosi uniti; onde per disgiungerli, non basta, che alquante forze si applichino per distaccare l' uno, se intanto altre forze uguali non accorrono a tener fermo l' altro, o a ritirarlo indietro dalla lotta; altrimenti quello de' competitori, a cui niuna forza si applicasse, per tenerlo fermo, o per rimuoverlo dal contrasto, seguitando ad urtare il compagno, si lascierebbe trasportare a seconda dalla piena di quelli, che applicati fussero a ritirare l' altro dal duro cimento. E così è verissimo, che il muro, in cui sta fitto un solido, equivale appunto ad un contrappeso, che equilibrasse l' azione dello stesso solido, o de' pesi attaccativi, se in vece d' essere impegnato immobilmente nel muro, fusse posto in bilico nella stessa sezione: essendo che esso muro caricando la porzione del solido, che tanto o quanto entra dentro di esso, la fer-

ma, e gl' impedifce di muoverfi al muovimento dell' altra parte del folido, che refta al di fuori; onde fe l' azione di effa, e de' pefi aggiuntivi prevale alla coerenza delle fibre, che connettono una parte coll' altra, ne fegue lo ftrappamento, e la feparazione di quefta da quella.

Propofizione LXXX. Quefito XXVII.

V. V. p. 9. *Se il cilindro* A B *fitto nel muro è baftante a fpezzarfi in* B, *cioè a fuperare la refiftenza* B *col proprio pefo, e colla leva* A B: *aggiungendo dall' altra parte altrettanto cilindro* B C, *fi cerca, fe la medefima refiftenza* B *venga violentata con doppia forza; e fe per ifpezzarfi col foftegno in mezzo, voglia effere la metà più fottile, o di lunghezza media proporzionale tra* A B, *e* B D *metà di* A B?



G. G. Secondo il Galileo, è manifefto che B C ugualmente groffo, ed ugualmente lungo di A B, tiene in equilibrio lo fteffo A B, e tutte due infieme pareggiano la fteffa refiftenza della fezione B, che veniva pareggiata dal folo A B fitto nel muro colla fua teftata B; mentre dice efpreffamente pag. 77. della prefente edizione. *Il cilindro, che gravato dal proprio pefo farà ridotto alla maffima lunghezza, oltre*
266 *alla quale più non fi fofterrebbe, o fia retto nel mezzo da un folo foftegno, o da due nell' eftremità, potrà effere lungo il doppio di quello, che farebbe fitto nel muro, cioè foftenuto in un fol termine.* Ed il dubbio del Sig. Viviani refta di già rifoluto da lui medefimo nella prop. antecedente, offervando, che quando A B è fitto nel muro, lo fteffo muro fa la forza dell' altro contrappefo B C, di momento pari a quello della porzione B A, che fporge fuori del muro; onde nell' uno, e nell' altro cafo la refiftenza B è violentata dalla medefima azione di due forze uguali, e contrappofte; ed è giufto, come fe un filo fi attaccaffe coll' eftremo fuo ad un muro, e dall' altro capo fi tiraffe fino ad effere in procinto di romperlo; o pure da un capo, e dall' altro fi applicaffero due forze oppofte per iftrapparlo, che fempre l' effetto dipenderebbe dalla fteffa quantità di forze applicate, non giammai tutte da una banda, ma fempre parte da un capo, e parte dall' altro.

Circa poi il dover effere la lunghezza del cilindro pofto in bilico tale, che ciafcuna delle fue parti fia media proporzionale tra la A B, e la B D metà di effa, come accenna il noftro Autore; ciò fi verifica, quando debba il cilindro appoggiarfi a due foftegni pofti negli eftremi, come avvertì Monsù de la Hire nella prop. 126. delle fue meccaniche; ma non già nel cafo, che reggere fi debba fopra un foftegno pofto nel mezzo; anzi nè meno quando fi regga da due bande, qualora venga caricato ancor per di fopra, e fortemente impegnato il cilindro dall' una, e dall' altra parte nel muro: nel qual cafo è veriffima la fentenza del Galileo di fopra accennata; conforme diffi nella mia rifpofta Apologetica pag. 123.

Che fe alcuno bramaffe la dimoftrazione di ciò, che di fopra ho detto con Monsù de la Hire, acciocchè non nafca verun dubbio dalle oppofizioni fattemi in contrario, quando nel luogo citato abbracciai quella dottrina, eccomi pronto a foddisfarlo.

Softengafi il cilindro A C fopra il foftegno corrifpondente al fuo mezzo B, equilibrato, ed in procinto di romperfi nella fezione B: e fia la lunghezza E F d' un altro cilindro ugualmente groffo, appoggiato a due foftegni ne' termini E, F, media proporzionale fra tutta la A C, e la metà fua A B (onde confeguentemente, dividendolo per mezzo in G, farà la G E, ovvero la G F, media proporzionale

tra

tra la A B, e la sua metà B D) Dico che questo con uguale momento, verso la resistenza della sezione di mezzo G, rimarrà precisamente sopra i detti sostegni appunto equilibrato.

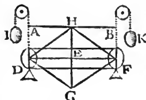
Imperocchè essendo la metà del peso A C, cioè il peso di A B, applicato nel suo centro di gravità D, e l' altra metà B C nel suo centro H, per far forza sopra la resistenza della sezione B; e similmente reggendosi la metà del peso E F dal sostegno E, e l' altra metà dal sostegno F, colle distanze G E, G F medie proporzionali fra le lunghezze A'B, BD; sarà A B ad E G, cioè la metà del peso A C alla metà del peso E F, come reciprocamente la distanza E G alla distanza D B, dalle quali dipendono; e però saranno uguali i loro momenti. Si dirà lo stesso dell' altre due metà d'ambi i pesi, applicate similmente a rompere l' uguali resistenze B, G; adunque averà la stessa forza il silindro A C sopra la resistenza B, che il cilindro E F sopra una pari resistenza G; quando sia E G media tra l'intera A C, e la sua metà A B. Il che si dovea dimostrare.

Nè sarebbe ragionevole l'opporre, che la metà del peso E F, cioè E G penda dal sostegno E con una distanza uguale alla metà di E G, dove sarebbe il centro di gravità del cilindro E G, e non da tutta la E G, come si è supposto nell' addotta dimostrazione; perchè tutto il peso del cilindro E F gravitando 267
nel suo centro G, è manifesto, doversi immaginare ambidue le metà di esso ivi raccolte nel punto G, e non altrimenti distribuite, sicchè l' una graviti nel punto di mezzo fra G, ed E, e l' altra nel punto di mezzo fra G ed F, come accaderebbe se fussero staccate, e non connesse in G, che se la coerenza delle parti non le richiamasse tutte in un centro comune, ognuna dell' infinite parti, che il cilindro compongono, doverebbe esercitare la sua forza in un centro particolare, e distinto, e non cospirerebbero tutte a maniera d'un solo peso, siccome fanno, avanti d' essere staccate l' una dall' altra.

Ma perchè la cosa è di grandissima importanza, nè manca chi ha preteso di oscurare la verità con apparenti ragioni, acutamente inventate per difendere il suo impegno, ed incaricare me di gravissimo sbaglio, non sarà se non bene lo scoprire la fallacia di chi (Discorso di A. M. pag. 55.) francamente asserisce, che le due metà d' un cilindro, o prisma appoggiato ne' suoi estremi *non hanno per leve favorevoli*, *se non le metà* delle lunghezze, che sono dal mezzo a ciascun termine del solido, ed aggiugne (pag. 56.) che il peso di un cilindro allora solamente tutto si raccoglie, ed esercita la sua energia sul proprio centro di gravità, *quando pende in aria liberamente*, *senza esser retto da alcun sostegno*; ma quando è appoggiato ne' suoi estremi a due sostegni, *i quali vengono a scemarli la metà del suo peso*, *l' altra sua metà sola viene ad esercitare la sua forza nel centro di gravità*. Nella quale dottrina erronea molti sbagli si contengono, essendo cosa impossibile, *che un peso penda in aria*, *senza esser retto da alcun sostegno*; e però non farebbe mai forza un solido nel suo centro di gravità, se non in caso, che miracolosamente pendesse in aria senza che alcuna cosa il reggesse; nè essendo vero, che i sostegni *scemino la metà del peso d' un solido*, che sia appoggiato, onde gli rimanga solamente *l' altra metà da esercitarsi nel centro di gravità*; imperocchè i due sostegni reggono tutto il peso, e da esso con vicendevole azione sono premuti, di maniera però che mezzo il peso si appoggi all' uno, e mezzo all' altro, senza verun dispendio dell' azione della gravità da esercitarsi appunto nel mezzo, dove è il centro del solido, con tutto il suo momento, il quale non viene diminuito, ma bensì equilibrato con azione contraria da' sostegni; altrimenti ne seguirebbe, che siccome al parere di questo Autore un solido appoggiato a due sostegni pesa nel centro per la metà sola della sua gravità; appoggiandosi poi a 4. ovvero 6. sostegni, dovrebbe premere con un quarto, o con un sesto solo della gravità sua; e sostenendosi sopra l' orlo d' un

corpo stabile equivalente ad infiniti sostegni, non dovrebbe premere più per niente; e così un cavallo, che si regge su quattro piedi, un palco eretto sopra sei pilastri, una cupola d' ogn' intorno appoggiata sul cornicione, che la circonda, non dovrebbero aggravare nel centro loro, se non per una parte quarta, sesta, o infinitamente piccola del loro gran peso. Il che se è assurdo, si concluda, che i sostegni non iscemano adunque in conto alcuno la gravità de' solidi, nè impediscono, che non l' esercitino tutta nel centro loro: come forse meglio potrà intendersi colla seguente costruzione.

S' intenda sospeso il cilindro D F con due fili D A, F B perpendicolari all' orizzonte, i quali passando per due troclee fisse per di sopra sieno tirati da' due pesi I, K abili ad equilibrarsi col medesimo solido D F; sarà certamente ciascun
268 d' essi pesi uguale al peso della metà del cilindro, e tutti e due insieme uguali al totale peso D F. E perchè in ogni equilibrio di forze contrapposte, ed ugualmente distanti dal centro del moto, come accade in questo caso, mercè le suddette troclee, fra i pesi K, ed I da una banda, ed il cilindro D F dall' altra, conviene che ugualmente prema dal suo canto la forza, che tira da un canto, e l' altra, che tira dall' altro lato: egli è pure evidente, che il cilindro D F, con tutto che sia retto in ambi gli estremi, dovrà premere nel centro di gravità E con tutta la forza del suo peso, siccome li due contrappesi I, K con tutta l' energia del peso loro, uguale a quello del cilindro D F premono altresì dal canto suo, ed è vanità l' immaginarsi, che il peso D F per la metà sia sostenuto, e solo per l' altra metà graviti; ora lo stesso accade, se rotti i fili D A, F B, o rimossi i contrappesi I, K, si lascia posare il cilindro D F sopra due sostegni sottoposti all' estremità: i quali sostegni lo spigneranno all' insù, e lo reggeranno, appunto come prima faceano i suddetti fili, ed i contrappesi attaccativi; e ciò senza impedire punto l' azione della totale gravità di esso cilindro, la quale si eserciterà come prima nel centro E con tutto il suo momento.

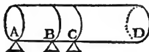


Del che per avere ancora più chiara idea si consideri, che la forza, d' onde dipende la coerenza delle fibre d' un solido, (come si è detto di sopra) dee essere secondo la direzione dell' asse del cilindro, che passa per tutti i centri di gravità delle sue sezioni: e che questa forza opera con due direzioni direttamente opposte, calcando una sezione contro l' altra contigua. Immaginandosi adunque la detta forza, che tiene unite le fibre del solido nella sezione E, rappresentarsi dalla linea D F, di cui la parte F E ci esprima l' azione che spinge da F verso E; e la parte D E ci figuri l' altra contrapposta azione, che ugualmente preme viceversa da D verso E, queste due forze essendo uguali, e direttamente opposte, si equilibrano; sicchè in virtù di esse le parti del cilindro stanno unite, movendosi di conserva, quando da una sola forza, quale sarebbe la gravità, venissero tirate al basso per la direzione E G, la quale non si oppone a veruna delle detter direzioni F E, D E, ma è loro indifferente. Ma essendovi di più due forze, che spingono al contrario di E G, come sono i contrappesi I, K, o in vece d' essi i sostegni D, F, da' quali viene retto il cilindro, per ritrovare ciò che risultar debbe da queste azioni, si faccia, come la forza, che premendo da F verso E contribuisce alla resistenza del cilindro, sta alla forza del sostegno F, ovvero del contrappeso K, così E F ad F B; e compiendo il rettangolo E F B H, si averà nel diametro F H la forza composta da ambedue, come è notissimo a' Meccanici, e da me fu dimostrato nell' *Epistola de momento*

gra-

gravium pag. 13. e similmente dall' altra forza, che concorre alla resistenza della sezione E per la direzione D E, e dalla forza del sostegno D, o del contrappeso I, nella direzione D A, si comporrà la forza D H, che risulta da entrambe; e finalmente compiendo il parallelogrammo D H F G, si averà nel diametro G H la forza composta delle due F H, D H, cioè delle G D, G F; alla quale forza G H debbe essere uguale la forza del peso esercitato dal cilindro D F (o da un peso avventizio G sospeso in E, quando si astragga dal peso d' esso cilindro) mercecchè debbe contrastare alla detta forza, eludendone l' effetto coll' azione contraria nella direzione H G; e però il peso esercitato dal 269
cilindro F D (o dal peso G surrogato in vece d' esso) nel centro E starà alla forza esercitata da ciascuno di detti sostegni (come F, o dall' equivalente contrappeso K) come H G ad F B, cioè ad H E, e però la detta forza di peso esercitata in E sarà dupla della forza del contrappeso K, o del sostegno F; sicchè essendo (come mostra la sperienza a chi non si appaga della ragione) il peso K una metà del peso totale del cilindro D F, dovrà esso cilindro esercitare nel centro E una forza uguale a tutto il suo peso: e similmente il peso G che (astraendo dalla gravità del cilindro) si dovesse a tale effetto in E surrogare, essere dovrebbe uguale a tutto il peso d' esso cilindro, come io avea detto, e non alla sola metà, come pretende il censore.

Una sola opposizione di qualche momento mi fu fatta da un chiaro Geometra; ed è che se un cilindro A D è sostenuto ne' termini A, D per impedire la gravitazione di esso nel centro C, basterebbe sottoporvi il sostegno C, il quale ivi si opporrebbe all' azione della gravità del cilindro esercitata in C; ma il sostegno C, dovendo reggere la metà della parte C D, e



la metà dell' altra parte C A, non dovrà sostenere, se non la metà dell' intero cilindro A D; adunque pare, che la pressione esercitata da esso cilindro nel centro C non possa essere se non uguale alla metà del peso A D.

A ciò risposi, che primieramente il discorso proverebbe, che in qualsivoglia punto B fuori del centro C del cilindro, operi la gravità di esso colla metà sola della sua azione; perchè similmente collocando un sostegno B per sostenerne la forza, questo si troverebbe carico della metà di B D, e della metà di B A, cioè della metà di tutta la A D; e però in ogni luogo il cilindro premerebbe colla metà del suo peso, quando presso a' sostegni non può avere azione così sensibile.

In secondo luogo conviene avvertire, che quando si sottopone il sostegno C al mezzo del cilindro A D, ciascuno de' sostegni estremi A, e D viene sollevato dal peso, che prima sorreggeva, essendo che prima ognuno d' essi sosteneva la metà del cilindro A D, ed ora solamente ne reggono un quarto per uno: cioè al D tocca una metà del cilindro C D, ed all' A una metà dell' A C, gli altri due quarti rimanendo appoggiati al sostegno C; d' onde si deduce, che il sostegno C non regge altrimenti tutta l' azione, che il cilindro A D esercitava in C, ma la divide in due ugualmente; sicchè quindi innanzi tutta la parte A C graviti nel mezzo fra A, e C; e tutto il resto graviti nel mezzo fra C, e D, come se fussero due cilindri divisi; e per tanto ciò nulla serve per provare, che in C, avanti che si ponesse il sostegno, gravitasse il cilindro colla metà del suo peso, piuttosto che col peso totale di se stesso.

270

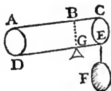
Pro-

Proposizione LXXXI. Quesito XXVIII.

270
V. V.
p. 43. *Sia il cilindro grave* A E, *sostenuto fuori del mezzo in* G. *Cercasi il peso, che si dee attaccare in* E, *acciocchè la parte* B E *del cilindro faccia equilibrio coll' altra parte* A G.

Si faccia, come la leva B C *alla* B A, *ovvero come il peso* B E *al peso* B D, *così il peso* B D *ad un altro, dal quale si cavi il peso* B E; *e dell' avanzo si prenda la metà* F, *che questa sarà il peso, il quale attaccato in* E, *colla parte* B E *equilibrerà l' altra parte* B D.

G. G. Imperocchè tal momento ha il peso F attaccato in E, quanto averebbe il doppio di esso attaccato nel mezzo di G E (per essere così i pesi reciprochi alle distanze) dove pure s' intende che faccia forza nel suo centro di gravità il peso della parte B E; siccome il peso dell' altra B D fa forza nel mezzo della D G; dunque, in caso d' equilibrio, debb' essere, come B C a B A, o come il peso B E al peso B D, così B D all' aggregato di B E, e del doppio di quel peso, che dee a tale effetto attaccarsi in E; e però il peso da attaccarsi in E è la metà di ciò, che rimane, cavando dal detto peso quarto proporzionale, il peso B E, come dice il Sig. Viviani.

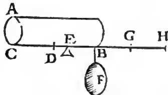


Proposizione LXXXII. Quesito XXIX.

V. V.
p. 44. *Sia il cilindro grave* A B *orizzontale sostenuto fuori del mezzo della sua lunghezza, come in* E; *è chiaro, che la parte maggiore* A E *preponderer à. Cercasi, per mantenerlo orizzontale quanto peso si dovrà sospendere nell' estremità* B.

Sia B D *metà della lunghezza* B C, *e facciasi come* B E *ad* E D, *così il peso di tutto il cilindro* A B, *al peso* F, *che questo sarà il cercato da sospendersi in* B.

Poichè di tutto il cilindro A B *il centro di gravità è nel mezzo, cioè in* D; *e del peso* F *il centro di gravità è sospeso in* B; *adunque il centro comune di gravità del cilindro, e del peso* F *sarà in quel punto, che divide la distanza de' centri in reciproca proporzione de' pesi. Ma si fece, come il cilindro* A B *al peso* F, *così* B E *ad* E D; *adunque in* E *sarà l'equilibrio. Il che ec.*



G. G. Questa è la stessa colla precedente, ma ho stimato bene di aggiungerla, per l' ingegnosa, ed elegante maniera adoperata nel dimostrarla, con provare, che così il centro comune di gravità del cilindro, e del peso attaccato corrisponde al luogo del sostegno E; onde non potendo questo muoversi allo ingiù, è forza che il tutto stia fermo in equilibrio, a tenore della terza supposizione.

Proposizione LXXXIII. Quesito XXX.

271
V. V.
p. 44. *Per lo contrario, se un peso* F *sarà attaccato all' estremità d' un cilindro, come* A B, *cercasi in qual punto della sua lunghezza si debba sottomettere un sostegno, in modo che, stando il cilindro orizzontale, si faccia l' equilibrio?*

Dividasi C B *per mezzo in* D, *e facciasi, come il peso del cilindro* A B *al peso* F,

F, *così* B E *ad* E D, *che il punto* E *sarà il cercato, e si dimostrerà come sopra, perchè i detti pesi sono sospesi con i loro centri di gravità in distanze reciproche dal sostegno* E; *che però ec.*

Corollario I. *Se dunque il peso* F *da appendersi all' estremità* B, *sarà dato uguale al peso del cilindro* A B, *si dovrà mettere il sostegno* E *in tal luogo, che la lunghezza* C E *sia tripla della* B E; *perchè divisa per mezzo* C E *in* D, *sarà allora la* E B *uguale alla* E D; *ma per la precedente proposizione, facendosi come* B E *ad* E D, *così il peso* A B *al peso* F, *questo è quello, che debbe appendersi in* B, *acciocchè si equilibri col dato cilindro nel sostegno* E: *adunque il peso* A B *è uguale al peso* F.

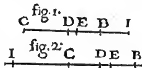
Corollario II. *E se vorremo, che il peso* A B *al peso* F *abbi una data proporzione di* G B *a* B H, *sarà necessario dividere la* B D *in modo, che la* E B *alla* E D *abbia la proporzione di* G B *a* B H; *ed il punto* E *sarà il sostegno.*

Corollario III. *Ma se vorremo mettere il sostegno in luogo, che poi tanto pesi la parte del cilindro* B E, *quanto il solido* F; *dovrà dividersi la* D B *in modo, che il rettangolo di tutta la* C B *nella parte di mezzo* D E, *sia uguale al quadrato* B E; *perchè allora sarà, come* D E *ad* E B, *così il peso* F *al peso* A B, *ovvero così* E B *alla* C B; *ma come* E B *alla* C B, *così il peso di* B E *allo stesso peso* A B; *adunque tanto pesa* F, *che* B E.

Corollario IV. *E se vorremo, che il peso* F *pesi tanto, quanto la parte* C E: *si dovrà segare la* D B *in* E *in modo, che il rettangolo di tutta la* C B *nella parte di mezzo* D E *sia uguale al rettangolo* C E B; *perchè allora sarà, come* C B *a* C E, *così* E B *a* D E; *ma* C B *a* C E *sta come il peso* A B *al peso* A E, *ed* E B *a* D E *sta come lo stesso peso* A B *al peso* F, *quando si fa l' equilibrio; adunque i pesi* A E, *ed* F *sono uguali.*

I due problemi supposti dal Sig. Viviani nel coroll. 3. e 4. si sciolgono nella seguente maniera. *G. G.*

Data una retta C B (fig. 1. divisa per mezzo, o più generalmente divisa in qualsivoglia proporzione) nel punto D: talmente di nuovo segarla in E, che il rettangolo di C B in D E uguagli il quadrato di E B.



Alla retta C B si applichi un rettangolo eccedente d' una figura quadrata, ed uguale al dato C B D; e sia questo C I B; ed alla B I pongasi uguale la B E; poichè dunque il rettangolo C B D, cioè i due C B E, e C B in D E, uguagliano il rettangolo C I B, cioè la somma del rettangolo C B I, e del quadrato B I, ovvero i due C B E, e quadrato B E; tolto di comune il rettangolo C B E, sarà C B in D E uguale al quadrato di E B; Il che ec.

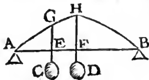
Ma se data la retta C B (fig. 2. divisa per mezzo) o in qualsivoglia ragione in D, si vorrà dividerla altrove in E in maniera, che il rettangolo di C B in D E uguagli il rettangolo C E B.

Alla retta C B si ponga per diritto la C I uguale ad essa; ed alla retta I B si applichi un rettangolo uguale al dato C B D, mancante però d' una figura quadrata; e sia questo rettangolo I E B. Adunque il rettangolo C B D, cioè la somma de' rettangoli C B E, e C B in D E, ugualia il rettangolo I E B, che è quanto dire i due rettangoli I C in E B, e C E B; tolgansi da questa, e da quella parte i rettangoli C B E, ed I C in E B, che sono uguali, rimarrà C B in D E uguale al rettangolo C E B. Il che ec. 272

Pro-

Proposizione LXXXIV. Teor. LIV.

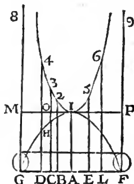
V. V. p. 41. *La scala de' momenti di pesi uguali* C, D *attaccati ad una libra sostenuta ne' suoi estremi* A, B, *sta nelle linee* E G, F H *della parabola* A H B, *parallele al diametro*, *essendo la libra* A B *base di detta parabola*.



G. G. Imperocchè i detti momenti sono, come i rettangoli A E B, A F B, fatti dalle parti di essa libra, come dimostra il Galileo nella proposizione 13. Ma a questi rettangoli sono proporzionali le linee G E, H F tirate nella parabola parallele al diametro. Dunque ec.

Proposizione LXXXV. Teor. LV.

V. V. p. 41. *Le resistenze d' un cilindro ne' punti* A, B, C, D, E, L *ec. sono come le linee* A I, B 2, C 3, D 4, E 5 *ec. terze proporzionali dopo l' applicate nella parabola*, *e nel parallelogrammo circoscritto*, *equidistanti al diametro*.



Poichè la resistenza in A *alla resistenza in* C *sta*, *come il rettangolo* G C F *al rettangolo* G A F, *secondo il Galileo*, *cioè come la linea* C H *alla* A I, *cioè come* C O *a* C 3, *ovvero come* A I *a* C 3; *dunque se la resistenza* A *si ponga essere la* A I, *la*
273 *resistenza in* C *sarà la* C 3; *e così dell' altre*; *Il che ec.*

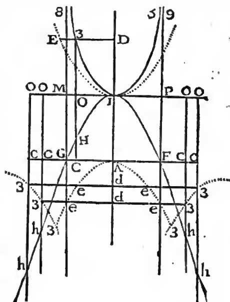
E perchè la linea 1 2 3 4 *non concorre mai colla retta* G 8, *di qui è manifesto*, *che le resistenze verso il punto* G *vanno crescendo sempre*, *facendosi maggiori di qualunque data forza*, *e nel punto* G *volervi forza infinita*, *perchè la linea* G 8, *che è terza proporzionale dopo il punto* G, *e la linea* G M, *è infinita*.

Nota, *che la curva* 1 2 3 4 *è una iperbole seconda*.

G. G. Molte sono le curve, che possono meritare il nome di *seconda iperbola*; però non avendo il Sig. Viviani dichiarato particolarmente il suo pensiero, non sarà superfluo l' esaminare in questo luogo, come verificare si possa il suo detto, acciocchè alcuno ingannato non rimanga, pensando ch' egli intenda dell' *iperbola quadratica*, che più comunemente per *seconda iperbola* viene computata: quella cioè, in cui i quadrati delle ordinate ad un asintoto, sono reciprocamente come le porzioni d' esso asintoto tagliate dal centro: o pure di quella, in cui i quadrati dell' ordinate ad un diametro fossero come i parallelepipedi contenuti dal quadrato d' una parte, e dalla lunghezza dell' altra parte d' esso diametro intercette fra detta ordinata, ed i termini del trasverso; o in somma d' altra curva, che abbia più manifesta relazione, ed analogia coll' iperbola ordinaria, che non ha veramente la curva in questo luogo descritta.

Si osservi per tanto, che il profondo, e celebratissimo Matematico d' Inghilterra il Cav. Isacco Nevvton, nel trattato che stampò delle linee del terz' ordine, acutamente notò, potersi dividere le iperbole in più generi, secondo il numero degli asintoti, che ad esse potevano convenire, dicendo: *Hyperbola primi*,

mi generis duas habet asymptotos, ea secundi tres, ea tertii quatuor, & non plures habere potest, & sic in reliquis. Quindi si rifletta, che continuando la descrizione della curva proposta dal nostro Autore, con adattare la stessa costruzione alla parabola prolungata per di sotto, prendendo le *c* 3, *c* 3 da per tutto terze proporzionali alle *c* h, *c o*; dal che si vede, che oltre la parte superiore 3 1 5 della curva, che giace fra' due asintoti paralleli G 8, F 9, ne nascono due altre parti, o gambe inferiori 3 3, 3 3, alle quali, oltre i suddetti due asintoti continuati, si aggiunge per terzo asintoto la G F prolungata; e però, secondo la distribuzione fatta dal suddetto Nevvton, si riconosce questa curva per un' *iperbola del secondo genere*; ed è appunto quella, che da lui si descrive per la specie sessagesima, e si asserisce essere un *iperbolismo della iperbola*, che in ordine è il quarto: intendendo per iperbolismo 274 la figura nata dall' applicare il rettangolo contenuto dall' ordinata di una sezione conica, e di una data retta, alla porzione comune tagliata nel diametro da uno de' suoi termini. Come nel nostro caso, essendo l' iperbole opposte E, A *e*, il cui asse trasverso sia A, ed il secondo asse conjugato sia uguale a ciascuna delle rette A G, A F; e presa qualunque ordinata dell' iperbola D E, si faccia, come A D a D E, così A I a D 3 (e similmente nell' opposta sezione, come A *d* a *d e*, così A a *d* 3) la figura 1 3, coll' altre sue parti 3 3 quindi nate, chiamasi dal Nevvton *iperbolismo dell' iperbola*, ed è la sessagesima specie dell' iperbole del secondo genere.

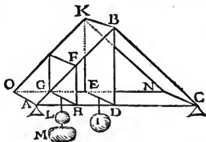


Ora questa non essere altra, che la curva sopra descritta dal Sig. Viviani, si dimostra così. Essendo il quadrato A D al quadrato D E, come il quadrato A I al quadrato D 3, cioè al quadrato A C; ed il quadrato D E al rettangolo I D A essendo nell' iperbola, come il quadrato del secondo diametro A G al quadrato di A I: sarà per l' ugualità perturbata, il quadrato A D al rettangolo I D A, come il quadrato A G al quadrato A C; e per la conversione di ragione, il quadrato A D al rettangolo D A I (cioè la retta D A, o pure 3 alla A I) sarà come il quadrato A G al rettangolo G C F, che nella parabola è appunto, come la A I alla C H; onde la C 3 è terza proporzionale dopo le due C H, A I, secondo la costruzione del Sig. Viviani; e per tanto la curva da lui qui descritta è la medesima con questa specie di seconda iperbola considerata dal Nevvton.

E' manifesto, che il lato retto dell' iperbole I E, A *e* è lo stesso con quello della parabola G I F, cioè la terza proporzionale dopo le due I A, ed A G.

Proposizione LXXXVI. Teor. LVI.

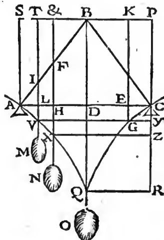
V. V. p. 25. *Sia il prisma triangolare* A B N, *di cui la faccia rettangola* A N *sia parallela all' orizzonte, e sia sostenuto sopra l' estremità* O A, C N; *e sia il peso* I *nel mezzo della leva* A C, *che pareggi la resistenza della sezione di mezzo* B E; *e l' altro peso* L *fuori del mezzo, che pareggi la resistenza della sezione* F G; *Dico che tali pesi assoluti* I, L *hanno tra di loro la proporzione delle parti disuguali* C H, H A.



Poichè inteso in H *il peso* M *uguale ad* I, *essendo il momento del peso* L *uguale al momento dela resistenza* F G, *ed il momento* I *pareggiando il momento della resistenza* B E, *sarà il*
275 *momento di* L *al momento di* I, *come il momento della resistenza* F G, *al momento della resistenza* B E, *cioè per la prop.* 3. *come il quadrato* F H *al quadrato* B D, *o pure come il quadrato* A H *al quadrato* A D, *cioè al rettangolo* A D C; *ma il momento* I *al momento* M, *per la prop.* 84. *sta come il rettangolo* A D C *al rettangolo* C H A; *dunque per l' ugual proporzione, il momento di* L *al momento di* M, *cioè il peso assoluto di* L *al peso assoluto di* M, *ovvero al peso assoluto* I, *sta come il quadrato* A H *al rettangolo* C H A: *cioè come la linea* A H *alla* H C; *Il che si dovea dimostrare.*

Proposizione LXXXVII. Quesito XXXI.

Si cerca la scala, che dimostri, con quale proporzione vadano scemando dal mezzo D *i pesi assoluti, che pareggiano le resistenze di varie sezioni nel suddetto prisma triangolare.*



Prolungata la B D, *si faccia ad essa uguale la* D Q, *e intorno al triangolo* A B C *facciasi il rettangolo* A S P C, *e con gli asintoti* P S, P C, *pel punto* Q *descrivasi l' iperbola* Q A, *che necessariamente passerà per* A (*essendo il rettangolo* S D *uguale al* B C, *cioè al* D R, *ed aggiunto di comune* B C *riuscendo tutto lo* S C *uguale a tutto il* B R, *e però i punti* Q, A *essendo nella medesima iperbola, riguardante gli asintoti* S P R) *e similmente con gli asintoti* S A, S P *descrivasi per lo stesso punto* Q *l' iperbola* Q C, *che pure passerà (per la stessa ragione) per* C. *Dico, che l' applicate* D Q, H X, L V, E G *ec. sono le misure de' pesi assoluti* O, N, M, *ec. che pareggiano i momenti delle sezioni* D B, H F, L I *ec. Imperocchè uguagliandosi i rettangoli, per esempio* A P, X P: *tolto di comune* H P, *sarà il rettangolo* S H *uguale al rettangolo* H Z, *onde* A H *ad* H C

(*cioè*

(cioè per il precedente, il peso N *al peso* O *) sarà come* X H *ad* H & , *cioè a* D B, *o pure a* D Q; *onde in dette linee* X H, D Q *sta la proporzione de' pesi* N, O; *e però l' iperbola descritta è la scala, che si cercava.* 276

Proposizione LXXXVIII. Teor. LVII.

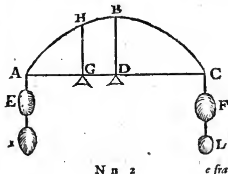
Sia il prisma parabolico A B C, *di cui la base rettangola* A G *sia parallela all' orizzonte, e sia sostenuto nell' estremità* A C; *e sia inteso segato con due piani paralleli* B D, E F *retti alla base. Dico, che i pesi assoluti* H, I, *che pareggiano i momenti delle resistenze* B D, E F, *sono tra loro, come le medesime sezioni* B D, E F, *o come l' altezze* B L, E M *delle medesime sezioni.* V. V. p. 26.

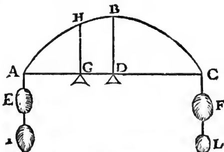
Poichè immaginato un peso N *eguale ad* H, *ed appeso in* M F, *e presa la* M O *terza proporzionale delle* B L, E M; *essendo che il momento di* N *al momento di* H *sta, come il rettangolo* C M A *al rettangolo* C L A, *cioè (per la prop.* 84. *) come la linea* E M *alla* B L; *ed il momento di* H *al momento di* I, *sta come il momento della resistenza* B D *al momento della resistenza* E F *(pareggiandole) cioè, come il quadrato dell' altezza* B L *al quadrato dell' altezza* E M *(per la prop.* 3. *) o pure come la prima* B L *alla terza* M O; *adunque per l' ugual proporzione, il momento di* N *al momento di* I *sta come la* E M *alla* M O, *cioè come la* B L *alla* E M; *ma il momento di* N *al momento* I *sta come il peso assoluto di* N *al peso assoluto di* I, *cioè come il peso assoluto di* H *al peso assoluto di* I; *adunque il peso assoluto di* H *al peso assoluto di* I *sta come* B L *ad* E M, *che sono l' altezze delle sezioni, o come la medesima sezione* B D *alla sezione* E F; *Il che ec.*

Corollario. *Quindi è chiaro, che la scala de' pesi, che spezzano tal solido, sta nelle linee applicate parallele al diametro della stessa parabola* A B C.

Proposizione LXXXIX. Teor. LVIII. 277 V. V. p. 29.

Siano le due parabole A B D, C B D *sopra la stessa base* B D, *e con gli assi uguali* A D, C D *posti in dirittura, e sia la superficie* A B C *la faccia anteriore di un solido prismatico, che abbia l' opposta faccia simile, ed uguale alla stessa* A B C; *il quale solido sia posato sopra il sostegno* D *posto nel mezzo della linea* A C; *ed i pesi* E, F *nell' estremità* A C *attaccati sieno tra di loro uguali, e pareggino la resistenza della sezione* B D. *Dico, che se lo stesso solido fosse altrove appoggiato, come in* G, *e che i pesi* I, L *posti nelle stesse estremità,*





e fra di loro equilibrati, pareggiassero la resistenza della sezione G H, *sarebbe il peso* I *uguale al peso* E, *ovvero all' altro* F.

Imperocchè pareggiandosi da' pesi I, *ed* L *la resistenza della sezione* G H, *ed equilibrandosi nelle distanze* A G, G C, *sopra il sostegno* G, *secondo ciò che si è concluso nella prop.* 79. *lo stesso peso* I *pareggerebbe dal suo canto la resistenza della medesima sezione* G H, *quando la sola parte* H G A *sporgesse fuori del muro; ma il peso, da cui si pareggia in tale stato la resistenza della sezione* G H, *è il medesimo, ovvero è uguale a quello, che pareggerebbe la resistenza dell' altra sezione* B D, *quando* B D A *sporgesse fuori del muro, per la famosa proposizione del Galileo circa il prisma parabolico: ed allora lo stesso peso* E *(per la proposizione* 79. *) pareggerebbe la stessa resistenza* B D; *adunque il peso* I *è uguale al peso* E, *ovvero al peso* F. *Il che ec.*

Proposizione XC. Teor. LIX.

Poste le medesime cose, si dimostrerà, che l' aggregato de' pesi E, F, *i quali si equilibrano d' intorno al sostegno* D *colla resistenza* D B, *all' aggregato de' pesi*, I, L, *i quali si equilibrano d' intorno ad un altro punto* G *colla resistenza* G H, *sta reciprocamente, come la parte maggiore* G C *alla* D C, *che è la metà di tutta la* A C.

G. G. Imperocchè per l' equilibrio starà L ad I, come A G a G C; e componendo, L ed I insieme sta ad I, come tutta la A C alla C G; ma I è uguale ad
278 E, di cui il doppio sarebbe l' aggregato de' pesi E, F; dunque starà I al detto aggregato de' pesi E, F, come D C ad A C; e per l' ugualità perturbata, sarà l' aggregato de' pesi I, L, all' aggregato de' pesi E, F, come D C a C G; onde convertendo, è manifesta la verità di quanto si era proposto. Il che ec.

Corollario. Se intenderemo lo stesso solido appoggiarsi a' due sostegni posti ne' termini A, C; è manifesto che il peso, il quale equilibrerebbe la resistenza B D, essendo appeso nel mezzo di A C in D, sarebbe uguale appunto a' due pesi E, F; ed il peso, che posto altrove, come in G uguaglierebbe la resistenza G H, dovrebbe altresì pareggiare l' aggregato de' pesi I, L; per la qual cosa, il peso abile precisamente a rompere il detto solido in D, al peso che fusse sufficiente a romperlo in G, starà come C G a D C.

Proposizione XCI. Teor. LX.

V. V. p. 27. *Nel cuneo, o prisma triangolare* A B H, *sostenuto in* A, B, *e segato per mezzo in* D, *ed altrove in* C; *il peso abile a spezzare in* C *al peso abile a spezzare in* D *sta, come la parte* B C *alla* C A.

Stendasi la sezione D G *in* E, *fino che l' altezza* D E *sia uguale alla* C F. *Dunque il peso abile a spezzare la sezione* C F *a quello, che è abile a spezzare l' ugual sezione* D E, *sta secondo il Galileo, come il rettangolo* B D A *al rettangolo* B C A, *ed il peso abile a spezzare la sezione* D E *a quello, che spezzerebbe la sezione*

ne D G, *sta (per la prop.* 3.) *come il quadrato* D E, *cioè il* C F, *al quadrato* D G; *ovvero come il quadrato* B C *al quadrato* B D, *cioè al rettangolo* B D A ; *Dunque, per l' ugualità perturbata, il peso abile a spezzare la sezione* C F *a quello, che è abile a spezzare la* D G, *sta, come il quadrato* C B *al rettangolo* B C A, *cioè come la* B C *alla* C A. *Il che ec.*

H I K N O F E G P Q A C D M B

G. G.

Corollario. Il peso abile a spezzare in C F al peso abile a spezzare in M L sta, come il rettangolo di B C in A M al rettangolo di A C in M B, ovvero è in ragione composta di B C ad A C, e di A M ad M B; perchè il peso equivalente alla sezione C F a quello, che equivale alla sezione M L, ha ragione composta dell' equivalente alla sezione F C all' equivalente alla D G, e di questo all' equivalente alla M L; ma la prima ragione è, come di B C ad A C, e la seconda è come di A M ad M B, per questa proposizione ; dunque i pesi equivalenti alle sezioni C F, M L sono in ragione composta delle dette proporzioni ; o pure sono come il rettangolo di B C in A M al rettangolo di A C in M B ; Il che ec.

Proposizione XCII. Teor. LXI.

Nel cuneo parabolico I B A *il peso equivalente alla resistenza della sezione* C F *al peso equivalente alla resistenza della sezione* D G, *sta come il quadrato della media proporzionale* B H *tra* B C, *e* B D, *al rettangolo* B C A. 279 V. V. p. 27.

G. G.

Si stenda D G in E, sicchè la sezione D E sia uguale, e di pari altezza alla C F ; dunque il peso equivalente alla sezione C F all' equivalente alla sezione D E sta reciprocamente, come il rettangolo B D A al rettangolo B C A ; ma il peso equivalente alla D E a quello, che pareggerebbe la D G sta, come il momento della resistenza D E a quello della G D, cioè per la prop. 3. come il quadrato D E, ovvero C F, al quadrato D G, o pure come la C B alla B D, o come il rettangolo B C A al rettangolo di B D in C A ; dunque per l' ugual proporzione il peso equivalente alla sezione C F all' equivalente alla D G sta, come il rettangolo B D A al rettangolo di B D in C A ; cioè sta, come D A a C A ; e quando il punto D fusse nel mezzo della retta B A (come tacitamente qui suppone il Viviani, in coerenza di ciò, che espressamente ha supposto nell' antecedente) sarà il primo peso al secondo, come B D a C A, o come C B D a B C A, o come il quadrato della B H, media tra B C, e B D, al detto rettangolo B C A ; ma generalmente la proporzione del peso, che rompe in C a quello, che rompe in D, è, come D A a C A, come si è mostrato ; ed è per accidente, che essendo il punto D nel mezzo si possa in vece della D A prendere la D B, e cavarne la proporzione di sopra enunziata dal nostro Autore.

N M O I E F G K R S Q A C H D B

Proposizione XCIII. Quesito XXXII.

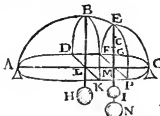
In questi solidi cuneiformi, ed in altri su questo andare, cercare le sezioni di minor resistenza, se ve ne sono ; e quelle d' ugual resistenza, se in diversi punti vi si ritrovano. V. V. p. 27. G. G.

Nel

Nel cuneo triangolare, e nel parabolico di ſopra conſiderati non vi è altrimenti ſezione alcuna, che dir ſi poſſa di minima reſiſtenza; e nè meno due ſezioni ugualmente reſiſtenti aſſegnare ſi poſſono; eſſendo ſempre le ſezioni più vicine alla teſtata del cuneo di maggior reſiſtenza, che le più vicine al taglio del medeſimo; ed il ſimile avviene in qualſivoglia ſorte di cuneo, che generato fuſſe da alcuna dell' infinite parabole, o iperbole riferite al ſuo diametro; ſiccome ancora ne' cunei ſemicircolari, o ſemiellittici, come con ſimile progreſſo ſi può dimoſtrare.

Propoſizione XCIV. Teor. LXII.

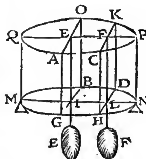
280
V. V. *Nell' emisfero, o emisferoide* A B C, *che ſia col piano orizzontale ſoſtenuto nell'*
p. 26. *eſtremità* A C, *ſi dimoſtrerà, che i peſi aſſoluti* H, I, *da' quali ſi pareggiano le reſiſtenze delle ſezioni* B D, E F *rette al piano* A C, *e tra di loro parallele, ſono, come l' altezze delle ſimili ſezioni* B L, E M.



Poichè, preſe le M O, M G *continue proporzionali dopo le* B L, E M, *e conſiderato il peſo* N *uguale ad* H *appeſo in* M, *ſarà il momento di* N *al momento di* H, *come il rettangolo* C M A *al rettangolo* C L A, *cioè come il quadrato* E M *al quadrato* B L (*nel mezzo cerchio, o mezza elliſſe* A B C) *cioè come la linea* M O *alla* B L; *ed il momento di* H *al momento di* I *ſta, come la reſiſtenza della ſezione* B D L *alla reſiſtenza della ſezione* E F M (*pareggiandole per ipoteſi*) *cioè come il cubo* B L *al cubo* E M (*per la prop.* 4.) *o pure come la prima* B L *alla quarta* M G; *adunque per l' ugual proporzione il momento di* N *al momento di* I *ſta, come la* M O *alla* M G, *cioè come la* B L *alla* E M; *ma il momento di* N *al momento* I *ſta come il peſo aſſoluto di* N, *cioè come il peſo aſſoluto* H *al peſo aſſoluto* I; *adunque detti peſi ſono come l' altezze delle ſezioni corriſpondenti. Il che ec.*

Propoſizione XCV. Teor. LXIII.

V. V. *Nel priſma parabolico, ſoſtenuto come ſi vede in* M, N, *pareggi il peſo* E *il mo-*
p. 39. *mento di reſiſtenza della ſezione* A B, *e ſia qualunque altra ſezione* C D. *Dico, che un altro peſo* F, *uguale all'* E, *pareggerà il momento di reſiſtenza della ſezione* C D; *cioè, che detto priſma è da per tutto di eguale reſiſtenza.*



Poichè il momento di E *al momento di* F *ſta, come il rettangolo* M I N *al rettangolo* M L N, *cioè come* G I *alla* H L (*mercè della parabola* M G H N,) *o pure come i loro doppi* G B, H D; *cioè, per la prop.* 2. *come il momento delle reſiſtenze nelle ſezioni* A B, C D; *e permutando il momento del peſo* E *al momento della reſiſtenza* A B *ſta, come il momento del peſo* F *al momento della reſiſtenza* C D; *ma il momento* E *pareggia la reſiſtenza* A B, *adunque anche il momento* F *pareggia la reſiſtenza* C D; *e però queſto priſma è ugualmente reſiſtente per tutto. Il che era da dimoſtrarſi.*

E' chia-

E' chiaro dal contesto, essere le figure M G N, M B N due parabole uguali fatte sopra la base comune M N, e colle cime rivoltate alla banda opposta; e che però il cuneo parabolico, di cui parla il Galileo, mostrandolo ugualmente resistente, quando si sporga fuori del muro a qualsivoglia lunghezza (quale sarebbe il solido I G H N P C A E, se il punto G fusse la cima della parabola M G N, ed il punto A dell' opposta Q A P, e se collocato fusse col rettangolo E A G I orizzontale, e coll' altro E I N P stesse fitto nel muro verticale; e qual ancora sarebbe, raddoppiandolo il solido M G N P A Q similmente posto col rettangolo Q M N P nel muro, sicchè le rette Q M, P N fussero orizzontali) è un solido d' uguale resistenza ancora essendo sostenuto da ambi gli estremi, purchè si ponga in sito convenevole, cioè facendo giacere la parabola M G N nel piano orizzontale, sostenuto negli estremi della base della parabola M, N: o si pigli il solo Q G N P (che è un duplicato cuneo parabolico) o si raddoppi questo di nuovo, come ha fatto il Sig. Viviani, per maggiore stabilità, e vaghezza, nel solido prismatico G N B M Q O P A; sicchè è verissimo ciò che asserì il Galileo, potersi ne' travamenti delle navi levare un terzo di peso a tutte le travi, senza diminuirne la gagliardia; essendo il presente solido appunto due terzi del prisma rettangolo, che gli fusse circoscritto, e di cui tutte le sezioni fussero uguali alla A B. Onde questa speculazione del Sig. Viviani serve appunto a confutare la calunnia opposta al Galileo, prima da Monsù Blondello in Francia, e poi dal Sig. Marchetti in Italia, spacciando, ch' egli altamente s' ingannasse nel proporre che il suo solido parabolico fusse utile a praticarsi con risparmio di più di 33. per 100. senza dispendio di robustezza; il che sebbene non si verifica ne' solidi parabolici disposti come nelle prop. 88. 90. e 92. esaminati a tal fine dal nostro Autore, basta, che si dimostri vero nella presente situazione, che del pari è sufficiente a salvare il detto di quel grand' Uomo: oltre di che altre maniere non mancano da difenderlo in questo proposito, come si può vedere nella mia risposta Apologetica par. 1. cap. 7. n. 6. pag. 131. e seguenti.

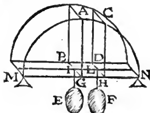
G. G. 281

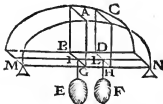
Proposizione XCVI. Teor. LXIV.

V. V. p. 39.

Negli emicilindri di base circolare, o di base ellittica, come nelle figure si vede, sostenuti nell' estremità M, N. *Dico pure, che se il peso* E *pareggia la resistenza* A B, *anche il peso* F, *uguale ad* E, *pareggierà la resistenza* C D.

Perchè il momento di E *al momento di* F *sta, come il rettangolo* M I N *al rettangolo* M L N *cioè come il quadrato* A G *al quadrato* C H (*per la natura del semicircolo, o della semiellisse*) *cioè come il momento di resistenza della sezione* A B, *al momento di resistenza della sezione* C D, *per la prop.* 3. *e permutando, il momento di* E *al momento di resistenza della sezione* A B, *starà come il momento di* F *al momento della resistenza* C D; *dunque se i primi momenti si pareggiano, come vuole la supposizione, ancora i secondi saranno uguali, cioè il momento* F *pareggierà altresì la resistenza* C D. *Il che ec.*





282

Questi appunto sono i solidi d' uguale resistenza, trovati dal Blondello, e dal Marchetti,

per

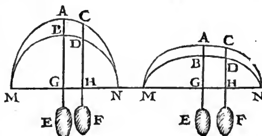
per surrogarsi al solido parabolico del Galileo, da essi creduto incapace di adattarsi a tale effetto; ma molto prima già inventati dal nostro Autore, oltre gli altri di simile proprietà.

Proposizione XCVII. Teor. LXV.

V. V. p. 39. *Ancora con un mezzo cerchio, e con una semielisse, ovvero con due semiellissi di uguale diametro orizzontale, e di diverso diametro perpendicolare, si possono avere solidi, ch' essendo sostenuti ne' loro termini, siano d' uguale resistenza in riguardo ad un dato peso collocato in qualsivoglia punto interposto fra i suoi sostegni.*

Questa proposizione è solo brevissimamente accennata con un semplice sbozzo, o piuttosto intrigo di linee, da cui nulla può ricavarsi; ma credo, che il vero sentimento dell' Autore sia il seguente.

Intendasi sopra la retta orizzontale M N l'ellisse M A N, ed il semicircolo M B N; o pure le due ellissi diversamente alte, M A N, M B N; e si intendano alcuni prismi, o per parlare con maggiore proprietà, certe volte a mezza botte, fatti colla grossezza espressa dalle lunette M B N A M: sicchè la volta interiore abbia per centina la curva M B N, e la superiore si termini all' altra curva M A N: Dico, esser queste volte solidi nel loro massiccio da per tutto d' uguale resistenza; perchè se il peso E fosse abile a sforzare la grossezza A B, ed il peso F uguale ad E tirasse perpendicolarmente l' altra grossezza C D; essendo tanto il quadrato A G al quadrato C H, quanto il quadrato B G al quadrato D H, nella proporzione del rettangolo N G N al rettangolo M H N, sarà A G ad H C, come B G a D H; e permutando A G a G B, come C H a D H; e dividendo A B a B G, come C D a D H; e di nuovo permutando, A B a C D, come B G a D H; ed il quadrato A B al quadrato C D, (cioè, per la prop. 3. il momento della resistenza A B al momento della resistenza C D) sarà come il quadrato B G al quadrato D H, ovvero come il rettangolo M G N al rettangolo M H N, cioè come il momento del peso E al momento dell' ugual peso F, secondo il Galileo; onde siccome il momento primo pareggia il terzo, così il secondo esser debbe uguale al quarto; cioè se il momento di resisten-



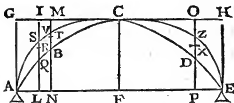
283 za della grossezza A B è uguale al momento del peso E, altresì il momento di resistenza nella grossezza C D dee riuscire uguale al momento del peso F; e pertanto la volta da ambe le parti convessa, e concava-ellittica, o dall' una ellittica, e dall' altra circolare (purchè abbiano lo stesso asse traverso le due curvature) sarà da per tutto di uguale resistenza, in riguardo al medesimo peso, dovunque le si posi sul dosso, o venga sospeso da qualsivoglia punto della sua concavità. Il che ec.

Proposizione XCVIII. Teor. LXVI.

Se sarà la parabola A B C D E, *la cui base* A E, *l' asse* C F, *e d' intorno ad essa*

essa il rettangolo G E, *in cui applicandosi le rette* I L, M N, O P, *parallele a* C F, *si ritrovino tra* I L, L Q *due medie* L S, L R; *e tra* M N, N B *due medie proporzionali* N V, N T; *e tra* O P, P D *due medie* P Z, P X; *e così sempre. Dico, che i punti* A S V C Z E *sono in una certa curva, la quale se si rivolterà d' intorno alla base* A E *descriverà un solido rotondo, che sarà da per tutto d' ugual resistenza, sostenendosi negli estremi* A, E. V. V. p. 28.

Imperocchè il momento della resistenza nel cerchio descritto da C F, *al momento della resistenza nel cerchio descritto da* V N, *sta come il cubo* C F *al cubo* V N (*per la 4 proposizione*) *cioè come il cubo* M N *al cubo* V N, *o come la prima* M N *alla quarta delle proporzionali* N B, *cioè come* C F *ad* N B, *le quali nella parabola sono, come il rettangolo* E F A *al rettangolo* E N A, *o come il momento di un dato peso, che posto in* F *bastasse a superare la resistenza di* C F, *al momento del medesimo peso posto in* N; *adunque il momento della resistenza* C F *al momento della resistenza* V N *è, come il momento di un peso in* F *al momento dello stesso peso in* N; *e permutando il momento della resistenza* C F *al momento del peso in* F *sta, come il momento della resistenza* V N *al momento del medesimo peso in* N; *onde siccome il momento della resistenza* C F *sarebbe pareggiato da un tal peso posto in* F, *ancora il momento della resistenza* V N *sarebbe uguagliato dallo stesso peso in* N, *che è quanto dire, che sarebbero uguali le resistenze del solido in qualsivoglia sezione* C F, V N. *Il che ec.*



La curva A V C Z E, da cui nasce questo solido rotondo di uguale resistenza, si chiama una ellisse cubica, per avere i cubi dell' ordinate C F, V N, proporzionali a' rettangoli A F E, A N E, fatti dalle parti del suo diametro A E. *G. G.*

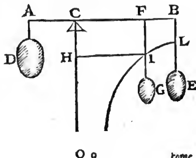
Proposizione IC. Teor. LXVII.

284

La scala delle forze, o pesi da appendersi in diversi luoghi d' una leva, ed equivalenti ad una data invariabile resistenza posta nella contralleva, sta nelle linee parallele alla perpendicolare tirata dal sostegno sopra la leva, e terminate da qualunque iperbola, di cui le asintote siano la detta leva e la perpendicolare. V. V. p. 38.

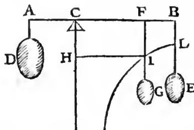
Sia la leva A B *sostenuta in* C, *e nell' estremo della contralleva* C A *sia la resistenza* D, *che da qualsivogliano punti* F, B *ec. sia equilibrata dagli equivalenti pesi, o forze* G, E; *e nell' angolo retto* B C H *sia descritta qualunque iperbola* L I, *di cui siano asintote le linee* C B, C H, *e da i punti* F, B *siano le* F I, B L, *parallele all' asintoto medesimo* C H. *Dico, che gli equivalenti* G, E *sono fra loro, come l' intercette* F I, B L.

Poichè essendo le forze G, *ed* E *equivalenti alla resistenza* D, *sarà* G *a* D,



 come

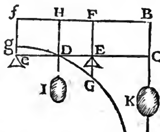
come la distanza A C *alla* C F; *e* D *ad* E, *come la* B C *alla* A C: *adunque per l' ugualità perturbata, come* G *ad* E, *così* B C *a* C F, *ovvero* F I *a* B L, *per essere il rettangolo* C B L *uguale al* C F I, *per la proprietà dell' iperbola; se dunque* F I *rappresenta la misura dell' equivalente* G, *la* B L *rappresenta l' equivalente* E, *e così tutte l' altre intercette; sicchè la scala di tali forze, o pesi equivalenti sta nelle dette intercette ec.*



Proposizione C. Teor. LXVIII.

V. V. p. 40. *La scala de' pesi d'ugual momento al momento variabile d'uno stesso peso nella leva, che successivamente muti centro, o sostegno, stante la medesima distanza de' contrappesi, è nelle parallele condotte dentro l' angolo asintotale della iperbola (ma però terminate fra la curva, ed una parallela all' asintoto.*

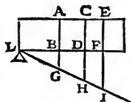
285 G. G. Penda il peso I dal punto D della libra D C, e con esso si equilibri il peso K, posto il sostegno in varj punti della detta libra, come in E, *e*. Pongasi perpendicolare a D C la E G, ovvero *e g* proporzionale al peso K, essendo D H proporzionale al peso I; sarà dunque D E ad E C, come K ad I, cioè come G E a D H; e per tanto il rettangolo E D H sarà uguale al rettangolo C E G; ed aggiunto di comune F E C, sarà il rettangolo H D C uguale al G F B; e però i punti D, G saranno nell' iperbola D G, che riguarda gli asintoti H B, B C; E similmente, posto il sostegno *e* oltre il punto D, e fatta la stessa costruzione, saranno uguali i rettangoli *e* D H, C *e g*; i quali tolti di comune dallo stesso rettangolo C *e f*, rimarrà H D C uguale al *g f* B; ed i punti D, *g* nella stessa iperbola, fra l' angolo asintotale H B C, onde se D H rappresenta il peso I, le G E, *g e* terminate fra l' iperbola, e la D C parallela all' asintoto B H, rappresenteranno i contrappesi K equivalenti allo stesso I, posto che la libra D C sia sostenuta in qualsivoglia punto E, ovvero *e*; che però la scala di costesti pesi sta nelle parallele condotte dentro l' angolo asintotale, ma determinate dalla iperbola, e dalla retta condotta parallela, ad uno degli asintoti; Il che ec.



Proposizione CI. Teor. LXIX.

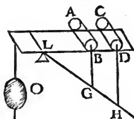
V. V. p. 61. *La scala de' momenti di tutte l' uguali linee* A B, C D, E F, *intercette da linee parallele: o pure di tutti i piani* A B, C D, E F, *in un parallelepipedo prisma, o cilindro ec. sta fra le linee* B G, D H, F I, *nell' angolo rettilineo* F L I *intercette.*

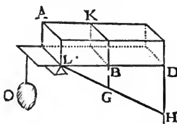
G. G. Questo è chiaro, perchè le grandezze A B, C D, E F, essendo uguali, i momenti loro sono come le distanze dal sostegno, L B, L D, L F: e però ancora sono proporzionali all' ordinate del triangolo B G, D H, F I. Il che si dovea dimostrare.



Corol-

Corollario I. Quindi ancora i momenti de' pesi, o cilindri eguali A B, C D, *posti in varie lontananze, e contrappesati dallo stesso invariabile momento del peso* O, *crescono, come le parallele tirate sotto ad un angolo rettilineo.* *V. V. p. 61.*



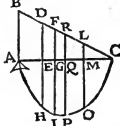


Corollario II. Se la cassa A B *sarà piena d'acqua, e s'intenderà muoversi il diaframma* K B, *sempre parallello a se stesso, si anderà abbassando l'acqua nel continuo slontanamento di esso diaframma; ed il momento del peso di tutta la detta acqua contro il momento dello stesso contrappeso* O, *anderà crescendo, come le linee parallele nel triangolo* B L G. 286

Perchè il peso dell'acqua sarà uguale, ed il suo momento sarà proporzionale alle distanze del suo centro di gravità dal sostegno L, ovvero come le loro duple, cioè come l'intere lunghezze L B, L D, o pure come l'ordinate B G, D H, nel detto triangolo. Il che ec. *G. G.*

Proposizione CII. Teor. LXX.

I momenti delle linee D E, F G, L M *nel triangolo* A B C, *crescono, e scemano, come le linee* E H, G I, M O *nella parabola quadratica* A I O C, *la cui base* A C; *o pure sono, come i rettangoli* D E A, F G A, L M A *ec.* *V. V. p. 58.*

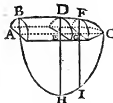


Perchè il momento di D E al momento di F G (posto il sostegno in A) è in ragione composta della D E alla F G: che è quanto dire di E C a G C, e della distanza E A alla distanza A G; ma di queste proporzioni si compone ancora la ragione del rettangolo A E C al rettangolo A G C; dunque il momento D E al momento F G sta, come il rettangolo A E C al rettangolo A G C, ovvero come le linee E H, G I condotte nella parabola parallele al diametro: ed essendo similmente la ragione de' rettangoli D E A, F G A, composta di quella delle distanze A E, A G, e di quella delle grandezze E D, G F, come appunto la ragione de' momenti suddetti: è chiaro, essere i detti momenti proporzionali ancora a que' rettangoli; Il che ec. *G. G.*

Corollario I. Se girando il triangolo B A C d'intorno il lato A B ne nascerà un cono, le superficie cilindriche descritte dalle linee D E, F G saranno altresì, come i rettangoli D E A, F G A; e però riusciranno, come i momenti delle suddette linee. Il che però è generale di tutte le figure A B C sostenute in A, convenendo a qualsivoglia specie di figura, l'essere i momenti delle ordinate alla base A C proporzionali a' rettangoli di dette ordinate nelle distanze dal sostegno; e

conseguentemente alle superficie cilindriche generate da esse ordinate nel solido rotondo, che nasce rivolgendosi la figura d' intorno all' asse A B.

287 V. V. p. 58. *Corollario II. Lo stesso segue ne' momenti de' piani, o circoli* D E, F G *nel conoide parabolico quadratico* A B C; *Imperocchè questi piani crescono, e scemano proporzionalmente alle linee del triangolo suddetto* A B C; *e però sono detti momenti misurati dalle rette* E H, G I *parallele al diametro della parabola fatta sopra la base* A C.

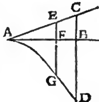


Corollario III. Perchè poi la maggiore di tutte queste linee condotte nella parabola è il diametro, che corrisponde al mezzo della lunghezza del triangolo, o del conoide; quindi il massimo momento delle ordinate nel triangolo, o de' piani paralleli alla base di esso conoide, è nel mezzo di tutta la lunghezza A C.

Proposizione CIII. Teor. LXXI.

V. V. p. 57. *La scala de' momenti di tutte le linee sottotese ad un angolo rettilineo (posto il sostegno nel detto angolo) sono, come le linee determinate dal trilineo parabolico.*

Imperocchè i momenti delle linee C B, E F, *sono come i quadrati delle distanze* B A, F A; *e però sono, come le rette* B D, F G *che ad esse corrispondono nel trilineo della parabola quadratica.*

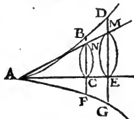


Corollario. *Quindi i momenti de' rettangoli, de' prismi, de' cilindri, tirati fuori d' un muro; ed in somma di tutte le grandezze, che sono crescenti a misura delle distanze, crescono come le linee intercette dal detto trilineo della quadratica parabola.*

Proposizione CIV. Teor. LXXII.

V. V. p. 60. *I momenti delle grandezze, le quali crescono in ragione de' quadrati delle distanze, come sarebbero le linee intercette dal trilineo parabolico quadratico,* B C, D E, *ovvero i cerchi* N C, M E *del cono* M A E, *ovvero i piani d' una piramide ec. sono, come le linee* C F, E G *intercette dal trilineo parabolico cubico* E A G.

G. G. Perchè ne' momenti di tali grandezze, alla ragione di esse, la quale già si suppone duplicata di quella delle distanze, si aggiunge un' altra volta la ragione delle stesse distanze; onde si compone la ragione de' momenti B C, D E, ovvero N C, M E triplicata della ragione A C, A E, la quale è la stessa de' cubi A C, A E, cioè delle linee C F, E G nel trilineo della parabola cubica; onde è manifesto ciò che era proposto da dimostrarsi.



Corollario. Quindi i momenti de' triangoli simili, e de' prismi triangolari, e de' conoidi parabolici cavati fuori d' un muro, sono proporzionali alle linee del medesimo trilineo della cubica parabola; essendo queste grandezze, che crescono come i quadrati delle loro distanze dal sostegno, a cui si appoggiano, come nelle prop. 74, e 76. fu dimostrato.

Pro-

Proposizione CV. Teor. LXXIII.

I momenti delle grandezze crescenti in ragione de' cubi delle distanze, crescono come le linee intercette dal trilineo parabolico biquadratico. 288 V. V. p. 59. G. G.

La dimostrazione è simile alle precedenti: aggiungendosi sempre alla ragione delle grandezze quella delle distanze, per fare la ragione de' momenti; onde generalmente si può dire che se le grandezze crescono in qualche ragione moltiplicata di quella delle distanze, i momenti vengono ad augumentarsi in una ragione sempre un grado più alta; e però le grandezze essendo come i cubi, i momenti diventano, come i biquadrati delle distanze.

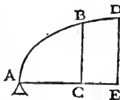
Corollario I. *Quindi i momenti delle linee intercette nell' angolo cubico parabolico, crescono come le linee interposte al trilineo parabolico biquadratico.* V. V. p. 59.

Corollario II. *I momenti de' trilinei della parabola quadratica, ovvero i momenti de' coni, e piramidi simili, cavati fuori d' un muro, sono come le dette linee sottotese all' angolo, che fa la tangente della cima colla curva parabolica biquadratica (come nella prop. 72. si è veduto)*

Proposizione CVI. Teor. LXXIV.

V. V. p. 55.

I momenti dell' applicate D E, B C *nella parabola quadratica* A B D, *sono come i cubi delle medesime* D E, B C.



Imperocchè i detti momenti hanno ragione composta delle linee D E, B C, *e delle distanze* E A, C A, *o pure (per la natura della parabola quadratica) de' quadrati* D E, B C: *Ma ancora il cubo* D E *al cubo* B C *ha la ragione composta di quella della linea* D E *alla* B C, *e di quella del quadrato* D E *al quadrato* B C; *dunque il momento della linea* D E *al momento della* B C *è, come il cubo* D E *al cubo* B C. *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario I. *Perchè nella parabola quadratica il cubo* D E *al cubo* B C *sta, come la superficie* D A E *alla superficie* B A C *(per la prop. 62.) saranno i momenti delle dette ordinate proporzionali alle medesime superficie.*

Corollario II. *Che se* A B D E *sarà un conoide parabolico quadratico, i momenti de' cerchi* D E, B C *saranno, come i quadrati delle distanze* E A, C A *ec.*

Corollario III. *E se fusse* A B D E *la parabola cubica, sarebbero i momenti delle linee* D E, B C, *come il biquadrato* D E, *al biquadrato* B C *ec.*

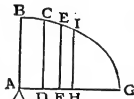
Corollario IV. In tutte quelle figure piane, e solide, che dal Sig. Viviani nella prop. 61. si appellano di proporzionale aumento, cioè che al rettangolo, o cilindro, o prisma circoscritto hanno sempre una istessa determinata ragione, sempre si verifica, che i momenti dell' ordinate, o de' piani paralleli alla base, stando la figura appoggiata al sostegno nella sua cima, sono come le stesse parti della figura, che dalla cima restano tagliate dalle ordinate medesime, o da' piani paralleli alla base. Imperocchè queste porzioni di figure, come quelle che sono proporzionali a' rettangoli, o cilindri, o prismi circoscritti, sono in ragione composta di quella delle basi, e delle altezze, che sono le lontananze di dette basi dalla cima; ma ancora i momenti di esse basi, cioè delle rette, o piani paralleli, sono in ragione composta delle medesime; dunque sono proporzionali i momenti di esse alle figure medesime tagliate dalla sua cima. G. G. 289

Corollario V. In tutte le suddette figure, essendo l' ordinate, o i piani paralleli

leli proporzionali a qualsivoglia dignità delle distanze dalla cima; i momenti, che oltre la ragione delle grandezze importano un' altra volta le ragioni delle dette distanze, saranno proporzionali alle dignità di esse distanze, di un grado superiori, cioè denominate da un numero maggior di una unità di quello, da cui erano denominate le dignità delle distanze medesime, proporzionali alle ordinate, ovvero a' piani paralleli alla base nella figura, che sta appoggiata nella stessa sua cima.

Proposizione CVII. Teor. LXXV.

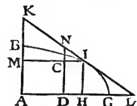
V. V. p. 56. *I momenti di tutte le linee* C D, E F *nella parabola quadratica* A B G, *sostenuta su l' appoggio* A *corrispondente alla base* A B, *sono tra di loro, come i rettangoli* C D A, E F A *ec.*



G. G. Già ho avvisato nel coroll. 1. della proposizione 102. essere ciò generalmente vero in qualsivoglia genere di figura; onde non accade altra dimostrazione, bastando il discorso fatto in tale proposito nel luogo citato.

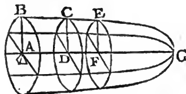
V. V. p. 56. Corollario. *Perchè il massimo di tali rettangoli è* A H I, *dove la* A G *talmente resta divisa in* H, *che la* G A *sia sesquialtera di* A H; *dunque il massimo momento sarà quello dell' applicata* H I, *in distanza di due terzi dalla base* A B.

G. G. Che sia A H I il maggiore di tutti i rettangoli iscritti nella parabola, essendo A G sesquialtera di A H, si prova così. Condotta per I la tangente K I L, sarà H L dupla di H G; e però sarà la stessa H L uguale ad A H, che supponevasi parimente dupla di H G; dunque il rettangolo A H I M è adattato alla metà della linea A L, mancando della figura I H L simile ad N D L, per cui mancherebbe qualunque altro rettangolo A D N applicato altrove alla stessa linea; e però, secondo Euclide, sarà I H A M maggiore di qualunque A D N iscritto nello stesso triangolo K L A; ma A D N è maggiore di A D C iscritto nella parabola; dunque tanto più I H A M è maggiore di qualunque altro rettangolo A D C iscritto nella parabola colla larghezza A D minore, o maggiore di A H sopra determinata; Per tanto il detto triangolo è il massimo di tutti; Il che ec.



Proposizione CVIII. Teor. LXXVI.

290
V. V. p. 56. *I momenti de' piani* C D, E F *paralleli alla base* A B *nel solido rotondo parabolico cubico* A B G, *sostenuto in* A, *sono come i parallelepipedi, o prismi rettangoli, che abbiano per loro basi i quadrati* C D, E F, *e per altezze le distanze* A D, A F.



G. G. Ciò parimente si verifica in qualsivoglia solido rotondo, o piramidale, o prismatico, o d' altra maniera, che abbia per sezioni tante figure simili proporzionali

nali a' quadrati de' diametri, o de' lati omologhi, come delle C D, E F (ed ancora quando non fussero figure simili, prendendo quadrati uguali, o proporzionali ad esse, e surrogandoli in vece de' quadrati C D, E F) alla proporzione de' quali aggiungendosi quella delle distanze A D, A F, si compone la ragione de' momenti di essi piani paralleli, uguale a quella de' parallelepipedi, o prismi rettangoli, nella proposta del Viviani enunziati.

APPENDICE.

Questo è quanto si è trovato esistente nel fascetto de' fogli raccolti dal Viviani, per illustrare questa importante materia delle resistenze, sigillato col sigillo del Sereniss. Sig. Cardinale Leopoldo di Toscana, e fermato di propria mano di S. A. Reverendissima fin sotto il dì 2. Marzo 1667. ab Incarn. come raccontai nella mia risposta Apologetica parte 1. pag. 88. Nell' ordinare la quale opera, se io abbia gran fatica durato, non accade, che stia ad esagerarlo, che ben potrà il Lettore da se comprenderlo riflettendo, che si trattava di dare forma di libro ad una materia del tutto indigesta, ed abbandonata affatto dal proprio Autore, il quale, disperando di potere aver ozio sufficiente a perfezionarla, sol tanto a fine di autenticare la verità d' aver egli un tempo fa intrapresa cotal fatica, ne raccolse in fretta, e senza scelta, ed ordine veruno le cattucce, nelle quali si trovava d' avere disteso alcuna cosa a tal materia attenente, e fecele dal suddetto Principe sigillare.

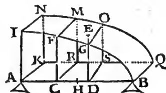
Come che non erano le proposizioni disposte col metodo convenevole, io le ho ridotte a quello, che ho creduto essere il migliore, e che rendeva le proposizioni più tra di loro connesse, e dipendenti l' una dall' altra, con passare dalle cose più semplici alle più composte. Le proposizioni meccaniche attenenti a' momenti di varj pesi, disposti diversamente in varie libre, erano dall' Autore distinte con nome di *Lemmi*; ma io, ad imitazione d' altri Matematici, le ho ridotte in ordine di Proposizioni; e solamente alcune Proposte sono state da me chiamate *Quesiti*, perchè corrispondevano ad alcune Proposte, nelle quali l' Autore non avea per anco determinata la sua sentenza, ma solo proponeva d' investigare ciò che si dovesse tenere; e l' altre indifferentemente le ho volute nominare *Teoremi*. In molte cose mi è convenuto farla più da Indovino, che da Geometra, per essere solo toccate in iscorcio le proposte, e con maniera alquanto oscura, come accade nelle cose, che notiamo per un semplice nostro ricordo, senza mettersi in pena, che possano essere intese da altri; nel che se non avrò sempre felicemente incontrato il vero sentimento dell' Autore, sarò degno di qualche compatimento. Io posso attestare con tutta sincerità d' avere sempre addotte fedelmente le sue parole, non alterandole giammai, se non molto di rado, in qualche minuzia, per rendere più chiaro, e compiuto il senso della proposta: è ben vero, ch' essendo alcune proposizioni distese in toscano, ed altre in latino (anzi taluna mezza nell' uno, e mezza nell' altro idioma) ho stimato bene il darle tutte con uniforme stile nella nostra favella distese, senza però mai dipartirmi dal sentimento dell' Autore, e dal metodo di dimostrare da lui usato: come si può tuttavia riscontrare nell' originale: avendo a bella posta citate sempre le pagine del M. S. dove corrispondono le proposizioni di esso da me riferite; ed avendo ancora distinto il testo di lui da ciò, che di mio vi ho aggiunto per illustrarlo; acciocchè niuno possa prendere sbaglio in attribuire a me le profonde speculazioni da esso ritrovate, o viceversa in ascrivere a lui que' difetti, che per avventura mi saranno scorsi dalla penna. Se avesse potuto l' Autore medesimo perfezionare quest' opera, non vi ha dubbio, che l' averemmo assai più compiuta, e stesa a cose di maggiore rilievo, che non si è potuto fare dalla

mia

mia debolezza: e sopra tutto, alcune definizioni, ed alcune proposizioni, le quali ora ci pajono superflue, o non attenenti alla materia delle Resistenze, e sono come semi d' altre profonde ricerche, rimasi sterili, e senza frutto, perchè abbandonati dalla cultura di chi li piantò, allora non ci comparirebbero tanto inutili, ed inopportune al nostro proposito, ma fecondissime si troverebbero di nuove importantissime verità. Comunque sia, gradisca il Lettore queste poche notizie ripescate, alla meglio che si è potuto, dall' oblivione, in cui giaciute sarebbero, se l' attenta cura di chi presiede alla nuova edizione dell' opere del Galileo, non rifletteva ad eseguire almeno in parte l' idea, che già ebbe il Sig. Viviani, d' arricchirle co' suoi pensieri, a tal fine insieme raccolti.

E perchè nella mia risposta Apologetica parte 1. cap. 7. n. 11. oltre i solidi d' uguale resistenza ritrovati dal nostro Autore, nelle prop. 48. 53. 55. 57. 58. 59. 60. 63. 95. 96. 97. 98. ho dimostrato, come ritrovare si possano infiniti solidi d' uguale resistenza, sì nel caso, che da una parte sola siano fitti nel muro, e sì quando vengano retti in ambidue gli estremi: e tanto prescindendo dal proprio loro peso, quanto computandolo; ed ancora paragonando tra di loro, non già le parti di un medesimo solido, ma più, e diversi solidi dello stesso nome (come fa il Viviani nelle prop. 67. e 68.) stimo bene di soggiungere qui,
292 tradotti dal latino i problemi da me nel citato luogo spiegati, acciocchè servano di corteggio alle suddette proposizioni del nostro Autore, le quali in queste proposte si confermano, e si ampliano a più universale applicazione, con gran vantaggio della pratica, di cui in oggi si suole far tanto caso nelle ricerche della meccanica.

Tutto l' artifizio ivi esposto consiste nel considerare le due figure, dalle quali può intendersi generato un solido: cioè quella, che esprime il suo profilo, e quella che gli serve di pianta; Come per cagione d' esempio, nel cuneo parabolico I A B N si vede che nasce dalla parabola verticale I F B A, e dal rettangolo orizzontale B A K, moltiplicandosi le ordinate A I, C F della prima figura, che mostra il profilo del solido coll' ordinate A K, R C della seconda, che gli serve di pianta, onde ne provengono i rettangoli I A K N, F C R M, che sono le varie sezioni del solido: ed essendo data o la verticale figura del profilo, o l' orizzontale della pianta, si dimostra come geometricamente possa determinarsi l' altra, in maniera tale, che da ambidue ne nasca un solido di uguale resistenza, secondo le condizioni, che si ricercano; sicchè potendosi variare in infinito qualsivoglia delle due figure generatrici, a cui possiamo per avventura essere obbligati, o dalla materia stessa, che ce la porga bell' e fatta, o dal luogo, che non sia comodamente capace d' altra figura, o dall' arbitrio di chi voglia il solido di un tale determinato contorno, è manifesto, che infiniti solidi d' uguale resistenza si potranno assegnare: per non dir nulla, che quanto qui si dice de' solidi, le di cui sezioni sono tanti rettangoli, agevolmente applicare si potrebbe a' corpi, le sezioni de' quali fussero tanti rettangoli, o tante parabole di qualsivoglia grado, o tante ellissi, o in somma tali omogenee figure, che più ci piacciano, purchè sieno proporzionali a' rettangoli circoscritti.



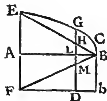
Pro-

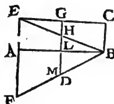
Problema I.

Data la figura orizzontale A F *b* B d' una trave, che debba impegnarsi nel muro col suo termine A, ritrovare la figura verticale A E G B, da combinarsi coll' altra, perchè ne risulti un solido d' uguale resistenza, in riguardo al peso da attaccarsi al termine B di esso.

Condotta la linea B F, e tirando qualsivoglia ordinata D L all' asse A B, che seghi F B in M, si faccia, come D L ad L M, così il quadrato di qualunque data linea A E, al quadrato d' un altra G L, ordinata al medesimo asse nel punto L parallela ad A E. Dico, che i punti E, G saranno nella nuova curva E G C, corrispondente all' effetto, che si desidera. Imperocchè la ragione di A F ad L M (cioè 293
della lunghezza A B ad L B) sarà composta delle ragioni di A F ad L D, e di L D ad L M, cioè del quadrato A E al quadrato L G; per la qual cosa, se si compiranno i rettangoli F A E, D L G, e così gli altri in simigliante maniera ritrovati, fin tanto che se ne faccia un solido, che abbia per base la data figura A F *b* B, e per profilo verticale l' altra A E G C B ora determinata: questo sarà tale, che i momenti delle resistenze nelle sue varie sezioni (essendo in ragione composta delle basi A F, L D, e de' quadrati dell' altezze A E, L G) saranno proporzionali alle lunghezze tagliate dal suo termine B; cioè a' momenti di un medesimo peso ivi attaccato: e però sarà di uguale resistenza il solido, o si appoggi nel taglio del muro sopra l' ordinata A F, o sopra l' ordinata L D della data base orizzontale. Il che ec.

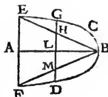
Corollario I. Se la base A F *b* sarà un rettangolo, cioè se l' ordinata A F sarà da per tutto uguale alla L D, sarà il quadrato E A al quadrato G L, come F A ad L M; ovvero come A B a B L; E però la curva E G B sarà una parabola, il cui asse B A, ed il solido quindi prodotto è il cuneo, o prisma parabolico già considerato dal Galileo.





Corollario II. Se F B A fusse un triangolo, sarebbe D L uguale ad L M; e però ancora il quadrato E A uguaglierebbe il quadrato L G: sicchè la faccia verticale sarebbe un rettangolo; ed il solido quindi nato diventerebbe il cuneo triangolare già ritrovato dal Sig. Viviani prop. 48.

294 *Corollario III.* Ma quando F B A fosse una parabola cubica, sarebbe la ragione di F A a D L suttriplicata della ragione di A B a B L, o di F A ad L M; onde quella di D L ad L M sarebbe duplicata di quella di F A a D L, ma la stessa, per costruzione, debb' essere duplicata di A E ad L G (dovendo corrispondere a' quadrati loro) adunque la ragione di A F a D L, sarà la stessa con quella di A E ad L G; onde ancora la curva E G B sarà una parabola cubica; ed il solido fatto da' quadrati delle sue ordinate, o il conoide generato da cotal figura nel rivoltarsi d' intorno al suo asse, come composto di cerchi nati dall' applicate, e proporzionali a' detti quadrati, sarà d' una uguale resistenza, come notò il S. Viviani alla prop. 53.



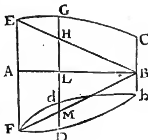
Corollario IV. Generalmente, se la data figura sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole, le di cui ordinate y si riferiscano a qualsivoglia potestà delle porzioni tagliate dall' asse x, secondo l' universale equazione $y = x^m$ (dinotando m qualunque esponente positivo, o negativo, intiero, o rotto) La natura dell' altra curva ricercata sarà tale, che la sua ordinata z dovrà riferirsi alle potestà delle medesime x tagliate dalla cima dell' asse, l' esponente delle quali potestà sia la metà dell' eccesso di 1 sopra m; cioè, che la sua equazione sarà $z = x^{\frac{1-m}{2}}$ Di maniera che la curva cercata sarà parimente qualche specie di parabola, qualunque volta il detto esponente riesca positivo (cioè quando m è minore dell' unità, sicchè possa da essa sottrarsi) ma negli altri casi sarà qualche razza d' iperbola, rimanendo l' indice negativo (quando non rimanga nullo, il che darebbe l' ordinate tutte uguali, come nel caso del rettangolo ritrovato nel coroll. 2.) col sottrarsi il numero maggiore m dalla detta unità: ciò che sempre accade, quando la data curva è un trilineo parabolico, in cui le applicate si riferiscono alle porzioni della tangente verticale.

Corollario V. Se la data curva F D B fusse un quarto d' ellisse, o di circolo, ne verrebbe la curva cercata E G B di tale natura, che la porzione dell' asse B L al doppio di B A sarebbe come il biquadrato dell' ordinata G L alla somma de' biquadrati d' ambidue le G L, E A.

Problema II.

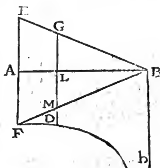
295 Dato il profilo verticale della curva E C B, ritrovare l' altra figura, che aver debbe la base orizzontale, per ottenere lo stesso effetto.

Si faccia qualunque triangolo B A F; indi, come il quadrato G L al quadrato E A, così stia la retta L M intercetta nel detto triangolo, alla retta L D, che questa sarà una dell' ordinate alla curva, che si cerca; e nella stessa maniera si troveranno tutte l' altre: come è chiaro per lo converso della precedente costruzione. O pure, congiunta la B E, che sega in H l' ordinata G L, si faccia, come il quadrato G L al rettangolo di A E in H L, così A F ad L D; e sarà similmente il punto D nella curva F D B ricercata; mercecchè questa costruzione confronta appunto con quella di sopra.



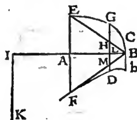
Co-

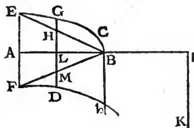
Corollario I. Quindi ancora si potrà dedurre la stessa costruzione de' solidi ritrovati dal Galileo e dal Viviani, secondo che vorrà supporsi la data figura verticale, o una parabola, o un rettangolo, o una parabola cubica, imperocchè l' altra figura orizzontale riuscirà respettivamente un rettangolo, o un triangolo, o una simile cubica parabola.



Corollario II. Che se la figura A E G B fusse un triangolo, l' altra F D *b* sarebbe una iperbola tra gli asintoti A B *b*; imperocchè essendo G L uguale ad H L, sarà il quadrato G L al quadrato A E, come il quadrato L M al quadrato A F; e per tanto essendo nella stessa ragione L M, ad L D saranno L M, A F, L D continuamente proporzionali; cioè L D ad A F, come A F ad L M, o come A B a B L (o ancora come A E a G L) per la qual cosa il rettangolo D L B sarà uguale al rettangolo F A B, come richiede la natura dell' iperbola; ed oltre a ciò non solamente le sezioni del solido, che ne risulta, sarebbero d' uguale resistenza, ma sarebbero uguali di spazio, per essere i rettangoli A E F, L G D tra di loro uguali.

Corollario III. Se la data curva è un quarto di cerchio, o d' ellisse, l' altra F D *b* diventa una iperbola toccata in F dalla retta F B, di cui un asintoto sarebbe la retta A B, l' altro sarebbe K I perpendicolare ad A B nella distanza A I uguale ad A B, sicchè il centro d' essa sarebbe oltre il punto A nella B A altrettanto prolungata. 296

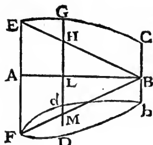




Corollario IV. Se fusse la proposta curva E G B una iperbola, con la cima in B, e l' asse B A, ancora la curva F D *b* sarebbe iperbola, di cui un asintoto A B, l' altro I K distante dal punto B per tutta la quantità del lato trasverso della detta iperbola E G B. Di maniera che il centro I di questa nuova curva F D *b* caderebbe nella cima dell' iperbola opposta alla data E G B.

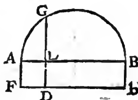
Corollario V. Se finalmente la data curva E G B sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole riferite all' asintoto, ancora la curva, che si cerca sarà iperbolica, o parabolica, come nel simile coroll. 4. della precedente si è veduto.

Problema III.

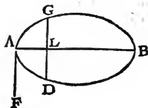


Data la figura orizzontale A F *b* B d' una trave da appoggiarſi a due ſoſtegni ne' ſuoi termini A B: ritrovare la figura verticale A E G B, che combinata coll' altra, faccia un ſolido ugualmente reſiſtente da per tutto, dovunque ſi ponga un dato peſo, che lo aggravi ne' punti di mezzo a' ſuoi eſtremi.

Si faccia, come la D L a qualunque data A F, così il rettangolo A L B al quadrato L G. Sarà il punto G nella curva che ſi cerca, la quale ſoddisfarà al queſito. Imperocchè il prodotto degli eſtremi, cioè del quadrato L G nella D L (il quale prodotto è proporzionale al mo-
297 mento di reſiſtenza nella ſezione L D G, per eſſere in ragione compoſta del quadrato dell' altezza L G, e della baſe L D) uguaglierà il prodotto de' mezzani, cioè della coſtante A F nel rettangolo A L B (il quale ſecondo il Galileo è proporzionale al momento d' un dato peſo eſpreſſo per la coſtante A F, ed applicato nel punto L al vette A B) adunque il peſo preciſamente baſtante a ſpezzare il ſolido in una di dette ſezioni, è baſtante altresì a romperlo in qualunque altra dovunque reſti applicato; e non potendo vincere la reſiſtenza d' una di tali ſezioni, nè meno ſarebbe abile a vincerne verun' altra. Il che ec.



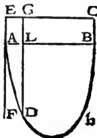
Corollario I. Se la baſe A F *b* B ſarà rettangola, averà qualunque ordinata L D la ſteſſa ragione alla coſtante A F; onde il rettangolo A L B al quadrato L G avrà altresì una medeſima data ragione; e però la figura verticale A G B ſarà un circolo, o un' elliſſe, ſicchè quindi ne naſcerà il priſma ſemicircolare, o ſemiellittico trovato prima dal Viviani nella prop. 106. e poi dal Blondello, e dal Marchetti, e quindi da altri moderni oſſervato.



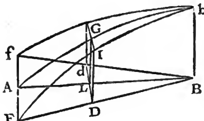
Corollario II. E ſe la data curva orizzontale fuſſe una parabola A D B, deſcritta ſopra la baſe A B, eſſendo l'applicate D L parallele all' aſſe, proporzionali a' rettangoli A L B, ſarà la ragione della D L alla coſtante A F, uguale alla ragione del rettangolo A L B ad un coſtante quadrato G L; ſicchè la figura verticale A E C B ſarà un rettangolo d' una data altezza; e però il ſolido quindi generato, ſarà il priſma parabolico dal Sig. Viviani nella prop. 95. e poſcia dal Blondello, e da altri moderni avvertito.

Corollario III. Se A D B fuſſe una elliſſe di tal natura, che il cubo dell' ordinata D L fuſſe proporzionale al rettangolo delle parti del diametro A L B, o uguale al ſolido, che aveſſe per baſe il detto rettangolo, e per altezza la coſtante A F, come ſuo lato retto: allora ſarebbe L D ad A F, come il rettangolo A L B al quadrato L D; ma per

per costruzione è altresì il rettangolo A L B al quadrato L G, nella stessa ragione di L D ad A F; dunque il quadrato L G sarebbe uguale ad L D; e però la curva verticale A G B sarebbe la stessa di specie, e di numero, colla data orizzontale A D B; onde il solido quindi nato averebbe nelle sue sezioni tanti quadrati dell' ordinate L D; e conseguentemente, girando la detta ellisse cubica A D B intorno l' asse A B, produrrebbe un solido rotondo, le cui sezioni essendo i cerchi fatti dall' applicate L D proporzionali a' suddetti quadrati, si averebbe una sferoide d' uguale resistenza, come osservò, prima d' ogn' altro, il Sig. Viviani alla proposizione 98.



Corollario IV. Se la data figura orizzontale fusse il triangolo A F B, la verticale sarebbe una parabola A *b* descritta coll' asse A B; Imperocchè L D ad A F è come B L ad A B, ovvero come il rettangolo A L B al rettangolo L. A B; e nella stessa ragione dovendo essere il rettangolo A L B al quadrato L G, sarà questo uguale al rettangolo L A B; di maniera che B A sarebbe il lato retto di questa parabola A G *b*. Onde si ha un' altra nuova specie di solido parabolico d' uguale resistenza, ancora quando è sostenuto da ambi gli estremi: e si potrebbe ancora utilmente adattare a maniera di cupola, retta sopra un pilastro di mezzo sottoposto al centro B, ed intorno in tutto il suo giro appoggiata ne' lati d' un poligono F *f*, che facessero il recinto d' un edifizio rotondo. 298



Corollario V. Generalmente, se la curva orizzontale sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole riferite all' asintoto A B, di maniera che l' ordinate di essa corrispondano alle potestà delle porzioni dell' asse, indicate dall' esponente *m*, sempre la verticale figura sarà una specie di ellisse, in cui i quadrati dell' ordinate sieno, come il prodotto da un segmento del diametro nella potestà del residuo, indicata dall' eccesso dell' unità sopra l' esponente *m*; cioè da $1 - m$.

Problema IV.

Data la curva verticale A E G B, ritrovare viceversa l' orizzontale A F D B atta al medesimo effetto. *Fig. Probl. III.*

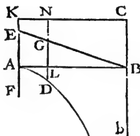
Si faccia, come il quadrato dell' ordinata G L al rettangolo de' segmenti della base A L B, così una retta costante A F, scelta ad arbitrio, all' ordinata L D. Sarà il punto D nella curva, che si cerca, come è manifesto per la costruzione della precedente.

Corollario I. Facil cosa è il dedurre ancora di qui li stessi solidi d' eguale resistenza determinati dal Viviani, e da gli altri, e da noi nella precedente; perchè supponendo essere la curva verticale un semicircolo, o semiellisse, si ha subito nell' orizzontale il rettangolo: e supponendo ivi il rettangolo, qui si ha la 299

para-

parabola ordinaria deſcritta ſopra la baſe A B; e ſe ivi ſi ha l' elliſſe cubica, qui naſce la ſteſſa ſpecie di figura; e ſe ivi ſi mette la parabola adiacente all' aſſe A B, qui naſce il triangolo ec.

Corollario II. Se la data E G B fuſſe un triangolo, l' altra F A D *b* ſarebbe una iperbola, il cui aſintoto ſarebbe la retta C B, ed eſſa curva paſſerebbe per lo punto A, ed il centro C ſarebbe ſopra il punto B d' un intervallo dato B C, quarto proporzionale dopo i quadrati A E, A B, e la retta A F.

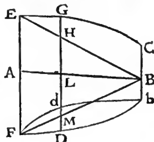


Corollario III. Ma eſſendo E G B qualunque dell' infinite parabole, o iperbole, in cui le poteſtà dell' ordinate, che hanno per eſponente il numero *m* ſieno proporzionali alle parti dell' aſſe tagliate dalla cima B, ſarà la curva orizzontale ricercata una tale ſpecie d' elliſſe, le di cui ordinate ſieno come i prodotti dall' una delle parti dell' aſſe nella poteſtà della rimanente, indicata dall' eceeſſo dell' unità ſopra il duplo di *m*, cioè da 1 — 2 *m*.

Problema V.

Se ad una trave, che ſporga in fuori da una parete, ſi doveſſe ſoprapporre qualche ſolido priſmatico, o cilindrico, o vi ſi doveſſe alzare ſopra una parete d' uguale groſſezza, ed altezza da per tutto; ritrovare infinite figure, ſecondo le quali ſegando la detta trave, rieſca in qualunque ſuo punto egualmente gagliarda, e forte, per reggere il peſo ſoprappoſto.

Si proponga ad arbitrio l' una, o l' altra delle due figure F D B orizzontale, ovvero E G B verticale, che per trovare l' altra baſta diſcorrere così. I momenti de' peſi delle grandezze priſmatiche, corriſpondenti alle lunghezze A B, L B, ſono per la prop. 3. del Galileo (o per la 20. del Viviani, o per lo corollario della pro. 103. del medeſimo) come i quadrati di tali lunghezze. Biſogna dunque, che ancora i momenti delle reſiſtenze nelle varie ſezioni d' un ſolido, i quali ſono come il prodotto della baſe nel quadrato dell' altezza, ſieno proporzionali a' quadrati delle lunghezze. Si faccia pertanto, come il quadrato dell' ordinata verticale G L al quadrato della porzione dell' aſſe L B, così una



300 retta coſtante A F ad L D: che queſta ſarà la corriſpondente ordinata nella figura orizzontale. O pure viceverſa, come L D ad A F, così ſtia il quadrato di B L al quadrato di L G, che ſarà queſta l' ordinata nella figura verticale. Imperocchè il prodotto della baſe L D nel quadrato dell' altezza L G ſarà in vigore di queſta coſtruzione uguale al prodotto della coſtante A F nel quadrato di L B; e però ſarà proporzionale al detto quadrato: onde eſſendo i momenti delle reſiſtenze proporzionali a' momenti de' peſi ſovrappoſti; ſe tutto il peſo non romperà tutto il ſolido nella ſezione E A F impegnata nel muro; nè meno la porzione del peſo corriſpondente alla ſola lunghezza L B, ſarà abile a romperlo nella ſezione G L D; che però tutto il ſolido ſarà in queſto ſenſo da per tutto ugualmente reſiſtente. Il che ec.

Corol-

Corollario I. Se A F D B sarà un rettangolo, sarà A E G B un triangolo, onde ne nascerà il prisma triangolare, proposto già per tale effetto dal Sig. Leibnizio negli atti di Lipsia del 1684. e da Monsù Varignon nelle memorie dell' Accademia di Parigi del 1702. art. 17. essendo il quadrato L D uguale, o in una data ragione, al quadrato dell' arbitraria A F, e però ancora il quadrato B L, riuscendo uguale, o in una costante ragione, al quadrato L G.

Corollario II. Ma se sarà A E C B un rettangolo, ne verrà A F D B un trilineo parabolico adiacente alla tangente verticale A B; e raddoppiando la figura A F D B d' intorno la retta BA, si averà un cuneo parabolico assai vago, ed opportuno all' effetto bramato.

Corollario III. Se la figura orizzontale sarà un triangolo A F B, la verticale sarà una parabola d' intorno l' asse A B, onde ne nasce il solido A F H B, quale si dimostra nella figura. 301

Corollario IV. Se la verticale sarà un quarto di cerchio, o di ellisse E G B l' orizzontale B D F diventa una iperbola, il di cui asintoto N E parallelo ad A B, ma distante da esso per un dato intervallo, uguale alla costante A F.

Corollario V. Se l' una, e l' altra di queste figure sarà una parabola cubica, del secondo ordine, in cui i cubi dell' ordinate corrispondono a' quadrati delle porzioni dell' asse, ancora l' altra sarà della stessa natura; di maniera che un solido fatto da' quadrati di cotale parabola, o piuttosto un solido rotondo fatto da' cerchi, generati dall' ordinate nel rivolgersi la figura d' intorno al suo asse, (tagliandolo per mezzo, per ispianarne il dosso di sopra, ad effetto di adattarvi il peso da soprapporvi) sarà di uguale resistenza, come mostra la figura. 302

Corollario VI. Generalmente se la curva orizzontale sarà alcuna delle parabole, o iperbole infinite, le cui ordinate siano, come le potestà denominate da m appartenenti alle porzioni dell' asse; la curva verticale averà i quadrati dell' ordinate proporzionali alle potestà indicate dall' eccesso di 2 sopra m, cioè da $2 - m$, e considerate nelle porzioni dell' asse.

Corollario VII. Ma quando la figura verticale

cale fosse una di cotali curve paraboliche, o iperboliche, in cui l'ordinate corrispondessero alle potestà dell' asse denominate da m; l' ordinate nella curva orizzontale corrisponderebbero alle potestà delle porzioni dell' asse, denominate dall' eccesso di 2 sopra il doppio di m, cioè da $2 - 2m$.

Problema VI.

Ritrovare infiniti solidi, i quali essendo in uno de' suoi termini impegnati nel muro, siano d' uguale resistenza in riguardo del proprio peso di essi.

Si prenda per curva verticale il trilineo parabolico, che serve di compimento all' ordinaria parabola, cioè le di cui ordinate si applicano alla tangente della cima: e per la figura orizzontale si pigli un rettangolo, o pure un triangolo, o ancora qualsivoglia dell' infinite parabole, che abbiano la medesima cima, e le di cui ordinate siano come le potestà delle porzioni dell' asse, denominate da qualunque numero m. Dico, che il solido risultante dall' una, e dall' altra delle dette figure sarà tale, che in riguardo al proprio suo peso, sarà da per tutto d' una eguale resistenza: di maniera che, se tutto non potrà rompersi nella sezione aderente al muro, nè meno veruna porzione, in vigore del proprio peso, potrà staccarsi da qualunque sezione parallela al muro, quando pure in essa fusse il solido sostenuto. Imperocchè cotali solidi sempre saranno al solido prismatico circoscritto nella stessa ragione (qualunque porzione d' essa voglia considerarsi) cioè in quella di 1 ad $m + 3$; e la distanza del centro di gravità di questi solidi, e di ciascuna porzione loro, dalla base, è sempre proporzionale alla lunghezza dell' asse in proporzione di $m + 2$ a' $2m + 5$ (se non che nel caso del rettangolo orizzontale, essendo $m = 0$, la ragione di 1 ad $m + 3$ rimane solamente di 1 a 3, e quella di $m + 2$ a' $2m + 5$, resta di 2 a 5) E per tanto il momento di qualunque porzione d'un tale solido sarà sempre come il prodotto $y\,z\,x\,x$ (esprimendo y l' altezza verticale della sezione, z la sua base, e x la porzione dell' asse) imperocchè il peso del solido è proporzionale al prisma circoscritto $y\,z\,x$, e la distanza del centro di gravità dal sostegno di nuovo è proporzionata ad x. Ma il momento della resistenza di qualsivoglia sezione è proporzionale al prodotto del quadrato dell' altezza nella sua base, cioè a' $y\,y\,z$; ed è y proporzionale ad $x\,x$, per essere la verticale figura un trilineo parabolico, onde $y\,y\,z$ è eguale a' $y\,z\,x\,x$; adunque il momento del peso di qualunque porzione di cotal solido, stesa oltre la sua base, è proporzionale al momento di resistenza della base medesima; e però ugualmente da per tutto è gagliardo il solido in riguardo del proprio peso; Il che ec.

303 *Corollario I.* Se la figura orizzontale sarà un rettangolo, ne verrà un cuneo parabolico, quale fu considerato nella prop. 55. proposto ancora dal Leibnizio, e dal Varignon ne' luoghi citati.

Corollario II. Se l' esponente m è uguale a' 2 la figura orizzontale riesce un altro uguale trilineo parabolico: sicchè il solido fatto dall' applicate di questo spazio, e però ancora la tromba parabolica, nata dal ravvolgimento dello stesso trilineo intorno la tangente verticale, di cui parlano i suddetti Autori, e da noi fu trattato nella prop. 57. del Sig. Viviani, sarà di uguale resistenza, essendo composta da' cerchi generati dall' applicate, proporzionali a' detti quadrati.

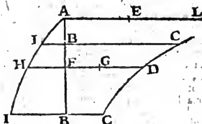
Corollario III. In luogo dell' infinite parabole, si potrebbero a tale proposito adattare infinite iperbole, paragonando i solidi, che quindi nascono, a' prismi iscritti, in vece de' circoscritti; militando in questi ugualmente, che in quelli, la ragione medesima.

Corollario IV. Un altro prisma d' uguale resistenza, e d' una data altezza, si po-

potrebbe assegnare, che avesse per base lo spazio logaritmico; imperocchè essendo gli spazj tra la curva logaritmica, ed il suo asintoto interposti, tra di loro, come l' ordinate (per ciò, che dimostrai negli Ugeniani cap. 3. n. 7.) ed essendo i centri di gravità d' essi spazj, sempre distanti dalla base per lo stesso intervallo della suttangente (come ivi dimostrai cap. 11. n. 1.) i momenti de' pesi ne' prismi, eretti ad una data altezza sopra di essi spazj, e sostenuti sopra qualunque loro ordinata, saranno come le stesse ordinate; ma ancora i momenti delle resistenze nelle sezioni della medesima altezza sono come le basi (per la prop. 2.) cioè, come le dette ordinate; saranno adunque proporzionali i momenti de' pesi a' momenti delle resistenze; onde cotali prismi riusciranno d' uguale resistenza, come già si è avvertito alla pag. 58. del Sig. Viviani.

Problema VII.

Ad una data lunghezza A L applicare infiniti solidi prismatici, o cilindrici, i quali in riguardo allo stesso peso pendente da un termine di essi (quando nell' altro solamente siano sostenuti i solidi) o pure applicato nel mezzo della lunghezza loro (in caso che si appoggino a' sostegni posti in ambi gli estremi) abbiano una resistenza uguale a quella di un dato prisma, o cilindro, la di cui lunghezza sia A E, l' altezza A F, e la larghezza F G.



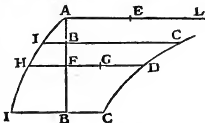
Si faccia, come A E ad A L, così F G ad F D; e per lo punto D, fra gli asintoti E A F, s' intenda descritta l' iperbola quadratica D C, in cui l' ordinate F D, B C siano reciprocamente, come i quadrati delle B A, F A; di maniera che il prodotto del quadrato B A nell' altezza B C uguagli sempre lo stesso prodotto del quadrato A F nell' altezza F D. Dico, che qualsivoglia prisma dell' altezza arbitraria B A, e della corrispondente lunghezza B C, colla data lunghezza A L, soddisfarà al quesito; imperocchè essendo come A E ad A L, cioè come il momento d' un peso pendente dalla lunghezza A E al momento dello stesso pendente dalla lunghezza A L, così F G ad F D: ovvero così il prodotto di F G nel quadrato A F, al prodotto di F D nel medesimo quadrato A F; cioè come il momento di resistenza della sezione A F G risultante nel dato prisma al momento di resistenza nella sezione A F D; è manifesto, che il momento di resistenza del dato prisma al momento di resistenza di un altro, la cui altezza A F, larghezza F D, lunghezza A L, sarà come il momento del peso pendente dal primo prisma al momento dello stesso pendente dal secondo; e per tanto la resistenza di questo sarà uguale alla resistenza di quello. Ma essendo uguali i prodotti di F G nel quadrato A F, e di C B nel quadrato A B, sarà lo stesso il momento di resistenza nella sezione del prisma contenuto dalle rette A L, B A, B C, che dell' altro compreso dalla stessa lunghezza A L, dall' altezza A F, e dalla larghezza F D; adunque qualsivoglia de' sopraddetti prismi sarà d' uguale resistenza col prisma proposto, e sarà applicato alla medesima data lunghezza A L; Il che ec.

304

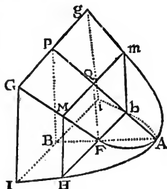
Problema VIII.

Ritrovare infiniti ſolidi priſmatici d' una data lunghezza, i quali a riguardo del proprio peſo ſieno della medeſima reſiſtenza, o ſi reggano ſopra un ſoſtegno ſolo corriſpondente ad uno de' ſuoi termini, o ſiano in ambi gli eſtremi ſoſtenuti.

Si deſcriva coll' aſſe A B la parabola A H nell' antecedente figura. Dico, qualunque priſma della lunghezza I B, e dell' altezza B A, colla data larghezza, ſoddiſfare al queſito. Imperocchè eſſendo A B ad A F (ovvero multiplicando l' una e l' altra per B A F, il prodotto del quadrato A B in A F al prodotto del quadrato A F in A B) come il quadrato B I al quadrato F H: ſarà il prodotto de' quadrati A F, B I, e della retta A B, e però il quadrato A B al quadrato di A F (cioè, per la comune larghezza de' priſmi, il momento di reſiſtenza nella ſezione dell' altezza A B, al momento di quella, che aveſſe per altezza A F, per la propoſizione 3. del Viviani) ſarà, come il prodotto del quadrato della lunghezza I B nell' altezaa A B, al prodotto del quadrato della lunghezza H F nell' altezza A F, cioè (per la medeſima larghezza di ciaſcun priſma) come il momento del peſo del priſma, a cui nella lunghezza I B ſerva di altezza la A B, al momento del peſo d' un priſma, la cui lunghezza fuſſe H F, e l' altezza A F, in pari larghezza d' ambidue; onde nell' uno, e nell' altro ſarà la ſteſſa reſiſtenza in riguardo del proprio peſo; Il che ec.



305 *Corollario*. Quindi l' ungula ſolida parabolica, tagliata dal cilindro eretto ſopra la parabola A I B raddoppiata all' altra parte dell' aſſe A B, col piano P G A, che paſſando per la cima A della parabola, foſſe inclinato a qualſivoglia angolo colla baſe: ſarebbe un ſolido in qualunque ſua parte ugualmente reſiſtente, in riguardo del proprio ſuo peſo: o foſſe ſoſtenuto ſopra la linea A B, o foſſe retto da' ſoſtegni ſottopoſti d' intorno al ſuo perimetro I H A *b i*. Imperocchè dividendo il diametro A B in quante ſi voglia parti, e per ogni punto della diviſione alzando tanti piani eretti alla baſe ſopra tutte l' ordinate della parabola; ne riſulterebbero altrettanti priſmi iſcritti a queſt' ungula, tutti (per le coſe ora dimoſtrate) d' eguale reſiſtenza in riguardo al proprio peſo; i quali priſmi eſaurirebbero tutta la ſolidità della detta ungula (accreſcendo in infinito il numero d' eſſi, e ſcemandone in infinito altresì la larghezza) onde lo ſteſſo effetto produrrebbe la medeſima ungula intera, in cui verrebbero a terminare: e ſarebbe



be cotesto solido ungulare uguale a 3. quinti dell' intiero prisma ugualmente alto, eretto sopra la parabola stessa, per le cose da me dimostrate nello scolio della prop. 28. de' problemi Viviani.

Si potrebbero qui aggiungere due altri problemi della stessa natura de' precedenti, assai eleganti, ed adattati ad illustrare viepiù questa stessa materia delle resistenze, proposti già nel tomo 15. del Giornale Veneto art. 4. Ma potendosi agevolmente ivi vedere la soluzione data ad essi da me, e dal Sig. Giulio Fagnani, stimo bene di porre una volta termine ed alla fatica mia, ed al tedio de' Lettori, dando a questa operetta il bramato fine.



NOTE AL TRATTATO
DEL GALILEO
DEL MOTO NATURALMENTE ACCELERATO
DEL P. AB. D. GUIDO GRANDI

Matematico di S. A. R. e dell' Univerſità di Piſa.

385 L principale fondamento, ſopra di cui ha ſtabilita il Galileo la ſua nuova ſcienza del Moto accelerato de Gravi cadenti, è l' Ipoteſi, che un Grave partendoſi dalla quiete ſi vadia acquiſtando appoco appoco la velocità: dimanieracchè in ogni minima particella uguale di tempo ſi vadia ſopraggiugnendo un grado eguale di celerità; e però creſca nel mobile la velocità medeſima in quella proporzione appunto, in cui creſce il tempo dal principio del moto.

2 Queſta ſuppoſizione non ſolamente è la più naturale, ed aſſai conforme alla ragione, ed alle ſperienze, come accenna il noſtro Autore, ma reſta altresì confermata dall' univerſale conſentimento de' Filoſofi, e Matematici moderni, che l' hanno generalmente abbracciata per vera: purchè però ſi preſcinda, come eſpreſſamente avvertì lo ſteſſo Galileo, dalla reſiſtenza del mezzo, in cui ſi fa il moto; e purchè ſi ſupponga in oltre, come fa tacitamente il medeſimo Autore, che la Gravità ſia una forza invariabile, e come ſuol dirſi, *coſtante;* onde in ogni particella uguale di tempo, eſſendo ſimilmente applicata al Mobile, debba in eſſo imprimere un eguale grado di velocità, e ſpingerlo abbaſſo col medeſimo inalterato vigore: non eſſendovi ragione alcuna, perchè aver poſſa diverſa azione in un momento, più che in un altro.

3 Ma ne' tempi ſuſſeguenti all' età del Galileo ſi cominciò a dubitare, che la Gravità d' un medeſimo corpo non variaſſe al mutarſi del luogo, e non creſceſſe, o ſcemaſſe di energia, ſecondo le varie diſtanze dal centro comune, a cui tendono i Gravi, corriſpondendo alle dette lontananze con qualche legge di proporzione determinata dall' Autore della Natura; il che ſe fuſſe, gli accreſcimenti della velocità, acquiſtati dal Mobile in qualſivoglia menoma particella uguale di tempo non ſarebbero più fra di loro uguali, ma piuttoſto proporzionali alle varie forze della Gravità, che nel ſuo avvicinamento al centro comune, alterando il proprio vigore, doverebbe cagionare tanto maggiore, o
386 minore effetto, quanto maggiore, o minore fuſſe l' energia da eſſa acquiſtata nel progreſſo del moto. Così, perchè la forza della Calamita vicina è maggiore della più lontana, ſe un ago in una certa diſtanza dal polo di quella comincia a riſentire l' azione, da cui viene ſpinto a congiungerſi col detto polo, la velocità, che gli viene impreſſa in un ſecondo di tempo dal principio del moto, non ſarà uguale a quella, che gli ſi aggiunge in ciaſcuno de' ſuſſeguenti ſecondi; ma tanto maggiore diventerà ſempre l' augumento della velocità corriſpondente alle particelle uguali di tempo impiegato nel moto, quanto è maggiore la forza della Calamita già vicina dell' energia che aveva in maggiore lontananza.

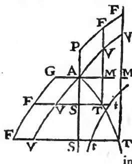
4 E' vero, che nelle diſtanze dal centro della Terra, nelle quali potiamo ſperimentare i movimenti de' Gravi, non può ſenſibilmente variarſi la forza della Gra-

Gravità, perchè quantunque in rigore dovesse alterarsi la sua energia a misura che scemano, o crescono le distanze dal centro, secondo qualsivoglia proporzione semplice, o multiplicata delle medesime distanze prese direttamente, o reciprocamente; ad ogni modo è sì grande il semidiametro della Terra, che si calcola maggiore di 3647. miglia Fiorentine, secondo le moderne più esatte osservazioni: onde aggiungendogli ancora l' altezza d' un miglio, o due, non si fa una distanza sensibilmente maggiore, che possa per questo conto alterare l' effetto della Gravità, sicchè con tutta ragione si può supporre, che sia una forza costante, almeno per quanto appartiene a que' moti, che appresso di noi sulla superficie della Terra veggiamo farsi in linea retta.

5 Ma perchè non mancano Autori di gran nome, che poco soddisfacendosi dell' ipotesi del Galileo, hanno creduto, che ancora per li movimenti fatti qui su gli occhi nostri, nello scendere i Gravi per poche braccia, l' accelerazione de' Gravi camminasse con diversa proporzione: e perchè la dottrina del moto accelerato potrebbe stendersi a distanze maggiori dal centro del moto, nelle quali avesse luogo la variazione della forza della Gravità immaginata da' Matematici, e Filosofi moderni, specialmente nel calcolo de' moti celesti, nella spiegazione de' quali suppongono tutti i Pianeti essere gravi verso del Sole; ed ancora finalmente, perchè quando pure in ogni moto rettilineo dovesse computarsi la Gravità per una forza costante, ed invariabile; è certo però, che ne' moti curvilinei ancora, fatti appresso alla superficie della nostra Terra, si varia in ogni punto la forza della Gravità, a misura che si varia l' inclinazione della curva descritta dal mobile col piano orizzontale, o col perpendicolo; di maniera che resta moderata di mano in mano l' energia della Gravità, per se stessa invariabile, essendo in parte sostenuto il grave cadente da ciò che l' obbliga di andare per linea curva; e però si verifica in tal caso l' ipotesi della Gravità sempre variata in diversi punti dello spazio da scorrersi, secondo varie proporzioni, che possono nascere dalla varia natura delle Curve descritte da esso mobile. Perciò non sarà inutile di esaminare l' altre ipotesi della Gravità in diverse proporzioni variabile, determinando ciò che debba nel moto accelerato accadere di particolare per tal riguardo: il che renderà questa scienza più generale, e più adatta al gusto di chiunque dell' altre supposizioni voglia prevalersi nel sistema della Gravità, credendo che con altre leggi sia regolata dall' Autore della Natura quella cagione, qualunque siasi, che spinge le cose gravi verso il centro della Terra, o verso qualunque altro punto, a cui possano avere tendenza.

6 E primierante dichiarerò certi termini, de' quali mi voglio servire quindi 387
innanzi, secondo l' uso, che di già hanno appresso a' moderni Matematici, che di simiglianti materie trattarono: benchè per ischivare ogni pericolo di confusione mi convenga distinguerli con qualche particolare aggiunto nella maniera che segue.

Definizioni.



7 S' intersechino le rette P S, G M perpendicolarmente in A; ed esprimano le porzioni A S della prima l' estensione dello spazio scorso dal mobile partitosi dalla quiete in A; e le porzioni A M della seconda rappresentino l' estensione del tempo impiegato in un tal moto dalla sua origine in A. Negl' infiniti punti della retta A S sieno applicate le rette S F rappresentanti le forze, colle quali viene spinto il mobile

in ciascun punto dello spazio; e le rette S V esprimenti il grado di velocità, che ivi si trova d'avere acquistato il mobile scendendo per lo spazio A S; e le rette S T, che denotano l'estensione del tempo impiegato in un tale moto; e le S *t* proporzionali agl' incrementi momentanei del tempo, ne' quali si promuove il mobile per le particelle elementari dello spazio, sieno ancora le M F applicate a ciascun punto M della retta A M, uguali alle corrispondenti S F, e le M V parimente uguali alle corrispondenti S V, di maniera che espongano quelle la forza, e queste la velocità, con cui il mobile è spinto ne' momenti M del tempo. Allora si dirà la superficie A G F S *Scala delle forze*; l' altra A V S *Scala delle velocità*; l' altra A T S la *Scala de' tempi intieri*; ma la figura P A M F dirassi *Piano delle forze*; e l' altra A V M *Piano delle velocità*; dimanierachè, occorrendo di applicare allo spazio qualche misura del moto, sempre la figura che ne risulta dirassi *Scala*, ed applicandola al tempo, dovrà dirsi *Piano* di quella tale misura; ad imitazione de' *Piani delle velocità*, adoperati prima d' ogni altro dal celebre Gio: Alfonso Borelli *De vi percussionis cap.* 20. e delle *Scale de' momenti* usate dal famoso P. Cavalieri *nell' esercitat. quinta Geometr.* e poscia dal Viviani nel suo *libro della Resistenza de' Corpi solidi* alle prop. 74. 76. 84. &c. e ad imitazione loro applicate a varie funzioni del moto dal Sig. Ermanno nella sua Foronomia, come egli stesso se ne protesta *nella Prefaz. verso il fine*.

8 Posto ciò, si osservi di più, che le regole dimostrate dal Galileo per que' moti, che sono uniformi, ed equabili, nel decorso de' quali si mantiene una stessa invariabile velocità, possono convenire ancora alle porzioni infinitamente piccole de' moti accelerati, o ritardati; perchè sebbene ancora in esse realmente si aumenta, o si diminuisce la velocità: tuttavolta questo accrescimento, o decremento di velocità, essendo tanto minore, quanto che corrisponde ad una particella più piccola di tempo, se questa si piglia infinitamente piccola, ancora l' accrescimento, o decremento suddetto di velocità sarà infinitamente piccolo,
388 cioè minore di qualunque menomo grado assegnabile di celerità; e però l' aggiunta, o il defalco di esso da quell' intera velocità, di cui è affetto il mobile nel principio d' una tale minima particella di tempo, è come un nulla, in paragone della medesima intera, essendo infinitamente più piccolo di essa, e però non ne altera la grandezza *per la prop. 3. del mio Tratt. degl' Infiniti*; onde è, come se in tutto quel tratto infinitamente piccolo di tempo, si fusse mantenuta esattamente la medesima velocità, senza punto alterarsi.

9 Per la qual cosa siccome ne' moti equabili gli spazj fatti nello stesso tempo sono proporzionali alle velocità; e quelli che sono scorsi con pari velocità sono proporzionali a' tempi; ed in somma generalmente sono in ragione composta de' tempi, e delle velocità; e risultano eguali spazj, se le velocità sono reciproche de' tempi, e la ragione delle velocità si compone della diretta degli spazj, e della reciproca de' tempi; siccome viceversa la ragione de' tempi si compone della diretta degli spazj, e della reciproca delle velocità, come ha dimostrato il Galileo: così lo stesso affermar si puote nelle porzioni infinitamente piccole de' movimenti varj, perchè essendo fatte in un tempo momentaneo, si ha da considerare la velocità per quel solo tratto di tempo infinitamente piccolo, come perseverante nello stesso grado senza alterarsi.

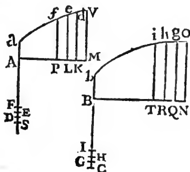
10

10 Mi servirò ancora nelle seguenti proposizioni de' principj del metodo degl' infinitamente piccoli, applicandoli però geometricamente, e senza intrigo di calcoli, avendo io già dimostrato rigorosamente nel mio *Trattato degl' Infiniti alla prop. 5. ne' Corollarii ad essa soggiunti*, tutto il fondamento, con cui si piglia la porzione infinitamente piccola d' una curva, per la tangente di essa, intercetta fra due ordinate infinitamente prossime: siccome la serie di tutti i rettangoli iscritti, o circoscritti ad uno spazio curvilineo (quando sieno d' altezza infinitamente piccola, e conseguentemente in infinito multiplicati) per l' area medesima curvilinea, in cui vanno a terminare: e simili altre supposizioni, che facilmente si dimostrano ancora col ridurre all' assurdo, secondo il metodo degli Antichi, come avvisai *nel luogo citato verso il fine*, e però senza scrupolo si possono francamente abbracciare.

11 Ciò posto, si dimostreranno le seguenti proposizioni generalissime.

Proposizione I.

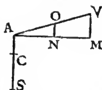
Scorrendosi da un mobile lo spazio A S col piano della velocità A M V, e da un altro mobile, o dal medesimo facendosi lo spazio B C col piano della velocità B N O, saranno i detti spazj come i piani stessi, che loro corrispondono.



Dividasi lo spazio A S in un infinito numero di minime particelle uguali S D, D E, E F ec. ed in altrettante C G, G H, H I ec. sia similmente diviso lo spazio B C; e ne' piani delle velocità distinguansi le infinitamente piccole porzioni di tempo K M, L K, P L ec. nelle quali sono passati gli spazj D S, E D, F E ec. siccome altresì le porzioni di tempo Q N, R Q, T R ec. corrispondenti agli spazietti G C, H G, I H ec. 389
e si ordinino l' applicate K *d*, L *e*, P *f* ec. e le Q *g*, R *h*, T *i* ec. rappresentanti le velocità, che rispettivamente hanno i mobili nello scorrere gli spazj suddetti nelle particelle di tempo sopra determinate. Essendo adunque gli spazj D S, G C in ragione composta de' tempi K M, Q N, e delle velocità K *d*, Q *g*, saranno essi spazj D S, G C, come i rettangoli *d* K M, *g* Q N, o come l' aree *d* K M V, *g* Q N O; e similmente, per essere gli spazj F E, E D, D S, come l' aree *f* P L *e*, *e* L K *d* *d* K M V, saranno queste fra di loro uguali, per essere quelli supposti uguali fra loro, e per la stessa ragione saranno fra di loro uguali l' aree *i* T R *h*, *h* R Q *g*, *g* Q N O, come pure eguali si sono supposti gli spazj T R, R Q, Q N; e però quanto multiplice è lo spazio A S dello D S; tanto sarà multiplice l' area A M V *a* della *d* K M V; e l' area B N O *b* della *g* Q N O; come altresì lo spazio B C dello G C; e però se D S a G C sta, come *d* K M V a *g* Q N O, presi gli ugualmente multiplici degli antecedenti, e de' conseguenti, sarà ancora lo spazio A S allo B C, come il piano di velocità A M V *a* al piano di velocità B N O *b*. Il che era da dimostrarsi.

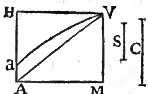
Corollario I.

Quindi è, che gli spazj scorsi dalla quiete nel moto accelerato definito dal Galileo, crescono come i quadrati de' tempi; perchè allora essendo le velocità N O, M V come i tempi A N, A M, ne' quali sono fatti gli spazj A C, A S; sarà il piano di velocità A M V un triangolo, ed il piano A N O un altro triangolo simile; e però quello a questo è come il quadrato del tempo A M al quadrato del A N; ma come i detti piani, così gli spazj scorsi A S, A C; dunque detti spazj sono come i quadrati de' tempi.



Corollario II.

Facendosi con moto vario lo spazio S nel tempo A M, secondo il piano della velocità A M V *a*; se nello stesso tempo A M colla massima velocità M V si scorrerà equabilmente lo spazio C, sarà S a C, come il piano della velocità A M V *a* al rettangolo A M V H circoscrittogli, perchè questo sarà il piano di velocità del moto equabile fatto per lo spazio C nel tempo A M colla stessa velocità M V.

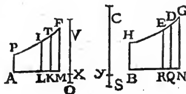


Corollario III.

390 Onde è manifesto, che lo spazio fatto equabilmente coll' ultimo grado della velocità, acquistatosi da un grave, che cada dalla quiete, secondo l' ipotesi del Galileo, in altrettanto tempo di quello in cui cadde, è duplo dello spazio fatto cadendo, per essere il piano della velocità di questo un triangolo A M V, e di quel moto equabile un rettangolo A M V H d' uguale base, ed altezza.

Proposizione II.

Se un mobile nel tempo A M movendosi spinto dalle forze espresse dal piano delle forze A P F M si acquista la velocità V, e movendosi nel tempo B N spinto dalle forze rappresentate dal piano di forze B H G N, si acquista la velocità C, sarà V a C, come il piano primo al secondo.



Sia X O una parte infinitesima della velocità V, che denoterà l' accrescimento di velocità sopraggiunto al mobile in una simile infinitesima parte K M del tempo A M; sia altresì Y S una simil parte infinitesima della velocità C, cioè l' incremento di velocità acquistato dal mobile nella parte infinitesima Q N del tempo B N. Essendo gli effetti proporzionali alle loro cagioni, sarà X O a Y S in ragione composta della forza T K alla forza D Q, dalle quali dipendono gl' incrementi di velocità X O, Y S, e del tem-

tempo K M, in cui ſta quella applicata al mobile, al tempo Q N, in cui queſta altresì s' applica a ſpingere il ſuo mobile, dovendo creſcere per queſti due capi l' accreſcimento della velocità, cioè in ragione della forza, ſe in tempi eguali applicata, ed in ragione de' tempi, ſe la ſteſſa forza dura più, o meno a ſpingere il mobile; ſarà dunque X O a Y S, come il rettangolo T K M al rettangolo D Q N, o come l'area T K M F all'area D Q N G; e preſi gli ugualmente moltiplici dell' antecedenti, e de' conſeguenti, ſarà l' intera velocità V all' intera velocità C, come il piano delle forze A P F M al piano delle forze B H G N. Il che ec.

Corollario.

Supponendoſi col Galileo la forza della Gravità ſempre la medeſima, ſaranno i piani delle forze A P F M, B H G N due rettangoli ugualmente alti proporzionali alle baſi, cioè a' tempi A M, B N; e però con quella ipoteſi è conneſſa neceſſariamente la ſuppoſizione dell' eſſere le velocità V, C proporzionali a' tempi A M, B N: e viceverſa queſta ſuppoſizione importa quella, non potendo eſſere le velocità come i tempi, ſe la Gravità non ſi ſuppone una forza coſtante.

Propoſizione III.

La ſcala delle forze A G F S ſta all' altra ſcala A G H N, come il quadrato della velocità S C al quadrato della corriſpondente velocità N V. 391

Si tirino le tangenti C K, V L a' punti C, V della ſcala delle velocità; e le C E, V I perpendicolari alla curva; e ſi ſupponghino le particelle B S, D N dello ſpazio, fatte in parti eguali, ed infinitamente piccole di tempo, tirando le B P, D M applicate alla ſcala delle velocità infinitamente proſſime all' altre S C, N V, e ſiano P Q, M R parallele all' aſſe; e ſi denoteranno per le differenze Q C, R V gli augumenti di velocità ſopraggiunti al mobile dalle forze F S, H N in tempi eguali, ed infinitamente piccoli; onde ſaranno proporzionali i detti augumenti alla medeſime forze; ma gli ſpazj B S, D N fatti in tempi uguali, ſono come le velocità S C, N V; perchè dunque F S ad H N ſta, come Q C ad R V, cioè in ragione compoſta di Q C a Q P, di Q P ad M R, e di M R ad R V; delle quali ragioni la prima per la ſimilitudine de' triangoli P Q C, C S E, ſia come E S ad S C; la ſeconda è la ſteſſa di B S a D N, cioè, come ſi è detto, di S C ad N V, e l' altra, per la ſimilitudine de' triangoli M R V, V N I, è come di N V ad N I; dunque F S ad H N ha ragione compoſta di E S ad S C, di S C ad N V, e di N V ad N I; cioè ſta come la ſunnormale E S alla ſunnormale N I: che ſe fuſſe F S uguale ad S E, ſarebbe ancora H N uguale ad N I, e l' area A G F S fatta dalle ſunnormali della figura A C S, ſarebbe la metà del quadrato S C, e l' area A G H N ſimilmente la metà del quadrato N V, come ho dimoſtrato *nel Coroll. 6. della Propoſ. 1. della ſeconda Appendice al Libro delle mie Quadrature*; eſſendo adunque le

dette F S, H N, se non eguali, almeno proporzionali alle dette S E, N I, è manifesto, essere le scale delle forze A G F S, A G H N proporzionali a' quadrati delle corrispondenti velocità S C, N R. Il che ec.

Corollario I.

Si noti, essersi dimostrato, che le forze S F, H N sono sempre come le sunnormali S E, N I della scala delle velocità.

Corollario II.

Se la forza è costante, come si suppone dal Galileo la Gravità, sarà la linea G F H una retta parallela ad A N, e la scala delle
392 forze diventando un rettangolo, sarà A G F S ad A G H N come lo spazio A S allo spazio A N; onde A S ad A N sarà come il quadrato della velocità S C al quadrato della velocità N V, e la scala della velocità in detta ipotesi è una parabola; ciò che altronde è noto, per essere allora le velocità come i tempi, e gli spazj come i quadrati de' tempi, e conseguentemente proporzionali ancora a' quadrati delle velocità.

Corollario III.

Viceversa essendo la scala delle velocità una parabola, le cui sunnormali S E, N I sono sempre uguali alla metà del lato retto: ne segue, che le forze S F, N H, come proporzionali alle dette S E, N I, sono sempre da per tutto uguali.

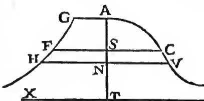
Corollario IV.

Quando si supponessero le forze A G, S F proporzionali a' viaggi da farsi verso un certo termine T, cioè come le A T, S T, sarebbe l' area A G T, cioè la scala delle forze, un triangolo; e la scala delle velocità sarebbe un quarto di cerchio, o di ellisse A C V T, il cui centro è nel termine T; perchè le sunnormali nel cerchio sono le medesime distanze dal centro T, e nell' ellisse riescono ad esse proporzionali, come ancora si suppongono essere le forze A G, S F; e però in tale ipotesi le velocità sono come l' ordinate S C d' un cerchio, o d' una ellisse; dove ancora si verifica, essere l' aree A G F S della scala delle forze proporzionali a' quadrati delle velocità S C; perchè il trapezio A G F S è la differenza de' due triangoli simili A G T, S F T, proporzionale alla differenza de' quadrati A T, S T, a cui per le cose coniche è proporzionale nell' ellisse, ed uguale nel cerchio, il quadrato dell' ordinata S C.

Co-

Corollario V.

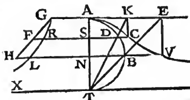
Ma se le forze fussero in reciproca ragione delle distanze, la scala di esse forze sarebbe l' iperbola d' Apollonio G F X fra gli asintoti A T, T X, perchè in essa si verifica, essere A G ad S F, come reciprocamente S T ad A T, per l' ugualità de' rettangoli F S T, G A T iscritti allo spazio asintotico. Ed allora la scala delle velocità A C V sarebbe una Logistica, o Logaritmica del secondo grado, in cui i quadrati delle ordinate S C, N V sarebbero, come la ragione di A T ad S T alla ragione di A T ad N T; dimanierachè in questa ipotesi le velocità S C, N V sarebbero in suddupplicata 393 ragione de' logaritmi delle distanze S T, N T: come si raccoglie dal *Coroll.* 3. *e* 4. *e dallo Scolio della prop.* 10. *del mio libro degl' Infiniti;* essendosi ivi provato, che le sunnormali di questa sorta di Logistica uguagliano le ordinate allo spazio asintotico dell' iperbola, che qui rappresentano le forze; e che lo spazio suddetto asintotico dell' iperbola, come A G F S, è la metà del quadrato dell' ordinata corrispondente S C.



Corollario VI.

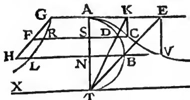
Quando poi le forze fussero reciproche de' quadrati delle distanze, sarebbe la scala A G F H un' iperbola quadratica fra gli stessi asintoti; e la scala delle velocità A C V sarebbe quella curva, che io descrivo nel mio libro delle quadrature alla prop. 4. nata da' seni versi, che da me suole chiamarsi la *Versiera*, in latino però *Versoria:* dimanierachè le velocità S C, N V sarebbero in ragione composta della suddupplicata de' spazj scorsi A S, A N direttamente, e della suddupplicata de' spazj che restano fino al termine T, cioè di N T, S T reciprocamente.

12 Il che però non si potendo dimostrare dalle cose da me nel luogo citato circa le proprietà di questa curva proposte; stimo bene, attesa l' utilità, che può ricavarsi in Meccanica da questa Curva, il darne ora questa facile descrizione, ricavandone ciò che fa al nostro proposito. Sia dunque il mezzo cerchio A D B T, e nel punto estremo A del diametro lo tocchi la retta A E, a cui dall' altro termine del diametro T si conducano le rette T K, T E, seganti la periferia in D, B, ed ordinate le D S, B N nel semicircolo, si compiscano i rettangoli K A S C, E A N V. La curva che passa pe' punti A, C, V così determinati, è la nostra *Versiera*, ed è evidente essere i quadrati S C, N V eguali a' quadrati A K, A E; ma il quadrato A K al quadrato A E ha ragione composta del quadrato A K al quadrato A T, e di questo al quadrato A E; delle quali ragioni la prima è quella del quadrato S D al quadrato S T, ovvero della retta A S alla S T; la seconda è quella del quadrato T N al quadrato N B, ovvero della T N alla A N; pertanto sarà il qua-



drato A K, ovvero S C al quadrato A E, ovvero N V, in ragione composta di A S ad S T, e di N T ad A N, cioè come il rettangolo di A S in N T a quello di S T in A N, che è quanto dire in ragione composta de' spazj scorsi A S, A N direttamente, e de' spazj, che rimangono a scorrersi N T, S T reciprocamente, come di sopra enunciammo.

13 Ma altresì lo spazio A G F S dell' iperbola quadratica allo spazio A G H N della medesima (essendo questi le differenze dello spazio asintotico infinitamente lungo, che sarebbe sopra l' ordinata A G, dallo spazio che sarebbe sopra l'
394 ordinata F S, e da quello che sopra l' ordinata H N si stenderebbe, prolungando in infinito l' iperbola, e l' asintoto T A sopra A: i quali spazj asintotici sono rispettivamente uguali a' rettangoli G A T, F S T, *per lo cap.* 11. *degli Ugeniani*) essendo come l' eccesso del rettangolo F S T sopra il rettangolo G A T, all' eccesso del rettangolo H N T sopra il medesimo rettangolo G A T; è in ragione composta delle medesime A S ad A N, ed N T ad S T: perchè descritta per G tra gli stessi asintoti l' iperbola d' Apollonio G R L, onde il rettangolo G A S riesca lo stesso col rettangolo R S T, ovvero L N T, i detti eccessi saranno, come i rettangoli di F R in S T, e di H L in N T, o pure (giacchè F S a G A sta, come il quadrato A T al quadrato S T, cioè come il quadrato S R al quadrato G A, onde sono continuamente proporzionali F S, R S, G A, e però F S ad R S è come R S a G A, o come A T ad S T, e dividendo F R ad R S, come A S ad S T, ed il rettangolo di F R in S T uguaglia quello di R S in S A, siccome per la stessa ragione il rettangolo di H L in N T uguaglia quello di L N in N A) come il rettangolo R S A al rettangolo L N A; che è in ragione composta di S A ad N A, e di R S ad L N, che è come di N T ad S T; dunque l' area della scala delle forze A G F S all' area della scala A G H N è, come il quadrato dell' ordinata nella Versiera S C al quadrato della N V; e però la detta Versiera A C V è la scala delle velocità, come si dovea dimostrare.



14 Questa è l' ipotesi più comunemente abbracciata da' Matematici moderni circa la forza della Gravità, che spigne i corpi superiori alla superficie della terra verso il suo centro, o ancora ciascun Pianeta primario verso il Sole, e ciascuno de' secondarj Pianeti verso il suo primario, come può vedersi appresso il Nevvton *nelle proposizioni* 71. 75. 76. *del lib.* 1. *de' suoi Principj Matematici della Filosofia*, *e nella prop.* 8. *del lib.* 3. appresso David Gregorio *nella sua Astronomia prop.* 28. 29. 42. 45. appresso il Leibnitzio *negli Atti di Lipsia di Febbrajo del* 1689. appresso Cristiano Ugenio *nel discorso della Cagione della Gravità pag.* 160. ed altri Autori: ed è ciò coerente all' osservazioni de' moti de' Pianeti, ed alla celebre regola del Keplero in essi osservata, cioè che i quadrati de' tempi loro periodici siano come i cubi delle distanze dal centro, intorno a cui girano; ciò che non si verifica, se non nell' ipotesi, che la forza, da cui sono continuamente distornati dal moto rettilineo per la tangente della curva, che descrivono, e rispinti verso il centro de' loro moti, con ritenerli perpetuamente nella stessa curva, sia come una Gravità, che riguardi il detto centro, e che vada scemando, o crescendo in ragione reciproca de' quadrati delle distanze.

15 Quanto alla supposizione, che la Gravità sia direttamente come le distanze del centro, della quale ipotesi ho parlato *nel Coroll.* 4. essa viene abbracciata dallo stesso Nevvton per que' corpi, che discendono dalla superficie della terra allo

allo ingiù, come asserisce *nel luogo cit. alla prop. 73. del lib. 1. e nella prop. 9. del lib. 3.* ma prima era stato ciò asserito generalmente dal Viviani *ne' suoi scritti di Meccanica* già sigillati del 1667. ab Incarn. addì 2. Marzo per mano del Serenissimo Principe Leopoldo; e fu ancora creduto, almeno circa la Gravità dell' acqua, dal Borelli *nel libro de' movimenti della Gravità* (stampato del 1670.) *alla prop.* 164. e da Monsù Fermat la stessa Ipotesi fu sostenuta fin del 1636. come dalle sue lettere stampate *nell' Opere postume* di esso nel 1679. apparisce, nelle quali si vede la lunga contesa, ch' ebbe sopra di ciò con Monsù di Roberval; ed a' nostri tempi fu la stessa supposizione illustrata dal P. Tommaso Ceva 395
della Compagnia di Gesù ne' suoi libri *de natura Gravium*, e poscia confermata dal P. Girolamo Saccherio della stessa Compagnia nella sua Neostatica: a' quali Autori si potrebbe aggiugnere il Padre de' Chales della medesima Compagnia; in quanto che nella sua Statica lib. 2. prop. 10. 14. 15. pretende, che meglio si esprimano gli accrescimenti de' spazj, e delle velocità nel moto accelerato de' Gravi, se in un cerchio concentrico alla terra, e che passi per l' origine del moto, si rappresenti la velocità co' seni retti, e lo spazio scorso co' seni versi, ed il tempo cogli archi corrispondenti; il che accade appunto nell' Ipotesi suddetta *del Coroll.* 4. come in parte da esso si raccoglie, ed in parte si cava da ciò che diremo più sotto *nel Coroll. 2. della prop. seguente*, circa la rappresentazione de' tempi del moto fatto in tale supposizione, come ancora fu dimostrato dal Nevvton *luogo cit. lib. 1. prop.* 38. benchè certamente il P. de' Chales a ciò non attendesse, onde si va raggirando vanamente, per trovare qualche ragione fisica, per cui si potesse inorpellare quel suo Sistema da lui creduto più conforme alla sperienza della semplice supposizione del Galileo, osando persino di ricercarne i fondamenti nell' ipotesi Copernicana, giacchè nella comune della terra stabile egli non li scorgeva.

16 Nè sarà fuori di proposito l' arrecare qui la dimostrazione, che s' immaginò il Viviani essere atta a persuadere la variazione della Gravità in ragione delle distanze dal centro, tal quale egli la distese negli accennati suoi scritti, in questi termini, pochissimo differenti da quelli, che usò il Fermat in persuadere la medesima cosa.

Supposizione I.

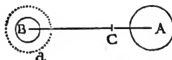
„ Pongasi, che la forza, che fa un Grave per scendere, venga fatta dal suo „ centro di Gravità, il quale se fusse unito col centro della terra, più non si „ moverebbe, e per conseguenza nè anco il Grave.

Supposizione II.

„ E' che tanto è l'impeto, o momento, che ha il Grave per andare al cen- „ tro, quanta forza ci vuole per ritenerlo: e questa è la misura della Gravità „ assoluta.

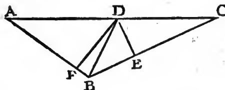
Teorema.

„ Il peso d' un Grave posto in diverse lontananze dal centro della terra, sce- „ ma colla medesima proporzione, che scemano le medesime distanze. Siano i „ due Gravi, de' quali i centri di Gravità A, B siano congiunti colla linea „ A B,



„ A B, e di essi come d' un solo Grave „ il centro comune sia C, quale consi- „ dero già unito col centro della terra. „ E' manifesto per la prima supposizione, „ che tal Grave starà così, nè più si mo- „ verà; e se così stà, adunque i mo- „ menti, che hanno i due Gravi A, B „ per scendere in C sono fra loro uguali;
396 „ e per la seconda supposizione, le forze „ per ritenerli in A, e B, acciò non vadano verso C, sono eguali alli detti „ momenti, cioè eguali fra loro; e se tali forze sono eguali, e dette forze sono „ le misure de' pesi assoluti, tanto peserà il Grave A in A, quanto il B in „ B; ma A in B pesa più di B in B secondo che (A *è maggiore di* B *ovvero*) „ B C è maggiore di C A; *dunque* A *in* B *pesa più dello stesso* A *in* A *in pro-* „ *porzione delle distanze* B C, A C; Il che ec.

17 Ma il Torricelli in certa sua Scrittura da lui mandata al Sig. Michel'Angelo Ricci celebre Matematico, che fu poi degnissimo Cardinale di Santa Chiesa, è di parere, che la forza della Gravità corrisponda piuttosto reciprocamente alle dette distanze dal centro comune de' Gravi, come nell' ipotesi *del Coroll.* 5. ed il progresso del suo raziocinio era tale.

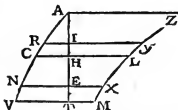


„ Sia il triangolo A B C, e „ divisa la sua base A C nel „ mezzo in D, si tirino dal pun- „ to D le perpendicolari a' la- „ ti del triangolo prolungati do- „ ve bisogna, e siano D E, D „ F. Dico che il lato A B al „ lato B C è reciprocamente, „ come la perpendicolare D E „ alla perpendicolare D F. Si „ tiri la retta B D; e perchè i triangoli A B D, B D C hanno l' istesso verti- „ ce B, e l' istessa altezza, sono in proporzione delle basi A D, D C, cioè u- „ guali; e similmente presi i loro doppj, sarà il rettangolo sotto l'altezza D F, „ e la base A B, uguale al rettangolo sotto l' altezza D E, e la base B C; e „ però reciprocamente A B alla B C, come D E a D F. Il che ec. Ora posto, „ che B figuri il centro della terra, ed A C una libra di braccia eguali, con „ due pesi uguali nell' estremità A, C, i cui momenti, o gravità sono misura- „ te dalle perpendicolari D F, D E, siccome dichiara Gio. Batista de' Benedet- „ ti *nel suo libro delle speculazioni matematiche cap.* 3. *ovvero* 4. ne segue, che il „ momento del peso C sia reciprocamente, come la distanza de' pesi dal cen- „ tro della terra; e di qui abbiamo, non solamente che il peso più vicino al „ centro, mentre è nella libra, pesa più del meno vicino, ma sappiamo an- „ cora in qual proporzione pesa più.

18 Collo stesso progresso si proverebbe, che due pesi uguali A, C in disuguali distanze A D, D C d' una libra A C collocati, pesassero in ragione composta della diritta di A D a D C, e della reciproca delle distanze C B, A B dal termine B, ove le direzioni loro convengono; perchè A D a D C essendo come il triangolo A D B al B D C, cioè in ragione composta di A B a B C, e di D F a D E, ne segue che D F a D E, cioè il momento di A a quello di C, sia in ragione composta di A D a D C, e di C B ad A B; onde in maniere infinite si potrebbe dimostrare, che variasse l' impeto, o l' energia de' gravi assolutamente uguali in diverse distanze dal centro della terra, se questo raziocinio

cinio potesse applicarsi a' gravi liberi e sciolti, come vale ne' gravi connessi insieme in una libra pendente da un determinato punto preso, come centro del moto. Però non ho voluto tacere questa ipotesi, vedendola abbracciata per i pe- 397
si, che sono sulla superficie della Terra dal Nevvton *lib.* 3. *prop.* 20. e dal Gregori *Astron. Phys. prop.* 52. Passiamo a dimostrare altre proposizioni.

Proposizione IV.



Se la figura A Z L M T averà l'ordinate L H, M T reciproche delle velocità T V, H C espresse dall' applicate nella scala delle velocità A C V T, sarà la figura A Z M T la scala de' tempi elementari; e starà l'area A Z M T a qualsivoglia sua porzione A Z L H, come il tempo intiero, che s' impiega nello spazio A T, al tempo impiegato nello spazio A H.

Imperocchè, poste due porzioni I H, E T infinitamente piccole dello spazio, e fra di loro uguali, sarà il tempo per E T al tempo per I H, come reciprocamente H C a T V, *per le cose dette al numero* 9. cioè come T M ad H L; dunque se T M esprime il tempo dello spazio elementare E T, dovrà H L esprimere il tempo dello spazio altresì elementare I H, e però la figura A Z M T è la scala de' tempi elementari. E perchè T M ad H L sta ancora, come il rettangolo M T E X all' altro egualmente alto L H I Y; dunque il tempo per lo spazietto E T al tempo per l' altro I H sta sempre, come l' area elementare M T E X all' area elementare L H I Y, e così sempre; e però il tempo per tutto lo spazio A T al tempo per tutta la A H sta, come l' area A T M Z all' area A H L Z *per la prop.* 4. *del* 5. *degli elem.* essendo gli antecedenti egualmente moltiplici della prima, e della terza grandezza, ed altresì i conseguenti ugualmente moltiplici della seconda, e della quarta, mentre il tempo per A T distinguendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per E T, l' area A T M Z si dividerebbe in altrettanti spazietti uguali ad M T E X (prendendo l' altezze non già tra di loro uguali, ma reciproche all' ordinate T M) e similmente il tempo per A H dividendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per I H, nell' area A L H Z si distinguerebbero altrettanti spazietti uguali ad L H I Y; onde è manifesto ciò che si voleva dimostrare.

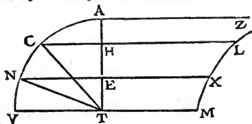
Corollario I.

Se la scala delle velocità è una parabola A C V T, come nell' ipotesi della Gravità costante, sarà la sua reciproca M Y Z A T, cioè la scala de' tempi elementari, un' iperbola quadratica, in cui il quadrato M T al quadrato H L sta, come A H ad A T, che è la ragione del quadrato C H al quadrato V T; ed è l' area M Y Z A T dupla del rettangolo M T A, siccome l' area L Y Z A H è dupla del rettangolo L H A, *per le cose dimostrate da me negli Ugeniani cap.* 8. *num.* 11. dunque il tempo intero per A T all' intero tempo per A H è, come 398
il rettangolo M T A al rettangolo L H A, cioè in ragione composta di M T ad L H (cioè di H C a T V) e di T A ad A H (che è la medesima con quella del quadrato T V al quadrato H C) le quali due ragioni fanno quella di T V ad H C; e però in tale ipotesi la scala de' tempi interi è la stessa parabola, che serve di scala alla velocità: come appunto esser debbe, crescendo allora la velocità come il tempo.

Corol-

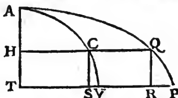
Corollario II.

Ma essendo, come nell' ipotesi delle forze proporzionali alle distanze dal termine T, la scala delle velocità è un quarto di cerchio, *per lo Coroll. 4. della prop. antecedente*, la sua figura reciproca, cioè la scala de' tempi elementari, sarà *per lo Coroll. 5. dell' append. prima delle mie quadrature* la stessa coll' area Z A T M dimostrata *ivi nel Coroll.* 3. essere dupla dello stesso quadrante A C V T, siccome ogni sua parte Z A H L dupla del settore corrispondente A C T; onde si ha, che il tempo per l' intera A T al tempo per qualsivoglia sua parte A H sta, come il quadrante A V T al settore A C T, ovvero come l' arco A V all' arco A C; dimanierachè in questa ipotesi essendo gli spazj A H, A E come i seni versi, le velocità sono come i seni retti H C, E N, le forze come i seni di complimento H T, E T, ed i tempi come gli archi A C, A N.



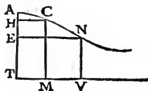
Corollario III.

Onde la scala de' tempi in questa ipotesi è la figura de' seni A Q P, le di cui ordinate H Q uguagliano l' arco A C dell' iscritto quadrante: siccome ancora il piano delle velocità è la stessa figura presa per un' altro verso, cioè computando il principio del tempo dal punto P, mentre ad ogni sua porzione P R uguale all' arco del quadrante V C corrisponde l' ordinata R Q uguale al seno S C, che rappresenta la velocità del mobile discendente lungo il raggio V T per lo seno verso V S: della quale figura de' seni si veggano le cose da me dimostrate *negli Ugeniani cap. 13. num. 4. ed altrove*, le quali confrontano con ciò che de' piani della velocità si è generalmente di sopra dimostrato.



399 *Corollario IV.*

Ma se le forze fussero reciprocamente proporzionali alle distanze dal termine T, essendo la scala delle velocità una Logistica del secondo grado A C N, come *nel Coroll. 5. della prop. preced.* si è dimostrato, sarebbe il tempo per A H al tempo per A E, come l' area A C M T all' area A N V T: perchè la suttangente di questa curva presa nell' asintoto T V è reciproca dell' ordinate, come dimostrai *nel*

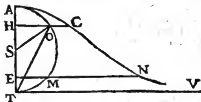


Coroll.

Coroll. 1. *della prop.* 10. *degl' Infiniti*; onde la figura reciproca alla ſcala delle velocità ſarebbe correlata ad eſſa, e però eguale alle dette porzioni A C M T, A N V T, per le coſe da me dimoſtrate *nel cap.* 7. *degli Ugeniani al num.* 2.

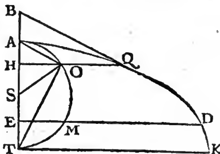
Corollario V.

Che ſe ſi ſuppongano le forze proporzionali reciprocamente ai quadrati delle diſtanze dal detto termine T, di manierachè la ſcala delle velocità ſia la Verſiera A C N V *per lo Coroll.* 6. *della preced. prop.* eſſendo in eſſa l' ordinata E N nella diſtanza T E dal termine T, reciproca dell' ordinata H C in pari diſtanza H A dalla cima A (per eſſere ſempre il rettangolo di tali ordinate uguale al quadrato del diametro A T, ſtante la deſcrizione addotta *di ſopra al num.* 12. giuntavi la *prop.* 53. *del lib.* 3. *de' Conici d' Apollonio*) ſarà il tempo per A T al tempo per A H, come l' area A C V T all' area T E N V tagliata dal termine T all' intervallo E T uguale ad A H: cioè, *per la prop.* 4. *delle mie Quadrature*, *e ſuoi Corollarj*, come il quadruplo del ſemicircolo genitore A M T, al quadruplo del ſegmento miſto A O T, compreſo dal diametro A T, dall' arco A O, e dalla corda O T dell' arco reſiduo O M T, che (ſuppoſto il centro in S, e condotto il raggio S O) viene ad eſſere il quadruplo del ſettore A O S, e del triangolo S O T.



Corollario VI.

Onde perchè il rettangolo del diametro A T nella ſemiperiferia A O T uguaglia il quadruplo del mezzo cerchio A O M T; ed il rettangolo dello ſteſſo diametro nell' arco A O è quadruplo del ſettore A O S, ſiccome il rettangolo del 400
diametro medeſimo A T nell' altezza del ſeno O H è quadruplo del triangolo S O T, ſarà il tempo per A T al tempo per A H, come la ſemiperiferia A M T alla ſomma dell' arco A O, e del ſeno O H; cioè fatta la cicloide A Q K T, in cui la baſe T K pareggia la ſemiperiferia A M T, e qualunque ordinata H Q è la ſomma del ſeno H O, e della O Q uguale all' arco A O, ſarà queſta la ſcala de' tempi intieri; dimanierachè rappreſentando T K il tempo per la A T, eſprimerà qualunque ordinata H Q il tempo per la A H. Ed è queſta una nuova ſiſica proprietà della Cicloide, non ancora, che io ſappia, da altri ſcoperta, fra tant' altri belliſſimi uſi, che ne hanno ritrovato i moderni Geometri.



Corollario VII.

Se le velocità creſceſſero come gli ſpazj ſcorſi, dimanierachè la ſcala delle ve-

locità

locità fusse il triangolo A V T (la quale ipotesi è riferita, è confutata dal Galileo, ed indarno presa da altri a ristabilirsi, contro de' quali è da vedersi la dottissima Lettera di Monsù Fermat al Gassendo *nell' Opere di questo tom. 6. e nell' Opere postume di quello pag.* 201.) nel qual caso ancora le sunnormali H S, E I, e conseguentemente, *per lo Coroll. 1. della prop.* 3. le forze motrici, mercè della similitudine de' triangoli H C S, E N I, sono come le velocità H C, E N, o come gli spazj scorsi A H, A E; in tale ipotesi, dico, la scala de' tempi elementari sarebbe l' Iperbola Apolloniana V D B Z tra gli asintoti A T, A Z, essendo le ordinate di questa H B, E D reciproche agli spazj scorsi A E, A H, e conseguentemente reciproche alle velocità E N, H C; onde un infinito tempo si richiederebbe a passare qualunque minima porzione di spazio A H, partendosi dalla quiete in A, per essere il tempo d' un tale movimento come l' area asintotica A H B Z, che è d' estensione assolutamente infinita *per ciò, che ho dimostrato nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 11. *ed altrove*; dal che apparisce l' impossibilità di tale ipotesi.

401 20 Da quanto si è detto finora, e da ciò, che dirassi in appresso, manifestamente si scorge, non essere altrimenti così sterili, ed inutili, come a prima faccia appariscono, e da molti si spacciano, le geometriche speculazioni intorno alle linee curve, potendo ciascheduna avere grand' uso nelle più profonde ricerche della Fisica, e della Meccanica: come qui si è veduta venire in campo l' Iperbola quadratica, la linea de' seni, la Logistica del secondo grado, e la Versiera (oltre la Cicloide già da gran tempo benemerita de' misterj più astrusi della Natura) a dimostrare le passioni del moto in varie ipotesi, e circostanze, che possono accompagnarlo: nè mi sarebbe stato così facile il rinvenire tante belle verità sopra dimostrate circa le proporzioni, colle quali si aumenta la velocità di tali movimenti, e come cresca lo spazio in corrispondenza del tempo, secondo le varie forze, che spingono il mobile, se non avessi avute in contanti le proprietà delle curve suddette, già da me altrove dimostrate, quando a tutt' altro pensava, che all' uso, a cui presentemente doveva applicarle: siccome non credo, che Apollonio prevedesse mai, quanto dovessero un giorno essere utili per la Meccanica, per l' Ottica, e per l' Astronomia, le tante proprietà da lui speculate in astratto circa le sezioni coniche.

21 Ma proseguiamo le nostre ricerche.

Proposizione V.

Sia A H T S la scala de' tempi intieri del moto per A S dalla quiete in A; ed in qualunque suo punto H sia toccata dalla retta H B; dico che lo spazio fatto col moto accelerato da A in E, secondo la predetta scala, è allo spazio, che si sarebbe fatto equabilmente nello stesso tempo, se da principio durata fusse la stessa velocità, che ha il mobile in E, come A E alla suttangente E B.

Imperocchè sia il piano di velocità di un tale moto la figura A C V M, e sia M A segata dalla tangente H B in I, sarà l' area A V M all' area A C N,

come

come lo ſpazio M T allo ſpazio N H *per la prop.* 1. ed eſſendo H I tangente della Curva A H T; ſarà *per lo cap.* 13. *de' noſtri Ugeniani al num.* 2. il rettangolo C N I uguale all' area A C N; e però il rettangolo C N I al rettangolo C N A, ovvero I N ad N A, o pure I H ad H B, cioè A E ad E B, ſarà come l' area A C N al rettangolo ad eſſa circonſcritto C N A, o pure, *per lo Coroll.* 2. *della prop.* 1., come lo ſpazio fatto col moto accelerato, allo ſpazio, che ſi ſarebbe nello ſteſſo tempo con moto equabile coll' ultimo grado N C della velocità in eſſo acquiſtata; Il che ec.

Corollario I. 402

Nell' ipoteſi del Galileo della Gravità coſtante, la ſcala de' tempi intieri A H T S è una parabola, di cui la ſuttangente B E è dupla dell' A E; onde lo ſpazio fatto con moto accelerato è la metà di quello, che ſi ſarebbe equabilmente in altrettanto tempo coll' ultimo grado della velocità acquiſtata.

Corollario II.

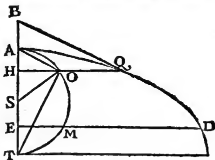
Nell' ipoteſi delle forze proporzionali alle diſtanze dal centro, o dal termine del moto, eſſendo, *per lo Coroll.* 3. *della prop. preced.* la ſcala de' tempi intieri la figura de' ſeni, o ſia l' ungula cilindrica eſpanſa A Q P T, ſarà ſempre lo ſpazio ſcorſo dalla quiete con moto accelerato a quello, che ſi ſarebbe ſcorſo equabilmente in egual tempo coll' ultimo grado di velocità, come il ſeno verſo alla quarta proporzionale dopo il raggio, il ſeno retto, e l' arco corriſpondente; imperocchè tirata la tangente B Q Z, ſi è dimoſtrato *nel cap.* 13. *degli Ugeniani al num.* 4. che poſta R Z eguale alla tangente C X dell' arco circolare nel punto corriſpondente C, congiunta la Z Q è tangente di queſta figura; ſarà dunque come C X ad H T (cioè come il raggio T C al ſeno retto H C) così R Z ad R Q, o pure H Q (cioè l' arco A C) ad H B; ma come A H (che è il ſeno verſo) ad H B, così lo ſpazio del moto accellerato allo ſpazio del moto equabile; dunque ec.

Corollario III.

E perchè la tangente dell' infimo punto P di queſta figura taglia dall' aſſe T A la ſuttangente uguale al quarto di circonferenza A C V (per eſſere allora il raggio uguale al ſeno T V del quadrante) ſarà lo ſpazio fatto acceleratamente a quello, che in egual tempo ſi ſarebbe fatto con moto equabile, ritenuto l' ultimo grado di velocità, come il raggio ad un quarto di periferia, o come il quadrato iſcritto nel cerchio al medeſimo cerchio: onde nel tempo della caduta per A T, averebbe il mobile ſcorſo equabilmente l' arco A C V coll' ultima velocità T V.

Corollario IV.

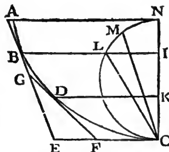
403 Ma suppoſte le forze proporzionali reciprocamente a' quadrati delle diſtanze dal centro, eſſendo la ſcala de' tempi intieri *per lo Coroll: 6. della prop.* 4. la cicloide A Q K T, in cui la tangente Q B è parallela alla corda dell' arco A O, come dimoſtrai *nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 7. e però A H ad H B è come il ſeno retto H O alla ſomma di detto ſeno, e dell' arco, cioè ad H Q; altresì lo ſpazio fatto acceleratamente, a quello, che ſi farebbe in altrettanto tempo coll' ultima velocità equabilmente ritenuta, è come il ſeno retto di quell' arco, di cui lo ſpazio paſſato è ſeno verſo nel ſemicircolo, che ha per diametro la diſtanza dell' origine del moto dal centro de' gravi, all' aggregato del ſeno retto, e dell' arco.



22 Per moſtrare ora, come queſte varie ipoteſi di gravità poſſono avere luogo ancora nella ſuppoſizione, che fa il Galileo dell' aſſoluta gravità coſtante, e delle direzioni de' gravi tra di loro parallele, per l' immenſa lontananza del centro, in cui convengono, baſta ſupporre, che un mobile ſi muova in una linea curva, perchè ſecondo che in varj ſuoi punti è diverſamente inclinata dell' orizzonte, ſi raffrena, e modifica talmente, che equivale ad una gravità variabile; onde ſi può dimoſtrare la ſeguente

Propoſizione VI.

Se un mobile ſcorre per la curva A B D C eretta all' orizzonte E F, ſuppoſta l' aſſoluta gravità coſtante, e le direzioni parallele, sarà ſempre la forza relativa, da cui è ſpinto il mobile nel punto B, alla forza che lo ſpinge nel punto D, come il ſeno dell' angolo E B I fatto dalla B E tangente dal primo punto coll' orizzonte B I, al ſeno dell' angolo F D K fatto dalla F D tangente del ſecondo punto coll' orizzontale D K.



Imperocchè convengano le dette tangenti in G; dunque, *come ſi dimoſtra nella Meccanica*, il momento di uno ſteſſo grave poſto ſul piano G E al momento del medeſimo poſto ſul piano G F ſta reciprocamente, come G F a G E; cioè, *per le coſe trigonometriche*, come il ſeno dell' angolo G E F, o del ſuo ſupplemento E B I, al ſeno dell' angolo G F E, o dell' alterno F D K; ma queſti momenti d' uno ſteſſo mobile in diverſi piani ſono appunto le forze re-
404 lative, che lo ſpingono abbaſſo; ed il mobile collocato nel punto B della curva A B D C è, come ſe fuſſe nel piano E G B, che la tocca in B: ſiccome lo ſteſſo collocato in D ha tale forza da ſcendere, come ſe fuſſe nel piano tangente D F; dun-

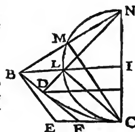
dunque la forza in B alla forza in D ſta, come il ſeno dell'angolo E B I al ſeno dell'angolo F D K; Il che ec.

Corollario I.

Sopra l'aſſe N C della curva A B D C, deſcrivendo un ſemicircolo N M C, e tirando le corde C M, C L parallele riſpettivamente alle tangenti B E, D F: ſarà la forza in B alla forza in D, come M C ad L C; eſſendo queſte i ſeni degli angoli M N C, L N C (poſta N C per ſeno totale) eguali a' ſuddetti E B I, F D K, come è facile a dimoſtrarſi.

Corollario II.

Se un pendolo N B deſcrive l'arco circolare B D C, le forze in qualunque punto B, D ſaranno come i ſeni B I, D K, che appunto uguagliano le corde C M, C L parallele alle tangenti B E, D F.

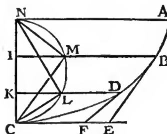


Corollario III.

Onde alzandoſi perpendicolarmente ſu l'arco B D C qualunque ſeno B I, D K, la figura de' ſeni, che quindi ne naſce, ſarà la ſcala delle forze del pendolo, che deſcrive il ſuddetto arco circolare B D C.

Corollario IV.

Ma deſcrivendoſi da un pendolo l'arco cicloidale B D C, come negli orologi di Criſtiano Ugenio, le forze in B, e D ſaranno, come gli ſpazj B C, D C da ſcorrerſi fino al termine infimo C; imperocchè dove l'ordinate B I, D K ſegano il ſemicircolo genitore in M, L, congiunte le corde C M, C L ſono appunto parallele alle tangenti B E, D F *come nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 7. *ho dimoſtrato*, e gli archi cicloidali B C, D C ſono dupli delle corriſpondenti corde M C, L C, *per le coſe dette nell' Epiſtola Geometrica ſoggiunta agli Ugeniani num.* 17. dunque eſſendo, *pel Coroll.* 1. *di queſta*, la forza in B alla forza in D, come la corda M C alla L C, ſarà ancora come l'arco B C all' arco D C.

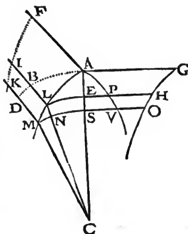


Corollario V.

Sicchè alzandoſi ſull'arco B D C diſteſo in linea retta una linea in B uguale alla medeſima B C, ed in D applicandoſi una eguale alla D C, e così ſempre, il triangolo, che ne riſulta, è la ſcala delle forze nel moto del pendolo cicloidale; onde tutto ciò che ſi è detto *nel Coroll.* 4. *della prop.* 3. *nel Coroll.* 2. *e* 3. *della prop.* 4. *e* 5. delle gravità proporzionali alle diſtanze dal termine del moto, ſi può adattare alle vibrazioni cicloidali d'un pendolo. 405

23 Laſcio molte altre particolarità, che ſi potrebbero quindi dedurre ; e ſolamente in confermazione dell' ipoteſi del Galileo, che i gradi di velocità acquiſtati da un grave cadente per qualunque linea dalla medeſima altezza ſiano eguali (il che nella prima edizione fu da lui aſſunto come poſtulato, indi ne diede la dimoſtrazione, che fu comunicata dal Sig. Viviani a Monsù di Monconys l' anno 1646. come *ne' Viaggi di queſto part.* 1. *pag.* 131. e da lui inſerita *ivi pag.* 169. e poi ſtampata nell' edizione di Bologna dell' Opere del Galileo, criticata però, non ſi ſa per qual ragione, e giudicata poco ferma da Criſtiano Ugenio nel ſuo Orologio oſcillatorio) vengo a dimoſtrare, che in qualunque ſuppoſizione di forze ſempre la ſteſſa velocità è acquiſtata da un grave, per qualunque linea ſi muova, quando ſi è accoſtato egualmente al centro della terra.

Propoſizione VII.



Cada un grave A, o per la retta A C, o per la curva A L M, ed abbia acquiſtato per la retta nel punto S la velocità S V, e per la curva nel punto M ugualmente alto, cioè in pari diſtanza dal centro C, la velocità M D; dico eſſere ſempre S V, M D uguali, qualunque ſuppongaſi la ſcala delle forze A G H O S.

Siano tirati concentrici al centro C li due archi circolari infinitamente proſſimi E L, S M ſegato in N dal ramo C L. Le forze aſſolute A G, E H, S O, che ſpingono il mobile per la retta A C, ſi attemperano dalla curva A L M, che in parte regge il mobile (o perchè ſia un ſodo piano curvilineo, ſopra di cui ſcorra il mobile, o per eſſere il mobile medeſimo ſoſtenuto da un filo, obbligato col ſuo termine a deſcrivere detta linea, o per l' impeto traſverſale impreſſo al mobile, da cui ha tal forza centrifuga, che lo trattiene per quella via curva, raffrenando l' azione della Gravità)
406 ſiano adunque le forze riſpettive, che rimangono vive al mobile nella curva le A F, L I, M K, che s' intendano perpendicolarmente erette alla curva A L M, per avere nella ſuperficie A F I K M la ſcala delle forze, che ſpingono il mobile per detta curva. E' certo, *per le coſe meccaniche*, eſſere la forza H E, da cui aſſolutamente è ſpinto il mobile per la E C, ovvero L C perpendicolare all' orizzonte, alla forza L I, da cui viene ſpinto ſecondo l' inclinazione della curva L M, come reciprocamente L M ad L N, ovvero E S; per la qual coſa il rettangolo I L M ſarà uguale al rettangolo H E S; e ciò ſempre; dunque la ſcala delle forze aſſolute A G H O S, uguaglia la ſcala delle forze riſpettive F A M K; ma la prima ſcala alla ſeconda è come il quadrato della velocità S V acquiſtata per lo ſpazio A S, al quadrato della velocità M D acquiſtata per lo ſpazio della curva A M *per la propoſ.* 3.; adunque S V è uguale ad M D; il che ſi dovea dimoſtrare.

Co-

Corollario I.

Se l'ordinate P E, V S della ſcala della velocità del moto rettilineo A S, ſi applicano perpendicolarmente in L B, M D ne' punti L, M ugualmente alti dal centro C nella curva A L M, ſi ha la ſcala della velocità A B D M, che ſerve al moto per detta curva.

Corollario II.

Venendo ſpinto un mobile per la curva L M, con una velocità P E, quale ſi ſarebbe acquiſtato cadendo dall'altezza A E, giunto che ſia il mobile a qualunque punto M della curva, averà una velocità pari alla V S, che ſi ſarebbe il mobile acquiſtato proſeguendo il viaggio direttamente da E in S, o da L in N, ad un punto egualmente diſtante dal centro C.

Corollario III.

Similmente eſſendo un mobile ſpinto allo insù per la curva M L colla velocità M D uguale a quella, che ſi ſarebbe acquiſtato il mobile cadendo dall'altezza A S, l'anderà diminuendo nel moto, in maniera che in L ſarà uguale a quella, che ſi ſarebbe acquiſtato dalla ſola altezza A E, e finalmente ſi annullerà, giunto che ſia il mobile in A, cioè a quell'altezza, da cui cadendo ſi averebbe acquiſtato la primitiva velocità impreſſagli; imperocchè le forze S O, H E, G A nel moto rettilineo all'insù, e le forze M K, L I, A F nella ſalita curvilinea, imprimono al mobile gli ſteſſi gradi di velocità contrarj alla ſua direzione, e però ne' punti egualmente alti, la velocità impreſſa al mobile dal proiciente, verrà diminuita con eguali decrementi, che ſono appunto gli ſteſſi accreſcimenti di velocità, che averebbe il mobile dalle medeſime forze, quando ſcendeſſe all'ingiù.

Corollario IV.

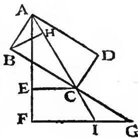
Se il centro C de' gravi è in una immenſa lontananza, le rette A C, L C 407
diventano parallele, e gli archi E L, S M ſi ſtendono in rette orizzontali, come qui ſulla ſuperficie della terra ſogliono conſiderarſi; e però i Gravi per qualunque piano, o per qualſivoglia curva cadano da uno ſteſſo punto ſublime ſul medeſimo orizzonte, vi acquiſtano lo ſteſſo grado di velocità, che guadagnerebbero cadendo perpendicolarmente dalla medeſima altezza: e queſto grado di velocità, quando ſi dirigeſſe nel mobile allo insù, potrebbe ricondurlo alla medeſima altezza, da cui è diſceſo.

24 Qui però è da avvertirſi, che ſebbene ciò ſi verifica del moto per un ſolo piano, o per una continua curva, o per una porzione di curva, congiunta alla ſua tangente, o ad altra curva, che la tocchi: non così accade già paſſando il mobile per più piani variamente inclinati, o per più curve, che ſi ſeghino, o per una curva, ed una retta, che la tagli in qualunque maniera: come avvertì il Sig. Varignon *nelle Memorie dell' Accademia Regia di Parigi de'* 22. *Novembre* 1704. Il che ſi farà manifeſto dalla ſeguente

Pro-

Proposizione VIII.

Scenda un grave dalla quiete pel piano A C: indi si rivolga sul piano C G. Dico, che in esso non vi entrerà colla velocità acquistata per la caduta A C, o per l' egualmente alta A E, ma con tal parte sola di essa, a cui stia la medesima, come il seno totale A C alla C B (determinata dal riscontro della perpendicolare A B sopra la G C continuata) seno di complemento dell' angolo A C B, con cui sono vicendevolmente inclinati i detti piani.



Si compisca il rettangolo A D C B. E' certo appresso i Meccanici, che il moto per A C si può intendere composto delli due collaterali per A D, e per A B; dimanierachè, esprimendosi per A C la velocità acquistata per la caduta A C, equivalerà questa alla velocità A B per la direzione A B, ed alla velocità A D, ovvero B C per la direzione A D, o per la sua parallela B C G; ma passando il mobile sul piano C G, che lo sorregge secondo la perpendicolare B A, viene ad elidere l' effetto della velocità A B, impiegandola tutta in premere il detto piano C G; dunque gli rimane impressa solamente, e spedita ad esercitarsi per la direzione C G, la velocità A D, ovvero B C, con cui comincerà a scendere lungo il piano C G, accelerandosi poi, come richiede la natura di questo moto, ed acquistando i gradi conseguenti a quello, che abbiamo detto rimanergli impresso all' entrare, che fa sul nuovo piano. Dunque il grado di
408 velocità acquistato nel fine del piano A C, sta a quello che gli resta impresso nel passaggio al piano contiguo C G, come A C a C B, cioè come il seno totale al seno di complemento dell' angolo A C B contenuto da ambi i piani; Il che ec.

Corollario I.

Quanto più ottuso è l' angolo A C G contenuto da' piani A C, C G, e conseguentemente quanto più acuto è l'altro A C B, tanto maggiore sarà la velocità B C, che rimane al mobile sul nuovo piano, e più si accosterà ad ugualiare la velocità A C, che aveva nel fine del primo piano; onde perchè nella continuazione d' una curva, o nel passaggio da una curva alla retta, o ad altra curva sua tangente, o viceversa rivoltandosi il mobile dalla tangente alla curva, l' angolo A C G si fa ottusissimo, e l' altro A C B è infinitamente piccolo, per essere minore di qualunque angolo acuto rettilineo, *per la 16. del 3. degli Elementi*, ne segue che in questi casi non si diminuisce la velocità conceputa, passando il mobile per tali confini, ma se la mantiene intiera, anzi l'accelera, come cadendo nel perpendicolo, o per un piano continuato, sicchè ne' punti egualmente alti dall' orizzonte ha la stessa velocità.

Corollario II.

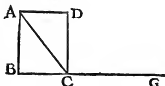
Tirando dal punto B la B H perpendicolare sopra il primo piano A C, il mobile sceso per li due piani A C, C G fino all' orizzonte G F, in vece di avere la velocità, che si sarebbe acquistato cadendo per la perpendicolare A F,

o per

o per lo piano continuo A C I, si troverà d' avere solamente quella, che è dovuta alla discesa H I, imperocchè, essendo B C media proporzionale fra la C A, e la C H, sarà la velocità per la C A a quella per C H, come C A, a C B; ma ancora la velocità guadagnata per la scesa A C a quella, che resta al mobile nell' ingresso del piano C G sta nella stessa proporzione di C A alla C B; dunque la velocità, che resta al mobile nel principio del piano C G, uguaglia quella che averebbe dopo la discesa C H; ed in ciascun punto della C G, e della C I ugualmente alto dall' orizzonte G F egualmente si accresce; dunque la velocità acquistata in G per li due piani congiunti A C, C G, uguaglia quella, che averebbe cadendo dall' altezza H I, e non dalla A I, o dalla A F; Il che ec.

Corollario III.

Dovendo un mobile dopo la scesa del piano A C rivolgere il moto pel piano orizzontale C G, anderà per esso equabilmente, ma con tale velocità, che stia all' acquistata nel punto C del piano A C, come B C seno dell' angolo C A B, che misura l'inclinazione di detto piano col perpendicolo, al seno totale A C, come convince la stessa dimostrazione addotta per la Proposizione principale.



Corollario IV.

E però cadendo perpendicolarmente sull' orizzonte per la A B, si smorzerà il suo moto (quando non ribalzi allo insù per forza elastica) annullandosi coll' angolo C A B il seno B C, e conseguentemente riducendosi in nulla quella velocità, che gli dovrebbe rimanere da esercitarsi nel piano orizzontale, che totalmente sostiene l' impressione del mobile: tanto più, che facendo la perpendicolare A B angolo retto con qualunque linea tirata per lo stesso punto B nell' orizzonte, non vi sarebbe maggior ragione, che andasse più per l' una, che per l' altra. 409

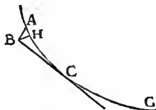
25 Tutto quello però, che dice il Galileo del moto per l'orizzonte preceduto da una caduta per la perpendicolare, o per un piano inclinato: e quanto asserisce del passaggio da un piano ad un altro, deve intendersi non assolutamente, ma *ex hypothesi*, che ritenesse il mobile nell' orizzonte, o nel nuovo piano inclinato tutta quella velocità, che si era acquistata colla caduta; e facendo conto della diminuzione di velocità, che secondo le cose sopra dimostrate debbe seguire, si dirà, per esempio, che cadendo un mobile dal piano A C, e volgendosi per l' orizzonte C G, in tempo eguale a quello della caduta, farà per l' orizzonte uno spazio C G duplo non già di A C, ma della sola C B, che misura la velocità, di cui resta affetto; di più, che stando C G dupla di C B, si farà in minor tempo il viaggio per le due A C, C G, che per qualunque altra parte minore, o per qualsivoglia maggior porzione di detto piano, colla stessa orizzontale; e così discorrendo d' altre riflessioni, che si potrebbero fare.

26. Tra queste però non parmi di dovere omettere, che la *prop.* 36. del Galileo, in cui dimostra farsi in minor tempo la discesa d' un Grave per due corde iscritte nel quadrante d' un cerchio, che per una sola, ed anco in più breve tempo passarsi tre corde, che due sole sottendenti lo stesso arco sotteso da quel-

le, e così di mano in mano, benchè in astratto si verifichi, fatta quell' ipotesi matematica del conservarsi nell' ingresso del susseguente piano la velocità acquistata nel fine dell' antecedente: non così però riesce vera in concreto, perchè di fatto fisicamente quella velocità si varia, e si diminuisce nella proporzione sopra dimostrata, il che trattiene il mobile più lungo tempo ne' susseguenti piani, onde assolutamente ricerca per lo più maggior tempo nell' andare da un termine all' altro per più linee rette inflesse a varj angoli, che per una sola retta stesa fra i medesimi estremi; in conseguenza di che, ancora quello che asserisce lo stesso Galileo nella Scrittura del fiume Bisenzio, che più speditamente scorra l' acqua andando per più rivolte, che per un diritto Canale, dee limitarsi a più condizioni, e circostanze, non verificandosi tanto generalmente, quanto pare, che suonino l' espressioni del nostro Autore.

27 Molto meno si verifica (data ancora la sua ipotesi, che la velocità non dovesse nel passaggio da un piano all' altro scemare) che la via da spedirsi in un tempo brevissimo da un punto all' altro sia la circonferenza d' un cerchio; nè l' argumento del Galileo conclude altro, se non che il viaggio per l' arco del cerchio sia fatto in tempo più breve, che per la somma de' lati d' un poli-
410 gono iscrittovi, stante la solita sua supposizione; e collo stesso metodo averebbe potuto provare, essere più breve il tempo per un arco di parabola, o d' iperbola descritta per gli stessi termini, in paragone de' lati, che alla medesima curva fussero iscritti. Ma questo non è un essere assolutamente speditissimo il viaggio da un punto all' altro, in relazione di qualsivoglia via rettilinea, o curvilinea, che sciegliere si potesse; per la qual cosa fu sommamente da commendarsi il Problema proposto da Giovanni Bernulli celebre Matematico del secolo scorso, e da lui, siccome ancora separatamente dal Sig. Leibnizio, felicemente sciolto negli Atti di Lipsia del *1696.* dimostrando nella maniera loro, che la curva cicloidale è quella, per cui in brevissimo tempo si porterebbe un Grave da un punto ad un altro più basso, non posto nella stessa linea perpendicolare all' orizzonte; il che ancora da noi, senza intrigo di calcoli, sarà geometricamente dimostrato, dopo di avere sopita certa difficultà, che ora mi sovviene potersi opporre al *Coroll. 1. della precedente Proposizione.*

28 Si è detto ivi, che se la scesa del grave si faccia per una curva continuata A C G, o per due curve, le quali in C si tocchino, o per una retta, e una curva congiunte insieme nell' angolo del contatto A C B, che è infinitamente piccolo, non debba succedere veruna diminuzione di velocità, quale si dimostra succedere nel passaggio da un piano all' altro inclinati a qualsivoglia angolo rettilineo. A ciò potrebbe taluno replicare, che dall' essere minore il decremento della velocità, secondo che l' angolo A C B è acuto, ne segue bensì l' essere infinitamente piccolo, e per conseguenza insensibile, e da non considerarsi un tale decrescimento nel passaggio da B C in C G, mercè l' infinita piccolezza dell' angolo del contatto A C B; ma ciò non serve a provare, che in tutta la scesa per una curva continua non patiscano sensibile alterazione que' gradi di velocità, che ne' punti egualmente alti del perpendicolo si dovevano acquistare dal mobile; imperocchè variandosi in ciascuno degl' infiniti punti d' una curva la sua pendenza, benchè in ciascuno la diminuzione di velocità sia infinitamente piccola, in capo a un tratto sensibile di essa curva si saranno fatte infinite diminuzioni minime di velocità, che ne renderan-



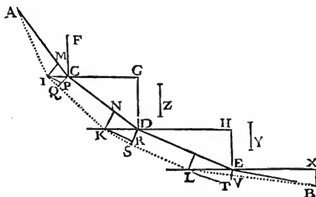
deranno il defalco notabile : eſſendo manifeſto, che una parte infiniteſima, infinite volte moltiplicata, diventa una grandezza finita, e comparabile coll' altre ordinarie.

29 La riſpoſta alla quale iſtanza dipende dal dimoſtrare, che la diminuzione di velocità cagionata per l' angolo del contatto A C B non ſolo è infinitamente piccola, ma è infinite volte infinitamente piccola, cioè un infiniteſimo del ſecondo ordine, e non del primo, ed appartiene al genere delle ſeconde differenze, non delle prime. Tiriſi dal punto A quanto ſi voglia proſſimo al punto del contatto C, la ſolita perpendicolare A B ſopra la G C, e ſopra la ſua tangente prolungata verſo B per la piccola porzione C B, e dal centro C deſcritto l' archetto B H, che è la perpendicolare dal punto B in H, o almeno vi paſſa ſopra, ſicchè la A H differenza del ſeno totale A C dal ſeno di complemento C B dell' angolo A C B, è uguale, o è piuttoſto minore del ſeno verſo del medeſimo angolo. Eſſendo dunque *per la prop. 8. del 6. degli Elem.* C A ad A B, 411
come A B ad A H ſeno verſo dell' angolo A C B: e per la piccolezza infinita del detto angolo minore d' ogni acuto rettilineo, eſſendo il ſuo ſeno retto A B infinitamente piccolo, il ſeno verſo A H ſarà poi infinitamente più piccolo del medeſimo ſeno retto A B; e però ſarà un infiniteſimo del ſecondo genere in riguardo di A C, il quale multiplicato infinite volte non giunge a fare una finita grandezza, ma ſolamente un infinitamente piccolo del genere di A B; che però la differenza A H della velocità acquiſtata A C da quella B C, che gli reſta viva nell' ingreſſo, che fa il mobile ſul piano C G, è infinite volte infinitamente piccola riſpetto alla velocità finita da eſercitarſi, e di sì poco la diminuiſce, che tali decrementi moltiplicati ancora infinitamente in ciaſcun punto della curva, non giungono ad aggregare un decremento ſenſibile di velocità; onde ſebbene non è da ammetterſi in pratica ciò, che nel ſuddetto diſcorſo ſopra Biſenzio aſſeriſce il Galileo circa le ſvolte de' fiumi, che paſſando l' acqua da un canale in un altro meno inclinato, non debba raffrenarſi la velocità conceputa, quando ſi tratti di canali inclinati a qualche angolo rettilineo, e ſenſibile: è però vero in tutto rigore l' aſſerto del medeſimo Galileo trattandoſi d' un fondo curvilineo, ed è molto giudizioſo l' avvertimento, che ivi dà di compartire la pendenza de' fiumi ſecondo una curva concava più inclinata ſull' orizzonte verſo il ſuo termine, che nelle parti ſuperiori, anzi che verſo il fine diventerebbe quaſi orizzontale: come in fatti ſuol praticare la Natura nel condurre l' acque al loro termine, ed a tale effetto ſarebbe molto a propoſito la curva della Cicloide, come già prima d' ogni altro avviſai *nelle mie Rifleſſioni ſu la controverſia del Molino nell' Era al num. 6.* nè credo che ſia diverſa da un intera Cicloide la figura, che il Sig. Domenico Corradi Matematico del Sereniſſimo di Modena diſſe *in una ſua Scrittura ſopra il Reno inſerita nella Viſita di Monſig. Illuſtriſs. Riviera a carte* 173. *e ſeguenti*, conveniente alle Botti ſotterranee, perchè ſiano premute col minimo carico dell' acque, che debbono ſcorrere per eſſe Botti; mercechè vi ſi fermerà ſopra l' acqua il minor tempo, che ſia poſſibile, facendo per la Cicloide il viaggio più ſpeditamente, che per altra curva, che abbia i medeſimi termini; come, ben ricordevole della promeſſa fatta di ſopra, or ora mi accingo a dimoſtrare.

30 Conviene però premettere a modo di Lemma, la ſoluzione del ſeguente Problema, il quale in parte fu già dimoſtrato dal Signor Criſtiano Ugenio nel ſuo trattato del Lume, ſervendoſene a dimoſtrare la ragione delle Refrazioni della luce qualora paſſa da un mezzo in un altro di denſità diverſa, come ſarebbe dall' aria nel criſtallo, o dal vetro nell' acqua, ec. ma qui da me viene ſteſo queſto Problema all' attraverſamento di più, e diverſi mezzi, come appreſſo vedremo.

Proposizione IX.

412 Debba un mobile portarsi da A in B più speditamente che sia possibile, andando dal punto A verso la linea C G colla velocità F C, e nello spazio interposto fra le due parallele C G, D H, colla velocità Z, e nello spazio intercetto fra le parallele D H, E X colla velocità Y, e quindi fino in B colla velocità B X, si cerca per quale strada doverà andare.



Si dispongano le rette A C, C D, D E, E B, talmente che i seni de' loro angoli colle perpendicolari tirate sopra le date parallele, quali sono A C F, C D G, D E H, E B X, siano per ordine, come le velocità F C, Z, Y, B X. Dico, che per la strada A C D E B verrà il mobile da A in B in minor tempo, che per qualsivoglia altra strada A I K L B, ritenute ne' siti suddetti le stesse velocità.

Si conduca I M perpendicolare sopra A C, K N sopra C D, L O sopra D E, e fatti gli angoli retti B E T, E D R, D C P, si tirino I P parallela a C D, K R a D O, ed L T ad E B. Essendo adunque l' angolo C I M uguale ad A C F, ed I C P a C D G, e questo a D K N, e K D R a D E H, il quale uguaglia E L O, siccome L E T ad E B X (mentre ciascuno degli angoli, che si paragonano, compisce con un medesimo angolo la quantità d' un retto, come è manifesto a chi attentamente considera nella figura la sua costruzione) sarà la velocità F C alla Z, come M C ad I P, che sono i seni degli angoli C I M, I C P; e però si farà nello stesso tempo M C colla velocità F C, ed I P colla velocità Z. Similmente, e per la medesima ragione, si farà nello stesso tempo N D colla velocità Z, e K R colla velocità Y; ed altresì O E colla velocità Y si spedirà nello stesso tempo, che L T colla velocità B X; ma A I è maggiore
413 di A M, I Q maggiore di I P, e Q K maggiore di C N, siccome K S è maggiore di K R, ed S L di D O, ed L V di LT, ed V B di EB; dunque si farà in più lungo tempo la strada A I K L B, che l'altra A C D E B colle prescritte velocità; Il che ec.

Si avverta, che sebbene in vigore della costruzione pare che si dimostri più breve il tempo, per la via A C D E B solo in paragone d' un' altra A I K L B, che

che più si accosti alla perpendicolare tirata dal primo punto A su la retta C G: ad ogni modo convince ancora in paragone d' altra via, che si descrivesse al di là di A C, scostandosi più da detta perpendicolare, attendendo, che se è più breve il tempo del viaggio da A in B per la strada A C D E B, che per la A I K B, sarà viceversa, ritornando indietro da B verso A, più breve il tempo del viaggio B E D C A, che dell' altro B L K I A, la strada del quale si scosta più dell' altra dalla perpendicolare tirata da B sopra E X; onde resta la proposizione generalmente dimostrata.

Corollario I.

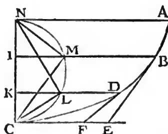
Quindi è manifesto, che la via da spedirsi in più breve tempo andando da un punto a un altro, non è la retta, se non quando si ha da mantenere in tutto il viaggio la medesima velocità; onde se si hanno da attraversare diversi mezzi, che diversamente resistano al moto; come dovendo attraversare varj campi, altri nudi, altri vestiti d' erbe, altri imbarazzati da spighe, e passare varie strade ingombrate da un flusso, e riflusso di popolo: non sarebbe buon consiglio l' andare verso il termine destinato per via retta: ma sarà meglio fare tali gomiti, e svolte, che i seni degli angoli delle loro inclinazioni siano come le facilità, che si hanno ad attraversare que' varj mezzi; come pratica ancora la Natura nelle Rifrazioni. Come se un oggetto posto in A doverà mandare un raggio, che lo renda visibile all' occhio posto in B, per varj mezzi A G, C H, D X, E B, tutti diafani, ma di varia rarità, sicchè abbia in essi più facile il passaggio di mano in mano, nella stessa misura, in cui crescono i seni degli angoli A C F, C D G, D E H, E B X: di fatto la via del raggio trasmesso sarà il flessilineo A C D E B, e non una retta immediatamente tirata dal punto A al punto B.

Corollario II.

Cadendo ancora un Grave dalla quiete, se non discende per una linea perpendicolare all' orizzonte, non verrà in un tempo brevissimo da un punto all' altro, cadendo per una linea retta, anzi nè meno per più rette inclinate a varj angoli, ma dee scendere per una curva, in cui i seni dell' inclinazioni, che hanno varie parti di essa curva col perpendicolo, siano come le velocità concepute nel cadere sino a' punti di quella curva.

Proposizione X.

Scendendo un mobile per l' arco d' una Cicloide A B C anderà dal punto A
al punto C, o a qualsivoglia degl' intermedj B, D, in minor tempo, che se vi 414
andasse per qualunque altra strada.



Imperocchè, come si è detto *nel Coroll.* 4. *prop.* 6. le tangenti B E, D F sono parallele alle corde corrispondenti nel cerchio genitore M C, L C; e però sono inclinate le porzioni di questa curva col perpendicolo, nel punto B all' angolo M C N, e nel punto D all' angolo L C N; ma le velocità ne' punti B, D dopo la caduta dal punto A sono le stesse, che ne' punti I, K dopo la caduta dal punto N, *per la prop.* 7. cioè in sudduplicata ragione delle scorse altezze N I, N K, come sopra col Galileo si è dimostrato; che è quanto dire, come le rette M N, L N, che sono appunto i seni de' suddetti angoli M C N, L C N. Dunque *per l' ultimo Coroll.*

roll.

roll. della precedente la via cicloidale A B D C si fa in un brevissimo tempo dal punto A all' estremo C, o a qualsivoglia degl' intermedii B, D; Il che era da dimostrarsi.

Corollario I.

Ancora da B in C caderebbe il Grave in un brevissimo tempo per l' arco B C, quando si supponesse nel punto B già affetto di quella velocità, che può acquistarsi cadendo per l' altezza A B, ovvero N I; ma se cominciasse a cadere dalla quiete in B, non basterebbe, per andare verso C in un brevissimo tempo, il mandarlo per l' arco B C, ma bisognerebbe descrivere tale Cicloide, che principiando per B passasse per C; il che come si faccia, viene insegnato dal Sig. Giovanni Bernulli *negli Atti di Lipsia del 1696.* descrivendo qualsivoglia Cicloide su la base B I, principiante dal punto B, e segandola con una retta, che congiungesse i punti B C: perchè allora, come l' intercetta dal perimetro di detta Cicloide sta alla BC, così il diametro del cerchio suo genitore starebbe al diametro del cerchio generante la Cicloide ricercata, che principiando da B passerebbe per C.

415 *Corollario II.*

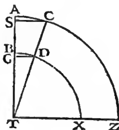
A volere, che la scesa da A in C si facesse in un brevissimo tempo, come conghietturava il Galileo, per l' arco del quadrante circolare A B D C, bisognerebbe, che le altezze F B, E D, che sono i seni degli angoli B H F, D H E, cioè delli G B F, E D B fatti dalla curva col perpendicolo, fussero come le velocità concepute nel cadere dalle medesime altezze; e conseguentemente, *per la prop.* 7. converrebbe, che un Grave cadendo dall' altezze H I, H K, avesse le velocità proporzionali agli spazj scorsi; il che dallo stesso Galileo si reputa impossibile, e da noi si è dimostrato *nel Coroll.* 7. *della prop.* 4. che a principiare il moto in tale ipotesi vi si richiederebbe un tempo infinito.

31 Prima di tralasciare la contemplazione della Cicloide, stimo ben fatto in questo luogo dimostrare, come le vibrazioni de' pendoli fatte in archi cicloidali maggiori, o minori, sono veramente equidiuturne: ciò che non accade alle vibrazioni circolari, se non fatte in archi minimi, in quanto esse poco si scostano dall' arco della Cicloide, di cui quel cerchio è combaciante, o come dicono, *osculatore*. Sia pertanto

Proposizione XI.

Quando le forze in A, e in B sono proporzionali agli spazj A T, B T da scorrersi fino al termine del moto T, essi spazj da un mobile, che si parte dalla quiete in A, ovvero in B, si passeranno in tempi uguali.

Descritto il quadrante di cerchio A C Z T, che sarebbe la scala delle velocità del moto per A T, *per lo Coroll.* 4. *della prop.* 3. si descriva l' altro quadrante concentrico B D X, che sarà altresì la scala delle velocità del moto per B T; perchè tirato il raggio T D C infinitamente prossimo all' altro T B A, e tirati i seni D G, S C, saranno gli spazj A S, B G infinitamente piccioli, e pro-



e proporzionali alle forze A T, B T, ovvero T S, T G; onde eſſendo le medeſime ſunnormali alle figure A C Z, B D X, ne ſegue, che ancora B D X T è la ſcala delle velocità del moto per B T (*per lo Coroll.* 1. *della prop.* 3.) e però, che ancora le velocità S C, D G ſono come gli ſpazj A S, B G, i quali però ſaranno paſſati in egual tempo *per le coſe dette al num.* 9. Così qualunque parte proporzionale di A T ſarà ſcorſa in egual tempo, che una ſimil parte proporzionale ſimilmente poſta in B T, partendoſi il mobile dalla quiete in B; e pertanto in egual tempo ſi paſſeranno le A T, B T; Il che ec.

Altrimenti. Eſſendo le ſunnormali de' quadranti A C Z, B D X proporzionali 416
alle forze, ſaranno eſſi le ſcale di velocità d' ambi i moti per A T, e per B T riſpettivamente; ſicchè rappreſentando T Z la velocità acquiſtata nel fine del viaggio A T, ſi eſprimerà dalla T X la velocità acquiſtata nella diſceſa B T; e perchè *per lo Coroll.* 3. *della prop.* 5. il viaggio A T, fatto in queſta ipoteſi acceleratamente dalla quiete, ſta allo ſpazio, che ſi farebbe nello ſteſſo tempo della caduta equabilmente coll' ultimo grado di velocità T Z, come il raggio ad un quarto di periferia circolare; dunque nel tempo della caduta A T, ſi farebbe equabilmente colla velocità T Z l' arco del quadrante A C Z; ſimilmente nel tempo della caduta B T, ſi paſſerebbe equabilmente colla velocità T X il quadrante B D X, ma eſſendo gli ſpazj A C Z, B D X proporzionali alle velocità T Z, T X, ſi farebbe l' uno, e l' altro ſpazio equabilmente in tempo eguale; dunque altresì uguale è il tempo della caduta A T a quello della caduta B T; Il che ec.

Corollario I.

Quindi ſi ha, che in detta ipoteſi il tempo con cui un projetto tirato dal punto A colla velocità T Z, che pareggiaſſe la ſua Gravità in A, e con direzione perpendicolare al raggio T A, deſcriverebbe l'intera circonferenza, è quadruplo del tempo, che ſi impiegherebbe diſcendendo per lo raggio A T; ed uguaglia il tempo di qualſivoglia altra rivoluzione, che farebbe un altro mobile ſpinto dal punto B perpendicolarmente al raggio B T, con velocità abile a pareggiare, ed equilibrare la gravità in B, quale ſarebbe la velocità T X: imperocchè, ſebbene, come dimoſtra Criſtiano Ugenio *nel Teorema* 5. *De vi centrifuga*, nell' ipoteſi della Gravità coſtante, il mobile cadendo dalla metà del ſemidiametro acquiſta una velocità, con cui girando circolarmente ha la forza centrifuga uguale alla Gravità; nella ipoteſi però della forza centripeta proporzionale alle diſtanze dal centro, ſolamente cadendo dall' altezza del ſemidiametro acquiſterebbe la velocità equivalente alla Gravità ſua.

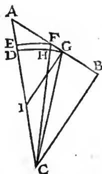
Corollario II.

Nella ſuddetta ipoteſi qualunque Grave da qualſivoglia diſtanza partendoſi, giugnerebbe nello ſteſſo tempo al centro della terra; compenſandoſi la ſomma lontananza con una ſomma velocità, e la minima diſtanza con una incredibile tardità; come nella comune ipoteſi della gravità coſtante, e delle direzioni ſue parallele accade, che i gravi ſcendono nello ſteſſo tempo per qualunque corda grande, o piccola, inclinata all' infimo punto d' un mezzo cerchio.

Corol-

417 *Corollario III.*

Anzi essendo il centro della terra C, ed un piano inclinato A B, sopra di cui sia C B perpendicolare, in egual tempo scenderà un grave per tutta la A C, che per la A B fino al suo infimo punto B; e nello stesso tempo si farebbe la A B dalla quiete in A, che la F B dalla quiete in F: perchè tirate due rette C F, C G infinitamente prossime, e dal centro C descritti gli archi F E, G H D: sarà H F ad F G, come F B ad F C, per esser simili i triangoli rettangoli F H G, F C B; ma la forza nel piano F G alla forza nella F H, o nella E D, sta come F B ad F C, ovvero a C E; e ciò sempre accade; dunque se le forze ne' punti E, D della verticale A C sono come le distanze E C, D C; le forze ne' punti F, G del piano inclinato sono come le F B, G B; onde in egual tempo dalla quiete si faranno E C, F B, D C, G B; e qualunque parte della A C si farà in egual tempo, che una parte simile della A B; dimanierachè, tirata I G parallela a C B, si faranno altresì in egual tempo le A I, A G, appunto come dimostra il Galileo dover succedere nella comune ipotesi della gravità, e supposte le direzioni de' Gravi parallele, che il diametro d' un semicircolo verticale, e qualunque sua corda (come A I, A G) si scorrono in tempo eguale.



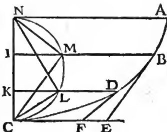
Proposizione XII.

Nella stessa comune ipotesi della Gravità costante, e supposte le direzioni de' Gravi parallele, movendosi un Grave per la Cicloide A B D C, farà nello stesso tempo tutta la Curva A B D C, principiando dalla quiete in A, che qualsivoglia sua porzione B D C, principiando dalla quiete in B.

Perchè essendo le tangenti della Cicloide ne' punti A, B, D parallele ad N C, M C, L C corde del semicircolo, come *nel cap. 8. degli Ugeniani num.* 7. ho dimostrato, sarà la forza della Gravità relativa ne' punti A, B, D, come le stesse N C, M C, L C, (a cagione dell'essere N C ad M C per esempio, come la stessa M C a C I, cioè come la forza nel perpendicolo N C alla forza sul piano inclinato M C) ma la curva A B C è dupla di N C, e la B C dupla di M C, e la D C dupla di L C, *per le cose dette nella Epistola Geometrica soggiunta agli Ugeniani n.* 17. dunque le forze in A, B, D sono per ordine, come gli spazj curvilinei A B C, B C, D C, da scorrersi fino al termine C infimo della Cicloide; onde i detti spazj, *per la prop. antecedente*, si passeranno in tempo eguale; Il che era da dimostrarsi.

418 *Corollario.*

Perchè dunque Cristiano Ugenio dimostra, che nello svolgersi la Cicloide descrive una curva simile, ed eguale a se stessa, posta inversamente; se il supremo capo del filo, a cui è sospeso un pendolo, sarà ristretto fra due Cicloidi, che obblighino il suo termine inferiore a descrivere le vibrazioni per arco cicloidale, saranno queste equidiuturne, tanto facendosi un arco maggiore, che per un' altro minore; laddove il pendolo ordinario, che descrive l' arco circolare, sola-



folamente facendo vibrazioni minime, le farà in tempo fenfibilmente eguale, in quanto quegli archi imitano la curvatura d' una cicloide defcritta full' affe fudduplo della lunghezza di effo pendolo, che è il raggio del cerchio, da cui è combaciata la medefima cicloide; o pure in quanto quegli archi minimi fi poffono prendere per le corde ifcrittevi dall' infimo punto del cerchio, per le quali corde già dimoftrò il Galileo farfi la difcefa de' Gravi nel medefimo tempo.

32 Voleva qui dire qualche cofa della celebre, ed ingegnofa oppofizione fatta dal P. Gio: Francefco Vanni alla Propofizione Meccanica del Galileo, da lui fuppofta in quefto Trattato, e da noi altresì ne' precedenti paragrafi accennata, che il momento della Gravità in un piano inclinato ftia al momento nel perpendicolo, come reciprocamente il perpendicolo alla lunghezza di effo Piano. Ma effendo ftato queft' Autore da tant' altri valentuomini confutato (febbene da taluno con mezzi poco fuffiftenti, e con erronei principj fecondi d' altri affurdi graviffimi) non ftimo opportuno il diffondermi fopra di ciò, rimettendomi alla mia *Epiftola Matematica de Momento Gravium &c.* dove la propofizione del Galileo è fondatamente dimoftrata, e confutato il Porzio, ed il Giordano, Autori che vanamente hanno pretefo di riformarla in maniere diverfe da quella, che propofe già il P. Vanni, perchè la via della verità effendo una fola, chi la fmarrifce una volta, e l' abbandona, fi trova difperfo in mill' altre ftrade fallaci, che conducono all' errore, e tra quefte non fa difcernere, quale fia quella, cui debba attenerfi; onde perde il tempo, e la fatica, vagando inutilmente, fenza fapere dove poffa ficuramente far capo.

33 Similmente tralafcio di rifpondere ad alcuni, che pare vogliano redarguire d'incoerenza nelle fue opinioni il Galileo, perchè fupponga qui la forza della Gravità coftante, il che è incompoffibile coll' ipotefi Pitagoriea del moto della Terra, di cui fi moftrò il noftro Autore così appaffionato partigiano; imperocchè, come moftrano il Sig. Varignon *nelle memorie dell' Accademia Regia del* 1707. ed il Sig. Ermanno *negli Atti di Lipfia* 1707. la diurna vertigine deve imprimere tali forze centrifughe in varie altezze di valore diverfo, che attemperino diverfamente, e raffrenino dove più, dove meno lo sforzo della Gravità, onde fe quefta era coftante, fuppofta la quiete del Globo terraqueo, dove riufcire poi variabile, facendola girare d' intorno al proprio affe. Ma, come gli fteffi Autori confeffano, nelle diftanze, in cui fi può da noi fperimentare l' azione della Gravità, rifpetto alla gran diftanza dal centro della terra, non può efferví gran differenza di forza centrifuga, e però ceffa ogni cagione di fofpettare, che fi renda difuguale l' azione della Gravità, perchè rimarrà da per tutto egualmente diminuita, onde refterà di coftante, ed invariabile quantità. Oltredichè fe fi voleffe, che in tutto rigore rimaneffe l' azione della Gravità coftante, benchè defalcata dalla varia impreffione della forza centrifuga, che può avere in varie diftanze, bafta fupporre, che la detta forza della Gravità fuffe primitivamente varia in quella proporzione, ed a quella mifura che bifogna, per fare, che detrattane la contraria azione della forza centrifuga, il refto rimanga della medefima quantità. 419

34 Prima di dar fine a quefte note mi pare d' aggiungere un' altra propofizione, benchè attenente piuttofto al moto de' Projetti, la quale fervirà per illuftrare, ed amplificare la propofizione 7. del Dialogo quarto, rendendone l' ufo più

so più generale, con molto vantaggio della Pratica, a cui può in infiniti casi servire.

Proposizione XIII.

Dovendosi mandare un Projetto dal luogo A nel sito G, benchè non posto nel medesimo orizzonte, ma sopra, o sotto di esso, con tale velocità, quale si acquisterebbe un Grave cadendo dalla sublimità S A: si cerca la direzione del tiro.

Congiunta A G; e prolungata la verticale S A al di sotto verso F, si faccia sopra la S A una porzione di cerchio capace dell' angolo G A F, e posta A H uguale ad un quarto della A G, si alzi la verticale H M. Se questa non concorre colla porzione circolare A M S, non sarà sufficiente la data velocità a condurre il projetto da A in G, ma vi vorrà velocità maggiore: ma se concorre con essa in uno, o due punti M, m, si congiunga A M; questa sarà la direzione, con cui facendo il tiro, anderà il Projetto a ferire nel destinato scopo G.

Perchè divisa A G per mezzo in I, e per M condotta N M C parallela ad A G, e tirata la verticale I C, che concorre colla
420 la direzione A M in K, e congiunta C H B, che sarà parallela ad A M, perchè essendo A H uguale ad H I, sarà A M uguale ad M K, e K C a C I, cioè ad M H, a cui è ancora parallela, e però M K, C H sono parallele, e tirisi ancora alla stessa direzione A M parallela G F, e finalmente congiungasi S M; sarà dunque l' angolo S M A nella porzione uguale all' angolo G A F, ovvero M N A; dunque essendo ancora l' angolo M A N comune, saranno simili i triangoli S M A, N M A; e però la proporzione di S A ad A M sarà la medesima, che di A M ad A N, ovvero ad A B, che gli è uguale, siccome N M uguaglia la M C; onde il rettangolo S A B uguaglierà il quadrato della A M, o pure della B H; e presi i quadrupli, sarà il rettangolo di A B nella quadrupla di S A, uguale al quadrato della B C; dunque il punto C è in una parabola descritta colla direzione A M, e colla data velocità prodotta dalla caduta della sublimità S A, che è sempre la quarta parte del lato retto appartenente al diametro A B; ma essendo G A quadrupla di A H, ancora G F è quadrupla di B H, di cui è dupla la B C; onde il quadrato F G è qua-

quadruplo del quadrato B C, come F A è quadrupla di A B; dunque ancora il punto G è nella ſteſſa parabola deſcritta come ſopra per li punti A, C; E però fatto il tiro colla data velocità ſecondo la direzione A M, anderà il Projetto a batter nel punto G, Il che ec.

Corollario I.

E' manifeſto, che la N C è tangente della Parabola, eſſendo A B uguale ad A N.

Corollario II.

Se la retta H M ſega l' arco A M S in due punti M, m, ſi potrà fare il tiro per qualunque delle due parabole A C G, A C G, l' una ſuperiore, l' altra inferiore, eſſendo l' angolo G A M (fatto dalla tangente, e dalla ſegante) uguale all' angolo A S M (nella porzione alterna) ovvero all' angolo S A m (che corriſponde all' arco S m uguale ad A M) onde ambe le direzioni A M, A m ſono egualmente inclinate, quella col piano A G, queſta colla verticale A S.

Corollario III.

Ma ſe H M tocca nel punto M l' arco A M S, che ſarà il ſuo punto di mezzo, ſarà poſſibile una ſola parabola, e queſta manderà il tiro ſul piano A G più lontano che ſia poſſibile: perchè l'ordinata M N rieſce la maſſima di tutte, e di queſta è quadrupla la A G: dimanierachè il più ampio tiro, che poſſa farſi ſul piano A G, è quello, in cui la direzione A M ſega per mezzo l' angolo S A G, contenuto dal detto piano, e dalla verticale; e quanto più una direzione ſi accoſterà al punto di mezzo dell' arco A M S, manderà più lungi il projetto, che quando più ſe ne dilungherà. Appunto come rieſce tirando ſul piano orizzontale (che fa angolo retto colla verticale) che inclinando la direzione alla metà di detto angolo, cioè a 45. gradi, ſi manda il tiro più lontano che ſia poſſibile.

Corollario IV. 421

Viceverſa, per mandare un Projetto dal punto A allo Scopo G poſto ſul piano A G, volendo impiegarvi la minima quantità poſſibile di forza, o di polvere, o di velocità, baſta fare il tiro colla direzione, che ſeghi per mezzo l' angolo contenuto dal detto piano, e dalla verticale, cercando ſuſſeguentemente quale quantità d' impeto gli convenga.

E tanto baſti di aver detto per illuſtrare queſte dottrine, avendomi impedito di ſtendere moltiſſime altre ſpeculazioni, che aveva in pronto in queſto propoſito, l' eſſere occupato in affari di tutt' altra iſpezione, che da' ſtudj di queſta ſorta continuamente diſtratto mi tengono.

APPENDICE

35. In conseguenza di quanto si è di sopra dimostrato nel Coroll. 3. della Prop. VIII. si può risolvere il Problema seguente.

Proposizione XIV.

Scenda un Grave pel piano A D, e quindi si volga per l' orizzontale D B verso B. Si cerca qual proporzione abbia il moto per le due A D, D B, in qualsivoglia posizione della A D, al tempo per la sola A B.

Divisa per mezzo la perpendicolare A E in F, e l' orizzontale E B in R, si tirino F C P, R C Q parallele alle E B, E A; e per B, fra gli asintoti G P, C R, sia descritta l' iperbola di Apollonio B H, con cui concorra la A D continuata in H. Dico che il tempo per le due A D, D B, al tempo per la sola A B starà come A H ad A B.

Imperocchè, posto che il tempo per A B sia espresso dalla A B, il tempo per A D sarà misurato dalla A D; e questo stesso servirebbe a scorrere nell'orizzonte con moto equabile il duplo di A D, se dovesse mantenersi in esso la velocità A D conceputa nel fine di detto piano; ma restandogli viva (*per lo Coroll. 3. della prop. 8.*) la sola velocità E D, passerà con essa il mobile nell' orizzonte il duplo di essa E D nel medesimo tempo A D, e tirata H S perpendicolare a D B, passerà nel tempo D H, colla detta velocità E D, il duplo della D S, cioè la D B: perchè tirata H G parallela a B E, che sega la C R
422 in K, e congiunta la B H, che concorre colle A Q, F C, A E, Q R, in N, M, I, L, sarà O N dupla di P M, cioè di K H (per essere B M uguale ad H I secondo Apollonio, e conseguentemenre P M uguale a K H) e la A O è dupla di A Q, o di G K; dunque tutta la A N è dupla della G H; e però N L è divisa per mezzo in H; onde H è il centro del semicircolo descritto sul diametro N L, che passerebbe per l' angolo retto N A L; sicchè H A uguaglia H N, e però ancora H B uguaglia H D, onde la H S essendo perpendicolare alla base del triangolo isoscele D H B, taglierà essa base B D per mezzo in S; dunque essendo il tempo per D B misurato dalla D H, sarà il tempo per le due A D, D B misurato dall' intera A H, mentre il tempo per la sola A B si esprimeva dalla medesima A B; sta dunque il tempo per A D, D B al tempo per A B, come A H ad A B; Il che ec.

Corollario I.

Se col centro A, e col raggio A B si descrivesse un arco di cerchio, che tagliasse l' iperbola in H, congiunta A H segante l' orizzontale E B in D, farebbe il

be il tempo per le due A D, D B uguale al tempo per la sola A B, riuscendo allora A H uguale alla A B.

Corollario II.

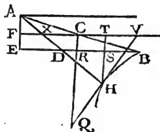
Ma se il cerchio descritto col raggio A B toccasse l' iperbola in B, sarebbe A B la minima linea, che condurre si potesse dal punto A al perimetro della iperbola, cioè appunto il suo asse; ed il tempo per A B sarebbe minore, che il tempo per qualunque inclinata A D, coll' orizzontale D B; siccome se A H fusse la minima linea, che si potesse condurre dal punto A sul perimetro della iperbola (come può accadere quando l' orizzontale E B non passa pel vertice principale, o termine dell' asse della sezione) allora il tempo più breve per andare da A in B sarebbe quando il mobile vi arrivasse per le due A D, D B.

36 Il modo poi da determinare questa minima A H, dipende da un Problema solido, sciolto dal Sig. Viviani *de Maximis & Minimis lib. 2. prop. 22. nell' ultimo caso*, e da me si scioglie nella seguente maniera.

Proposizione XV.

Se dal punto A al punto B debba portarsi un Grave in brevissimo tempo, parte per una inclinata A D, parte per l' orizzontale D B: trovare il sito di quella inclinata. 423

Se fusse il perpendicolo A E uguale all' orizzontale E B, la stessa A B si farebbe in brevissimo tempo, nè accaderebbe cercare altra inclinata A D, che coll' orizzontale D B si potesse in minor tempo passare: come *per la costruzione della precedente*, *e per lo Coroll.* 2. di essa si fa manifesto.



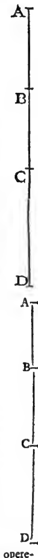
Molto meno si potrebbe trovare il minimo tempo per una inclinata, e per l' orizzontale, se fusse A E maggiore di E B.

Sia dunque A E minore di E B, e pongasi E D la prima di due medie proporzionali fra le stesse A E, E B, e congiungasi A D. Sarà il viaggio per A D, e per D B fatto in brevissimo tempo; Perchè supposta essere B H l' iperbola descritta secondo la costruzione della precedente, con cui concorra la retta A D in H, e tirata la sua tangente Q H V, che convenga cogli asintoti in V, Q, e tirata H T parallela a C Q, cioè perpendicolare all' altro asintoto C V, segato dalla A D in X. Già B E è dupla di B R (*per la costruzione della precedente*) e B D dupla di B S (*come ivi pure si è dimostrato*) dunque la residua D E è dupla della rimanente R S; ma ancora D E è dupla di F X; questa dunque uguaglia la R S, ovvero la C T; sicchè X T uguaglierà la F C, cioè la metà di B E, come la T V uguaglia la C T, ovvero la R S, cioè la metà di D E; però X T a T V sta come B E ad E D, ovvero come il quadrato E D al quadrato E A (per essere E D la prima delle due medie tra B E, E A) *o per la similitudine de' triangoli*, come il quadrato X T al quadrato T H; onde X T, T H, T V sono continuamente proporzionali; e però l' angolo A H V è retto: sicchè A H è la minima di quelle, che dal punto A si possono condurre su la tangente Q V, e su la curva iperbolica B H; onde *per l' antecedente* essendo A H misura del tempo per le A D, D B; sarà il tempo per esse il minimo; ciò che dovevasi dimostrare.

LET-

LETTERA
DI GALILEO GALILEI

A . . . .



Nella quale ſi tratta del moto naturalmente accelerato.

Padova 16. Ottobre 1604.

Reverendiſſimo Padre e Sig. mio Colendiſs.

469 RIpenſando circa le coſe del Moto, nelle quali per dimoſtrare gli accidenti da me oſſervati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per aſſioma, mi ſon ridotto ad una propoſizione, la quale ha molto del naturale, e dell' evidente, e queſta ſuppoſta, dimoſtro poi il reſto; cioè gli ſpazj paſſati dal moto naturale eſſere in proporzione doppia de i tempi, e per conſeguenza gli ſpazj paſſati in tempi eguali eſſere come i numeri impari ab unitate, e le altre coſe. Ed il principio è queſto, che il mobile naturale vadia creſcendo di velocità, con quella proporzione, che ſi diſcoſta dal principio del ſuo moto; come v. g. cadendo il grave dal termine A per la linea A B C D, ſuppongo il grado di velocità, che ha in C, al grado di velocità, che ebbe in B, eſſer come la diſtanza C A alla diſtanza B A, e così conſeguentemente in D aver grado di velocità maggiore che in C, ſecondo che la diſtanza D A è maggiore della C A.

Averò caro, che VS. Molto Reverenda lo conſideri un poco, e me ne dica il ſuo parere. E ſe accettiamo queſto principio, non pur dimoſtriamo, come ho detto, l' altre concluſioni, ma credo, che abbiamo anco aſſai in mano per moſtrare, che il cadente naturale, ed il projetto violento paſſino per le medeſime proporzioni di velocità. Imperocchè, ſe il projetto vien gettato dal termine D al termine A,
470 è manifeſto, che nel punto D ha grado d' impeto potente a ſpingerlo ſino al termine A, e non più, e quando il medeſimo projetto è in C, è chiaro, che è congiunto con grado d'impeto potente a ſpingerlo ſino al medeſimo termine A, e parimente il grado d'impeto in B baſta per ſpingerlo in A. Onde è manifeſto l' impeto ne' punti D, C, B andar decreſcendo ſecondo le proporzioni delle linee D A, C A, B A; onde ſe ſecondo le medeſime va nella caduta naturale acquiſtando gradi di velocità, è vero quanto ho detto, e creduto ſin qui. Quanto alla eſperienza della freccia, credo, che nel cadere acquiſterà pari forza a quella, con che fu ſpinta, come con altri eſempj parleremo a bocca, biſognandomi eſſer coſtà avanti Ogniſſanti. In tanto la prego a penſare un poco ſopra il predetto principio.

Quanto all' altro problema propoſto da lei, credo, che i medeſimi Mobili riceveranno ambedue la medeſima virtù, la quale però non

opere-

opererà in ambedue il medefimo effetto , come v. g. il medefimo uomo vogando comunica la fua virtù ad una gondola, e ad una peotta, fendo l' una, e l'altra capace anco di maggiore ; ma non fegue nell' una , e nell' altra il medefimo effetto circa la velocità , o diftanza d' intervallo , per lo quale fi muovono . Scrivo allo fcuro quefto poco , bafti più per foddisfare al debito della foluzione, rimettendomi a parlarne a bocca in breve ; e con ogni reverenza li bacio le mani .

Lettera di Galileo Galilei al P. Ab. D. Benedetto Caftelli contenente una dimoftrazione d'un principio già fuppofto dall' Autore nel fuo Trattato del Moto accelerato ne' Dialoghi de' Movimenti locali.

Molt' Ill. e Rever. Sig. e Patron Colend.

E' Manifefto pur troppo Sig. mio Reverendifs. che il dubitare in Filofofia è 454
Padre dell' invenzione, facendo ftrada allo fcoprimento del vero . L' oppofizioni fattemi fon già molti mefi da quefto giovane, al prefente mio Ofpite, e Difcepolo, contro a quel principio da me fuppofto nel mio Trattato del moto accelerato , ch' egli con molta applicazione andava allora ftudiando , mi neceffitarono in tal maniera a penfarvi fopra , affine di perfuadergli tal principio per concedibile , e vero , che mi fortì finalmente, con fuo, e mio gran diletto , d' incontrarne , s' io non erro , la dimoftrazione concludente , che da me fin' ora è ftata qua conferita a più d'uno . Di quefta egli ne ha fatto adeffo un diftefo per me, che trovandomi affatto privo degli occhi, mi farei forfe confufo nelle figure, e caratteri, che vi bifognava. E' fcritta in Dialogo, come fovvenuta al Salviati , acciò fi poffa , quando mai fi ftampaffero di nuovo i miei Difcorfi , e dimoftrazioni , inferirla immediatamente dopo lo Scolio della feconda propofizione del fuddetto trattato (a faec. 103. di quefta impreffione) come Teorema effenzialiffimo allo ftabilimento delle Scienze del moto da me promoffe. Quefto lo comunico a V. S. per lettera prima che ad alcun' altro, con attenderne principalmente il parer fuo, e dopo quello de' noftri Amici di coftì , con penfiero d' inviarne poi altre copie ad altri Amici d' Italia , e di Francia , quando io ne venga da lei configliato : e qui pregandola a farci parte d' alcuna delle fue peregrine fpeculazioni , con finceriffimo affetto la reverifco , e gli ricordo il continuare l' orazioni appreffo Dio di Mifericordia , e di Amore per l' eftirpazione di quelli odii inteftini de' miei maligni , infelici Perfecutori .

D' Arcetri li 3. Dicembre 1639.

Di V. S. Molt' Ill. e Rev.

Affezionatifs. Serv. Obblig.
Galileo Galilei Linceo Cieco.

Lettera di Andrea Arrighetti a Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. mio Offerv.

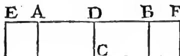
Firenze 25. Settembre 1633.

NOn ho potuto far di meno di non obbedire a quel tanto , che dal Sig. Mario Guiducci per fua parte mi è ftato commeffo , circa quel poco di ftudio, che aveva fatto intorno alla fua prima propofizione di Meccanica mandata

data qua da V. S. al medesimo Sig. Mario, quale insieme con alcune altre dimostrazioni da essa dependenti sarà in piè di questa. Son sicuro, che vedrà il tutto come cosa fatta per mio trattenimento, scusando se vi fusse qualche debolezza, e se, non l'avendo dipoi più riviste, anco nel copiarle mi scappasse qualche passerotto, e per conseguenza non potessero stare a martello. Se sentirò, che non ci abbia difficultà, e che queste non sieno convinte di falsità, mi affaticherò intorno all'altra mandata ultimamente, non essendo fuor di speranza, che si possa ritrovare anco in altra maniera la grossezza del proprio solido, uni-
711 co ancor esso fra tutti i suoi simili, tanto mentre il suo momento sia superiore alla resistenza della sua base, quanto mentre segua il contrario. Non mi affaticherò in condolermi seco de' suoi travagli, sapendo ella benissimo quanto deva participarne, mediante gl' infiniti obblighi, che le professo. Del resto confermo a V. S. la mia osservanza, pregandola a ricordarmi servitore d' infinita obbligazione a Monsig. Illustriss. ed a conservarmi la sua buona grazia.

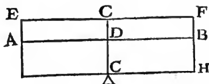
Poscritto. Dopo aver serrata la lettera mi son risoluto a mandare a V. S. anco la dimostrazione dell' ultima sua proposizione, la quale sarà aggiunta in fine di questa, e di nuovo la riverisco aspettandone il suo parere.

Dato un prisma, o cilindro di materia grave, e frangibile, ed omogenea in ciascuna sua parte, quale sia sostenuto in mezzo, o sivvero in una, o in ciascuna delle sue estremità, dico, che coll' andare allungando il detto solido si ridurrà a segno, che mediante il suo proprio peso si spezzerà nel punto dove sarà sostenuto, o sivvero in mezzo, quando sarà sostenuto in ciascuna delle sue estremità, e se il detto solido si andrà ingrossando, conservando la medesima lunghezza, quanto più si andrà ingrossando tanto, più sarà abile a sostenere altro peso oltre il suo proprio, e che fra gl' infiniti solidi simili al dato solido, un solo è quello, che è ancipite fra la fragilità, e la consistenza, sicchè ogni poco che sieno maggiori di quello si spezzeranno, e ogni poco che sieno minori saranno abili a sostenere oltre il lor proprio qualche altra quantità di peso. Sia il dato solido A B sostenuto in mezzo nel punto C, dico, che coll' andarlo allungando seguirà quanto si è detto di sopra. Allunghisi fino in E F, sicchè il punto C sia sempre in mezzo.



Perchè dunque nell' allungare il detto solido la base si conserva sempre l' istessa, si conserverà anco la medesima resistenza nel peso C; ma la facilità del superare tal resistenza va crescendo mediante l' allungamento delle D F, D E, siccome cresce anco il momento, che resulta dalle gravità de' suddetti solidi D F, D E, secondo che si accrescono i suddetti solidi, ne seguirà, che il detto solido E F si spezzerà mediante il suo proprio peso.

Accrescasi il solido A B per la sua grossezza fino in E F, conservando la medesima lunghezza. Dico, che seguirà tutto il contrario, cioè, che oltre al suo proprio reggerà qualche altro peso.



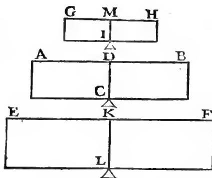
Perciocchè coll' accrescere il detto solido la resistenza alla resistenza è, come la base D C alla base G C, cioè come il soli-

do

do A H al ſolido E H, cioè come il momento del ſolido A H al momento del ſolido E H; ma la differenza del ſuperare tali reſiſtenze ſi accreſce tanto, quanto ſi accreſce la C G, mentre ſtia ferma la lunghezza A B; adunque ſeguirà quanto ſi è propoſto. 712

Dico di più, che facendoſi altri ſolidi ſimili all' A B, fra gl' infiniti, che ſi poſſon fare, un ſolo è quello, che è ancipite fra la fragilità, e la conſiſtenza, ſicchè quanto ſaranno maggiori di quello, più facilmente ſi ſpezzeranno mediante il lor proprio peſo, e quanto ſaranno minori, tanto più ſaranno abili a ſoſtenere qualche altro peſo, oltre il loro proprio.

Sia il ſolido A B, nello ſtato ſuddetto, e faccianſi i ſolidi E F, G H ſimili all' A B, cioè E F maggiore, e G H minore.



Perchè dunque le reſiſtenze, che ſi fanno in C D, K L, M I, hanno fra di loro la proporzione delle baſi C D, K L, M I, ed i momenti de' ſolidi A B, E F, G H hanno fra di loro la proporzione de' medeſimi ſolidi, cioè de' cubi delle medeſime C D, K L, M I, e le facilità del ſuperare tali reſiſtenze ſi conſervano in tutti le medeſime, ne ſeguirà, come ſi è propoſto, che ſempre il ſolido maggiore ſi ſpezzi in K L, ed il minore ſia abile a ſoſtenere qualche altro peſo, oltre il ſuo proprio, e che A B ſia unico in tale ſtato, come ſi era propoſto, ed il medeſimo ſeguirà mentre detti ſolidi ſieno ſoſtenuti in una, o in ciaſcuna delle ſue eſtremità.

Di più volendo ridurre il ſolido E F di groſſezza tale, che conſervandolo della medeſima lunghezza E F ſia nel medeſimo ſtato del ſolido A B, e ſia ancor egli unico in tale ſtato fra tutti i ſolidi a lui ſimili, baſterà (ſervendoſi della paſſata figura) trovare la terza proporzionale delle due D C, K L, quale ſarà il diametro della baſe del cilindro, che ſi cerca.

Perciocchè il momento del ſolido A B al momento del ſolido E F ha triplicata proporzione della D C alla K L, e la reſiſtenza, che ſi fa in C D, alla reſiſtenza, che ſi fa in K L, l'ha duplicata della proporzione della medeſima D C, alla medeſima K L, per eſſer ſolidi ſimili; ed il momento del ſolido E F al momento del ſolido ritrovato (per eſſer della medeſima altezza) ha duplicata proporzione della D C, alla K L, e la reſiſtenza del medeſimo E F alla reſiſtenza del ſolido ritrovato ha triplicata proporzione della D C alla K L; adunque tanto, quanto la proporzione della reſiſtenza del ſolido A B alla reſiſtenza del 713
ſolido E F è minore della proporzione del momento del ſolido A B al momento del ſolido E F, tanto la proporzione del momento del ſolido E F al momento del ſolido ritrovato è minore della proporzione della reſiſtenza, che ſi fa in K L, alla reſiſtenza, che ſi fa nella baſe del ſolido ritrovato; adunque la reſiſtenza del ſolido A B alla reſiſtenza del ſolido ritrovato, cioè quella, che ſi fa nelle lor baſi, averà la proporzione del momento del ſolido A B al momento del ſolido ritrovato; adunque il ſolido ritrovato ſarà nel medeſimo ſtato del ſolido A B, ed il medeſimo ſeguirà mentre il momento del ſolido A B alla reſiſtenza,

che si fa in C D, abbia qualsivoglia altra data proporzione maggiore, o minore, che sempre il solido ritrovato sarà unico in tale stato fra tutti i solidi a lui simili.

Lettera di Galileo Galilei a Andrea Arrighetti.

Molt' Ill. Sig. Pad. Colend.

Di Siena 27. Settembre 1633.

IL gusto col quale ho lette, e rilette le dimostrazioni di V. S. è stato maggiore della maraviglia, quello cioè grandissimo per la sottigliezza dell' invenzione, e questa minore assai per esser opera dell' ingegno del Sig. Andrea Arrighetti; e l' ultima in particolare mi ha tenuto un pezzo confuso, sì per l' insolita testura, sì per la mia consumata memoria, nella quale non prima s' imprimono i fantasmi, che si cancellano. Serva questo detto incidentemente per avviso a V. S. di speculare, mentre è giovane. Il progresso di V. S. è maestoso, e s' innalza sopra il comune geometrico, in certo modo, come il metafisico sopra il puro fisico, mentre trattenendosi V. S. tra universali astratti, par che sdegni il particolareggiare, e di trattare con altre persone, che colle molto profondate in questi studj. Replico a V. S. che ne ho preso gusto grandissimo, e quando ella non isdegnasse, che io soggiugnessi questa sua dimostrazione a quella, che ne arreco io nel trattato, che ho per le mani, mi sarebbe gratissimo, sebbene per renderla apprensibile anco ai mediocremente intelligenti, abbassando alle mie pianure, ma veramente con qualche scapito della maestà, alla quale V. S. l' innalza, la concluderei nel seguente modo.

D · K · M
A · E · X ·

D A
K E
M X

Le resistenze D, K son tra loro come i quadrati D, K, cioè come i quadrati K, M, cioè come i prismi E, X, cioè come i momenti E, X. Le resistenze K, M, come i cubi K, M, cioè come i cubi D, K, cioè come i prismi A,
714 E, cioè come i momenti A, E; adunque per la perturbata, le resistenze de' prismi D, M, son tra loro come i momenti A, X, e però i medesimi prismi sono in stati simili.

Per quanto appartiene a me medesimo, posso dire, che la gentilissima conversazione di questo mio cortesissimo ospite mi solleva notabilmente, e l'occupazione, che Dio mi dà intorno a varie contemplazioni, mi divertisce assai la mente; e sopra tutti i conforti, il creder, che V. S. e gli altri amici, e padroni cari mi continuino la lor grazia, mi rende men grave ogni mia afflizione.

Lettera di Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. e Pad. Colend.

IN risposta delle obbiezioni di V. S. dirò brevemente quello, che mi occorre, e quanto alla prima. Ella dice parergli, che nel principio del mio discorso io voglia affermare, *che le macchine, che riescono in piccolo, riusciranno anche in grande, purchè si osservi nelle moltiplicazioni la proporzione, che si dee nello strumento, e nel-*

e nelle sue parti; e che l' affezione, che si trova sempre nella materia, non è argomento buono per provare il contrario, essendo che essa effezione è eterna, e sempre l' istessa, della quale si può dar regola, quanto si dà delle figure astratte. Sin qui son parole di V. S. in risposta delle quali conviene, che io confessi di non aver saputo spiegare il mio concetto con quella evidenza, che è necessaria per ben dichiararsi, e massime quando si arrecano proposizioni remote dalle opinioni comuni: dico per tanto, che l' intenzion mia fu molto diversa, anzi del tutto contraria dal senso, che V. S. ne ha cavato, avvengachè è falso, che io abbia stimato, che le macchine, che riescono in piccolo, debbano ancora riuscire in grande, tuttavolta che si osserverà le medesime proporzioni, cc. anzi ho voluto dire, che non possono in verun conto riuscire. Soggiugne V. S. appresso, che 715
io ho detto, che l' imperfezione della materia non è argomento buono per provare il contrario, cioè per provare, che in grande non possano riuscire quelle macchine, che riescono in piccolo; anzi per l' opposito affermo, che di questo non poter riuscire la cagione risiede nella materia soggetta a mille imperfezioni, alterazioni, mutazioni, e tutti quelli altri accidenti, che V. S. va con esquisita particolarità connumerando; de' quali io non ho mai preteso, nè credo dato segno di pretendere, che se ne possa dare scienza; ma la cagione, che io referisco, e ripongo nella materia, è diversissima da tutte queste, e non è soggetta a variazione alcuna, ma è eterna, immutabile, e però atta ad essere sotto necessarie dimostrazioni compresa, ma per quanto io credo non avvertita da altri. E per meglio dichiararmi seco, piglio il suo medesimo esempio di un ponte per passare un fosso largo v. g. venti piedi, il quale si trovi esser riuscito potente a sostenere, e dare il transito a peso di mille libbre, e non più; cercasi ora se per passare un fosso largo quattro volte tanto, un altro ponte contesto del medesimo legname, ma in tutti i suoi membri accresciuto in quadrupla proporzione, tanto in lunghezza, quanto in larghezza, ed altezza, sarà potente a reggere il peso di 4000 libbre, dove io dico di no; e talmente dico di no, che potrebbe anco accadere, che e' non potesse regger se stesso, ma che il peso proprio lo fiaccasse: avendo io con necessaria dimostrazione meccanica provato, esser impossibile, che due figure solide fatte dell' istesa materia, e che tra di loro sieno simili, e diseguali, sieno simili nella robustezza; ma che sempre a proporzione saranno le maggiori più deboli: di modo che, se averemo v. g. un' asta di legno di tal grossezza, e lunghezza, che fitta in un muro parallela all' orizzonte resti senza fiaccarsi dal proprio peso, ma che una grossezza di capello, che fusse più lunga si rompesse, dico tale asta tra le infinite, che si possono fare simili a lei del medesimo legno, esser unica, che resti sul confine tra il sostenersi, e il rompersi, sicchè nessuna delle maggiori di lei potranno reggersi, ma necessariamente si fiaccheranno; ma le minori reggeranno se stesse, e qualche altro peso di più, talchè se vorremo pigliare un' asta più lunga della detta, e che sia potente a reggere se stessa, bisogna alterare la proporzione, e farla più grossa di quel che ricercherebbe la similitudine delle figure. Ora la cagione, per la quale la resistenza al rompersi ne' solidi simili non cresca secondo le grandezze loro, io la provo con necessaria dimostrazione; dimostro ancora qual proporzione è quella, che la robustezza osserva nell' accrescimento delle figure: e finalmente dimostro nell' allungare la figura, quanto si debba alterare, ed accrescere più la grossezza, che la lunghezza, acciò la robustezza si augumenti ancora nelle figure maggiori a proporzione delle minori. Ma che io ricorra mai a dire, che queste varietà dependano dalle diversità di materie non solo differenti di specie, come legno, ferro, marmo, ma anco della medesima specie, essendo tante diversità di saldezza tra una sorta di legno, ed un' altra, ed anco nell' istesso legno, secondo che è tagliato dal tronco, o dal ramo, di una stagione, o di un' altra, vicino alla radice, o alla vetta; sarei veramente troppo debole a volere arrecar queste notissime contingenze per ra-

gione di effetti necessarj, e forse fin ora non perfettamente penetrati dalli Artisti scientifici. Di queste resistenze de' corpi solidi all' essere spezzati parlo io nel secondo Dialogo, dimostrando molte conlcusioni utili, e dirò anco necessarie da esser
716 sapute dal meccanico teorico, delle quali sono per additarne alcuna; qual proporzione abbiano tra di loro le resistenze di due prismi, o cilindri solidi egualmente lunghi all' essere spezzati; e finalmente qual sia quella de' diseguali in lunghezza, e grossezza, sicchè conosciuta la resistenza di un picciol chiodo, o di una piccola caviglia di legno, o di qualsivoglia altra materia, io potrò dimostrativamente sapere le resistenze di tutti i chiodi, di tutti i pali, di tutte le catene di ferro, di tutte le travi, travicelli, antenne, alberi, ed in somma di tutti i solidi di qualsivoglia materia, rimossi però gl' impedimenti accidentarj di nodo, tarli, ec. In oltre essendo noto per l' esperienza, che la medesima trave, o catena di ferro è meno atta a reggere un peso, che gli sia attaccato nel mezzo, che verso l' estremità, si cerca, qual sia la proporzione, che abbiano fra loro le resistenze di tutti i punti più, o meno lontani dal mezzo: e trovata qual sia tal proporzione, passo a dimostrare, quanto si potrebbero andare assottigliando detti travamenti, o catene, acciò fussero in tutte le loro parti egualmente resistenti, e dimostro qual figura doverebbero avere con alleggerimento notabile del lor proprio peso. Osservo appresso, e dimostro, come, e per qual ragione, e con che proporzione canne, lance, ed altri strumenti simili essendo voti dentro sono più gagliardi, che altri della medesima materia, lunghezza, e peso, che fussero massicci, e sodi. Altre notizie arreco, che servono a gustare delle maraviglie delle fabbriche artifiziali, e più di quelle della natura, la quale intendendole tutte, tanto mirabilmente se ne serve nelle sue strutture, facendo, per esempio, l' ossa delli uccelli vote assai dentro, acciò sieno leggiere, ed insieme gagliardissime, quali non sarebbero, se ritenendo il medesimo peso fussero massicce, perchè sarebbero sottili, e grandemente più deboli.

Lettera di Galileo Galilei al Marchese Guido Ubaldo dal Monte.

Ill. Sig. e Pad. Colend.

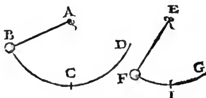
Di Padova li 29. Novembre 1602.

V. S. Illustriss. scusi la mia importunità se persisto in voler persuaderle vera la proposizione de i moti fatti in tempi uguali nella medesima quarta del cerchio: perchè essendomi paruta sempre mirabile, ora vie più mi pare, che da V. S. Illustriss. vien reputata come impossibile, onde io stimerei grand' errore, e mancamento il mio, s' io permettessi, che essa venisse repudiata dalla di lei speculazione, come quella, che fusse falsa, non meritando ella questa
717 nota, nè tampoco di esser bandita dall' intelletto di V. S. Illustriss. che più di ogni altro la potrà più presto ritrarre dall' esilio delle nostre menti; e perchè l' esperienza, con che mi sono principalmente chiarito di tal verità, è tanto certa, quanto da me confusamente stata esplicata nell' altra mia, la replicherò più apertamente, onde ancora ella facendola, possa accertarsi di questa verità.

Piglio dunque due fili sottili lunghi ugualmente due, o tre braccia l' uno, e sieno A B, E F, e gli appicco a due chiodetti A, E, e nell' altre estremità B, F, lego due palle di piombo uguali (sebben niente importa se fussero disuguali) rimuovendo poi ciascuno de i detti fili dal suo perpendicolo, ma uno assai, come saria per l' arco C B, e l' altro pochissimo, come saria secondo l' arco I F, gli lascio poi nell' istesso momento di tempo andare liberamente, e

l'uno

l' uno comincia a descrivere archi grandi simili al B C D, e l' altro ne descrive
de' piccoli simili al F I G, ma non però consuma più tempo il mobile B a passa-

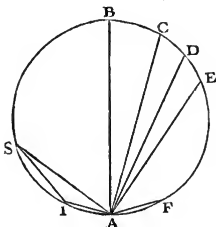


re tutto l' arco B C D, che si faccia l' altro mobile F a passare l' arco F I G,
di che mi rendo sicurissimo così.

Il mobile B passa per lo grand' arco BCD, e ritorna per lo medesimo D C B, e
poi ritorna verso D, e va per 500 e 1000 volte reiterando le sue reciprocazioni,
l' altro parimente va da F in G, e di più torna in F, e parimente farà molte reci-
procazioni, e nel tempo ch' io numero v. g. le prime cento grandi reciprocazioni
BCD, DCB, ec. un altro osservatore numera cento altre reciprocazioni per FIG
piccolissime, e non ne numera pure una sola di più, segno evidentissimo, che
ciascheduna particolare di esse grandissime B C D, consuma tanto tempo, quan-
to ogni una delle minime particolari F I G; or se tutta la B C D vien pas-
sata in tanto tempo, in quanto la F I G, ancora le loro metà, che sono le
cadute per gli archi disuguali della medesima quarta saranno fatte in tempi u-
guali. Ma anco senza stare a numerar altro V. S. Illustris. vedrà, che il mo-
bile F non farà le sue piccolissime reciprocazioni più frequenti, che il mobile
B le sue grandissime, ma sempre anderanno insieme. L' esperienza, ch' ella mi
dice aver fatta nello scatolone, può essere assai incerta, sì per non esser forse la
sua superficie ben pulita, sì forse per non esser perfettamente circolare, sì anco-
ra per non si potere in un solo passaggio così bene osservare il momento stes-
so sul principio del moto, ma se V. S. Illustris. pur vuol pigliare questa super- 718
ficie incavata, lasci andare da gran distanza, come saria dal punto B, libera-
mente la palla B, la quale passerà in D, e farà nel principio le sue reciproca-
zioni grandi d' intervallo, e nel fine piccole, ma non però queste più frequenti
di tempo di quelle. Quanto poi al parere irragionevole, che pigliandosi una
quarta lunga 100 miglia, due mobili uguali possano passarla uno tutta, e l' al-
tro un palmo solo in tempi uguali, dico esser vero, che ha dell' ammirando,
ma se consideriamo, che può esser un piano tanto poco declive, qual saria quel-
lo della superficie d' un fiume, che lentissimamente si muovesse, che in esso non
averà camminato un mobile naturalmente più d' un palmo, nel tempo che un
altro sopra un piano molto inclinato, (ovvero congiunto con grandissimo im-
peto ricevuto, anco sopra una piccola inclinazione) averà passato cento miglia;
nè questa proposizione ha seco per avventura più inverisimilitudine di quello,
che si abbia, che i triangoli tra le medesime parallele, ed in basi uguali sieno
sempre uguali, potendone fare un brevissimo, e l' altro lungo mille miglia; ma
restando nella medesima materia, io credo aver dimostrato questa conclusione
non meno dell' altra inopinabile.

Sia del cerchio B D A il diametro BA eretto all' orizzonte, e dal punto A
sino

fino alla circonferenza tirate linee *utcumque* A F, A E, A D, A C. Dimoſtro mobili uguali cadere in tempi uguali, e per la perpendicolare B A, e per gli piani inclinati, ſecondo le linee C A, D A, E A, F A, ſicchè partendoſi nell' iſteſſo momento dalli punti B, C, D, E, F, arriveranno in uno ſteſſo momento al termine A, e ſia la linea F A piccola quanto eſſer ſi voglia.



E forſe anco più inopinabile parerà queſto pur da me dimoſtrato, che eſſendo la linea S A non maggiore della corda d'una quarta, e le linee S I,
719 I A; *utcumque*, più preſto fa il medeſimo mobile il viaggio S I A, partendoſi da S, che il viaggio ſolo I A, partendoſi da I.

Sin qui ho dimoſtrato ſenza traſgredire i termini meccanici, ma non poſſo ſpuntare a dimoſtrare, come gli archi S I A, ed I A ſieno paſſati in tempi uguali, che è quello che cerco.

Al Sig. Franceſco mi farà grazia rendere il baciamano, dicendogli, che con un poco d'ozio gli ſcriverò una eſperienza, che già mi venne in fantaſia, per miſurare il momento della percoſſa; e quanto al ſuo queſito, ſtimo beniſſimo detto, quanto ne dice V. S. Illuſtriſs. e che quando cominciamo a concernere la materia, per la ſua contingenza ſi cominciano ad alterare le propoſizioni in aſtratto dal geometra conſiderate; delle quali così perturbate, ſiccome non ſi può aſſegnare certa ſcienza, così dalla loro ſpeculazione è aſſoluto il Matematico. Sono ſtato troppo lungo, e tedioſo con V. S. Illuſtriſs. mi perdoni in grazia, e mi ami come ſuo devotiſs. ſervitore, e le bacio le mani con ogni reverenza.

Lettera di Galileo Galilei in riſpoſta al Bertizzolo.

Molto vivamente, e con gran ſottigliezza riſponde il Sig. Bertizzolo alle mie difficoltà, per mantenere in piede la ſua concluſione, che ſecondo che creſce l'altezza dell' acqua ſopra il medeſimo declive, e per conſeguenza la gravità, debba ancora creſcere la celerità del ſuo moto, il che era ſtato da me meſſo in dubbio, pigliando occaſione di dubitare da quello, che vedo per eſperienza farſi nelli altri movimenti naturali, ne' quali i mobili omogenei, ancorchè diſegualiſſimi in mole, e per conſeguenza in peſo, ſi muovono tuttavia con pari velocità, come ciaſcheduno può ad ogn' ora vedere in due palle di ferro, o d'altra materia grave, delle quali una ſia grandiſſima, e l'altra piccoliſſima, che cadendo a perpendicolo, ovvero ſopra il medeſimo piano inclinato, ſi muovono colla medeſima velocità; del quale effetto, come altra volta diſſi, ne ho an-

ancora trovate due dimostrazioni, le quali però tralascio al presente, potendosene tanto facilmente vedere mille esperienze; le quali, prego il Sig. Bertizzolo a vedere, acciò non abbia a negare quello, che è più chiaro, che il Sole. Ma perchè rispondendo sottilmente soggiugne, che i predetti mobili diseguali, quando non avessero impedimento dell' aria, non pure si muoveriano disegualmente, ma che manterrebbero anco nelle loro velocità la proporzione medesima, 720
che fosse tra le gravità loro, quasi che dal mezzo detta proporzione venga alterata: avendo io opinione in ciò molto diversa, e facendo questa considerazione molto a proposito al moto dell' acque, il quale non ha repugnanza d' altro mezzo, mi ci fermerò alquanto, e dirò, che indubitatamente stimo, che in uno spazio dove non fusse resistenza alcuna del mezzo, non solamente i gravi diseguali, ed omogenei, ma ancora gli eterogenei si muoveriano colla medesima prestezza, sicchè non più velocemente discenderebbe una gran palla di piombo, che una di leggero legno. Al che credere mi muovo per due ragioni fondate pure sopra l' esperienza; e la prima è questa, che io vedo mobili eterogenei, come fariano due palle, una di piombo, e l' altra di pietra, muoversi con velocità disuguale, e tal disugualità esser maggiore ne i mezzi più gravi, e resistenti, che nei più sottili, e leggeri, e così il piombo, e la pietra con gran disegualità vanno al basso nell' acqua, e con pochissima differenza nell' aria, e con minore per conseguenza anderiano in un mezzo più raro, e finalmente con nessuna nel vacuo. L' altra mia ragione è questa, che è pur fondata sopra l' esperienza, che se fusse vero, che le velocità ne' movimenti naturali seguitassero la proporzione della gravità de' mobili, ogni volta che l' impedimento del mezzo non l' alterasse, adunque tutta volta che si potesse levare tale alterazione del mezzo, senz' alcun dubbio si doveria coll' esperienza poter vedere la detta proporzione: ora tanto è vero, che si levi assolutamente l' impedimento del mezzo, quanto il fare, che i mobili non ne vengano impediti più l' uno, che l' altro, il che quando fusse, dovriano detti mobili disegualmente gravi mostrar nelle loro velocità la proporzione, che hanno in gravezza; al che però non accorda l' esperienza, la quale potremo fare pigliando due palle di mole uguali, ma di peso inuguale, come faria una di piombo, e l' altra di legno, le quali quando sieno in grandezza uguali, saranno di peso disuguali, sicchè quella di piombo potrà pesare talvolta trenta volte più di quella di legno. Se dunque queste due palle uguali in mole si lasceranno cadere da un' altezza ver. gr. di cento braccia, già il contrasto dell' aria sarà il medesimo all' una, ed all' altra, sicchè saranno come denudate dall' impedimento esterno, e solo prevalerà in loro la virtù motiva, che viene dalla gravezza; per lo che se fusse vero l' assunto del Sig. Bertizzolo, doveria quella di piombo muoversi 30 volte più veloce dell' altra, sicchè quando quella di piombo avesse finito il suo moto, l' altra dovria essersi mossa per poco più di tre braccia, si che è tanto falso, che non pure, mentre che il piombo averà camminato le cento braccia, il legno ne averà camminate tre, o quattro, ma ne averà anco passate più di 98, ed in somma con pochissimo intervallo sarà prevenuto dal piombo; onde io concludo potersi senza fallacia affermare la proporzione delle velocità de' diversi mobili omogenei, o eterogenei, o uguali, o disuguali, non aver che far niente colla proporzione delle gravità loro, ed esser grandemente minor di quella. E perchè è piccolissima tal differenza ne' mezzi pieni, dove il mezzo impedisce un poco più il men grave, stimo, che nel vacuo, o dove non fusse tal impedimento, quella non faria cosa alcuna, ma di tutti i mobili faria la velocità medesima. Nè sono li esempj di pietre, e colonne tagliate addotti da me fuori di proposito, perchè essendo stato profferito dal Sig. Bertizzolo l' assioma universalmente, che crescendo la gravità debba crescere il moto,
doveria verificarsi in tutti i particolari, il che non fa nelli esempj addotti: an- 721
zi di-

zi dirò di più, non si verificare nè anco nell' acqua, nè accadere a quella altro da quello, che accada agli altri mobili naturali, cioè che sopra il medesimo declive con tanta velocità anderà un' acqua alta 100. braccia, con quanta una, che sia alta un solo; ma perchè (come anco accennai nell' altro mio discorso) mi si potria istare coll' esempio del corso de' fiumi, i quali crescendo l' altezza dell'acque vanno sempre più rapidamente, e vedo, che il Sig. Bertizzolo si riduce a questa esperienza, però son contento di allargarmi un poco più, e scoprire, quale sia la causa di questo effetto da me molto bene osservato. Dico dunque, che le acque de' fiumi, quando o per pioggie, o per nevi disfatte si alzano, non crescono per tutto ugualmente, anzi se lontano dal mare, dove si scaricano, 20, o 30 miglia si alzano 10, o 12 braccia, intorno alla foce, dove entrano in mare, non si alzano nè anco un sol braccio, come ciascuno può aver osservato, il che se è così, chi non conoscerà, che questo è un accrescer grandemente il declive; e crescendo tanto questo non sarà necessario, che cresca ancora il moto? certamente sì. Però se alcuno vorrà per via d' esperienze mostrare, che alzandosi l'acque, ancorchè si muovano nel medesimo declive, debba crescer la loro velocità, bisognerà ricorrere ad altro esempio, che a quello de' fiumi, ne i quali non è possibile alzar l' acque per tutto ugualmente, come dovria farsi, se si ha da mantenere la medesima decaduta, e provare, che l' altezza dell' acqua faccia crescere la velocità sopra il medesimo declive. E per avventura un' esperienza opportuna per veder ciò, saria la seguente. Sieno due canali serrati A B, C D, larghi ugualmente, ma sia il C D due volte più alto dell' A B, ed abbiano la medesima inclinazione, e da vene inesficabili passino per essi acque dalle parti B, D, verso A, C; è manifesto, che se l' altezza maggior dell' acque accresce sopra il medesimo declive la velocità del moto, do-
722 verà il canale C D, render quattro botti d' acqua in quel tempo, che l' altro A B ne butta una; imperocchè se l' acqua per esser nel canale C D due volte più alta, che nell' A B, dee muoversi con doppio moto, essendo in oltre il canale C D due volte più capace dell' A B, ne seguirà di necessità, che, come ho detto, l'uno porti fuori quattro volte più acqua dell' altro, la qual cosa indubitatamente non si troverà esser così, nè si vedrà buttare il canale D C una goccia più, che il doppio di B A, segno necessarissimo, che l' acque nell' uno, e nell' altro vanno con pari corso.



Lettera di Galileo Galilei al P. Abate D. Benedetto Castelli del modo di misurare le gocciole d' acqua cadenti sopra una data superficie.

D' Arcetri 19. Agosto 1639.

Reverendissimo Padre, e mio Sig. Colendiss.

SEnto con diletto l' applicazione, che la Paternità Vostra Reverendissima fa coll' intelletto a nuove speculazioni dipendenti da questo suo ultimo trattato in proposito del Lago Trasimeno, e starò con desiderio aspettando di parteciparne, conforme a che ella me ne dà speranza. Quanto alla moltitudine delle gocciole cadenti sopra una superficie data, ed il modo del trovarla, le dirò solo la conclusione, e l' operazione, lasciandone la dimostrazione al discorso di

di lei. Dico pertanto, che dato l' intervallo tra gocciola, e gocciola, e l'am-
piezza della ſuperficie, dove dette gocciole debbon cadere, l'operazione proce-
de nel ſeguente modo. Perchè tal ſuperficie dee eſſer nota, intendaſi quella eſ-
ſer circolare, e così l' intervallo tra gocciola, e gocciola, che pure dee eſſer
noto, e poſto che gl' intervalli ſieno eguali, poſta la caduta d' una gocciola co-
me nel centro del dato cerchio, vedaſi quanti di tali intervalli ſi contengano
nel ſemidiametro del dato cerchio, e preſo il cubo di tal numero d' intervalli,
e poi il cubo del numero uno manco del detto, caviſi queſto minor cubo dall' 479
altro maggiore, e quello, che reſta, ſarà la moltitudine delle gocciole cadenti,
che nel dato cerchio ſaranno contenute; come per eſempio, ſia l' intervallo tra
gocciola, e gocciola un ſoldo, cioè la vigeſima parte d' un braccio, e il ſemi-
diametro del cerchio ſia per eſempio mille ſoldi; fatto il cubo di mille, e da
eſſo trattone il cubo di 999. quello che reſta ſarà la moltitudine delle gocciole
da riceverſi nel dato cerchio. La propoſizione, come vede, ha aſſai dello ſtra-
vagante, eſſa che può mercè della viſta deſcriver linee, e far computi aritme-
tici, troverà il reſto. Mi raccomando alle ſue orazioni, mi conſervi la ſua gra-
zia, ed il Signor la proſperi.

Lettera del Padre Abate D. Benedetto Caſtelli a Galileo Galilei ſopra l' iſteſſa materia.

Roma 27. Agoſto 1639.

Eccellentiſs. Sig. mio Padron Colendiſs.

VEramente mi è riuſcita la ſpeculazione di VS. Eccellentiſſima ſtravagan-
tiſſima nel ritrovamento del numero delle gocciole cadenti in una data ſu-
perficie, dato l' intervallo tra gocciola, e gocciola; e confeſſo la mia debolez-
za, che alla prima lettera di VS. Eccellentiſſima non inteſi bene la propoſi-
zione, ed anco in queſta ho ſtentato aſſai in intenderla, non diſcernendo ſe il
numero degl' intervalli, come ella chiama, ſia veramente degl' intervalli tra goc-
ciola, e gocciola, ovvero dell' iſteſſe gocciole preſe nel diametro del cerchio,
cominciando da quella, che ſi conſidera nel centro incluſive, giacchè il nume-
ro delle gocciole ſupera d' un' unità quello degl' intervalli. Ma finalmente cam-
minando io in queſto principio per via d' eſperienza, ho conoſciuto, che ſi dee
prendere il numero delle gocciole, e non degl' intervalli, per radice de' cubi,
e ne ho fatti molti riſcontri colla numerazione attuale, e poi coll' operazione
di VS. Eccellentiſſima, e tutte mi ſono riuſcite puntualiſſimamente; è vero che
mi pare, che ſempre la ſezione di tutto il faſtello delle gocciole cadenti nel cer- 480
chio debba riuſcire un eſſagono equilatero, ed equiangolo iſcritto nel cerchio da-
to, altrimenti il mio conto non torna con quello di VS. Eccellentiſſima, qua-
le pure dee eſſer veriſſimo, come dependente dalla dimoſtrazione, alla quale
non ſono per ancora arrivato, e forſe la mia debolezza non arriverà giammai.
Pertanto mi reſta ſcrupolo nel mio modo di numerare, e vado dubitando, che non
torni, ſe non quando la ſaetta dell' arco di 60. gradi non è maggiore d' uno de-
gl' intervalli tra gocciola, e gocciola. So che ho ſcritto queſti verſi oſcuramen-
te, però la prego a ſcuſarmi; ſe mi ſuccederà trovare coſa più netta, e chia-
ra, mi porterò meglio un' altra volta. Intanto mando a VS. Eccellentiſſima una
copia d' una lettera, che ſcrivo a Monſignor Ceſarini, per dar ſoddisfazione a
molti, che non intendono il principal fondamento del mio Trattato della mi-
ſura dell' acque correnti, dove cerco di ſpiegarmi di più di quello, che ho fat-
to nel Trattato iſteſſo. Mi pare d' eſſermi in queſta lettera vantaggiato qual-

che cosa per ridurre alla pratica il mio modo di partire l' acque delle Fontane, parendomi d' averlo spiegato assai facilmente, dove VS. Eccellentissima vedrà, che non adopero il pendolo per misurar l' ora d' andare a pranzo, o a letto. In oltre ho registrato alcuni disordini, che seguono nel comun modo di misurare l' acque correnti, e mi pare (se non sono di me stesso adulatore) d' averli fatti spiccare assai bene. VS. Eccellentissima se la faccia leggere una volta, quando sarà meno impiegata nelle sue più alte speculazioni, e poi mi farà favore di farla capitare in mano del Serenissimo Gran Duca, e del Serenissimo Sig. Principe Leopoldo, perchè forse non sarà cosa inutile nel dispensare l' acque della Fontana, condotta con magnificenza veramente regia da S. A. S. in Firenze e per comodo, e per vaghezza della Città. Ed il Signore la conservi.

Lettera di Galileo Galilei al Padre Abate D. Benedetto Castelli sopra l' istessa materia.

Arcetri 3. Settembre 1639.

Reverendissimo Padre, mio Sig. Colendissimo.

Ricevo la gratissima sua insieme colla copia dell' altra, che scrive a Monsig. Cesarini; le ho sentite amendue con gusto estremo, e questa che mi manda procurerò, che venga in mano del Serenis. Principe Leopoldo, e appresso
481 del Serenissimo Gran Duca, sicuro che siano per far gran riflessione, e capitale degli avvertimenti, che in essa si contengono, e degli altri che restano, e che la P. V. Reverendissima promette. E quanto a quello, che ella tocca nella sua in proposito delle gocciole cadenti, che si debbano prendere non gl' intervalli tra gocciola, e gocciola, ma i numeri di esse gocciole, è verissimo, nè io poteva venire in cognizione di quanto scrissi, se non servendomi del numero delle gocciole, ponendo il primo come centro, e gli altri sei, come gli angoli dell' essagono inscritto nel primo cerchio, e così i contenuti sono sette. Presi poi due punti, e fattone il cubo, che è otto, e trattone il primo cubo, che è uno, restano pure sette, aggiunto il secondo cerchio doppio in circonferenza del primo, e perciò contenente dodici gocciole nella circonferenza, e fatto il cubo di tre punti, cioè 27. e trattone il cubo di due, che è otto, restano 19. che è la somma istessa delli 12. delli sei, e dell' uno del centro, e seguitando con quest' ordine, aggiugnendo il terzo cerchio, e li 18. punti contenuti nella sua circonferenza, sommandogli con gli antedetti dodici, e gli altri 6. precedenti, e quello del centro, si fanno 37. gocciole, e tale è il numero, che resta, cavando il cubo di 3. del cubo 4. cioè 27. di 64. e così continuando vidi la continuazione della regola; ma poco potei andare innanzi vietandomelo la privazione della vista, e del potere adoperar la penna, infelicità, che mi accade anco nel poter discorrere sopra linee, che passino oltre un triangolo, sicchè nè pure posso intendere una delle mie medesime proposizioni, e dimostrazioni, ma tutte mi giungono come ignote, e inintelligibili. Lascerò dunque la cura alla P. V. Reverendiss. di allargarsi in questa contemplazione, e di ritrovare se vi è cosa, che meriti, che ne sia tenuto conto. Sono in continue strida per un' orribile doglia di una mano, di quelle mie antiche, non posso esser più seco. La riverisco con ogni affetto, e mi raccomando alle sue orazioni.

Let-

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segretario di Stato del Serenifs. Gran Duca di Toscana, nella quale tratta della Calamita.

Padova 16. Novembre 1607.

Illustrissimo Signore.

IO scrissi sono oggi 15. giorni a VS. Illustrissima quello, che poteva dire al-
lora in materia del pezzo di Calamita ricercato da S. A. S. che fu, che
primieramente ne aveva io un pezzetto di circa mezza libbra assai gagliardo,
ma di forma non molto elegante, e che questo era al cenno di S. A. S. Pa- 471
drona di questo, e di tutto il resto. Le dissi appresso ritrovarsene un pezzo in
mano d' un Gentiluomo amico mio, di bontà suprema, grande in circa 5. lib-
bre, e di bella forma; ma per ritrovarsi quel Signore in Cadore, dissi, che gli
averei scritto per intender l' animo suo. Scrissi, e ho avuta risposta, e che si
priverà della Calamita, tuttavia che si ritrovi il prezzo di che è la stima: e
giacchè si ha in mano di poterla avere, mi è parso di dire alcuni particolari,
che ho veduto io più volte nella detta Calamita, avendola avuta più volte nel-
le mani. Prima è tanto vigorosa, che sostiene un fil di ferro lungo un dito, e
grosso come una penna da scrivere, al quale sia attaccato libbre 6. e mezza di
qualsivoglia materia, e credo, se io ho bene a memoria, che le libbre 6. e
mezza fussero pesate alla grossa di queste libbre di qua, che delle Fiorentine sa-
ranno circa dieci. Attaccandovi un oncinetto di ferro, non più grande di mez-
zo granello di grano lo sosterrà insieme col peso di tre zecchini, che li sieno
appesi. Ha tanta forza, che appressatagli la punta d' una grande Scimitarra vi-
cina quanto è la grossezza d' una piastra d' argento, sforza anco le mani di qua-
lunque gagliarda persona, che anco per maggior resistenza s' appoggiasse il po-
mo della detta avanti al petto, e per forza la rapisce a se. Io poi vi scopersi
un' altro effetto mirabile, il quale non ho potuto poi più rivedere in alcun' al-
tra calamita; e questo è, che dalla medesima parte scaccia, e tira il medesimo
ferro. Lo tira mentre che gli sarà posto lontano quattro, o cinque dita; ma
se se li accosterà vicino a un dito in circa, lo discaccia. Sicchè posandolo so-
pra una tavola, e andando alla sua volta colla calamita, quello fugge, e se-
guitandolo colla calamita, tuttavia scappa, ma se si ritira la calamita indietro,
quando se li è slontanata per quattro dita, il ferro comincia a moversi verso lei,
e la va seguitando quanto altri la ritira indietro, ma non se gli vuole accosta-
re a un dito, anzi, come ho detto, andandogli incontro colla calamita, il fer-
ro si ritira, e fugge: gli altri effetti poi tutti della calamita si veggiono in
questa mirabilmente per la sua gran forza. Questo Gentiluomo mi scrive esser-
gli altra volta stati offerti 200. scudi d' oro da un Giojelliere Tedesco, che la
voleva per l' Imperadore, ma non gliela volse dare altrimenti, stimandola egli
assai più. Io non ho potuto nominare a questo Gentiluomo la persona, che la
domanda, nè anco la nominerò, se non ho altr' ordine da VS. e per essere det-
to Signore lontano di qua, non ho potuto avere risposta da esso, se non oggi;
dalla quale ho cavato solamente, che quanto alla calamita la concederà, ben-
chè prenda gran piacere de' suoi effetti; ma per quel che mi accenna, la sti-
ma oltre a 400. scudi. Molte volte gli ho sentito dire, che non la darebbe per
manco oro di quello, che lei sostenesse attaccato ad un ferro, il che saria per
più di scudi 400. Ma circa a questo non m' ha scritto adesso cosa alcuna. Io starò
aspettando ordine da VS. di quanto vuole che io tratti, che non mancherò di
ubbidire a' cenni del nostro Signor Principe, al quale intanto umilmente m' inchi-
no, e a VS. con ogni affetto bacio le mani.

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segret. di Stato del Serenis. Gran
472 *Duca di Toscana, nella quale tratta della Calamita.*

Padova 9. Dicembre 1607.

Illustrissimo Signore.

MAndo a VS. Illustrissima la Calamita, la quale, dopo l' averci speculato, e sperimentato un pezzo attorno (sebben so di non essere a mezza strada delle sue maraviglie) ho finalmente ridotta a sostenere assai più che il doppio di quello, ch' ella pesa, imperocchè pesando ella libbre sei, ne sostiene come potrà vedere S. A. S. più di dodici. E son sicuro, che quando io avessi avuto comodità di tempo, e di chi m' avesse lavorati diversi ferramenti con esquisitezza, ed a mio modo, sarebbe adesso in istato di assai maggiore stupore. Ho fatto fabbricare questi due ferri in forma di due ancorette, sì per dar loro qualche forma, come per alludere a quello, che forse favolosamente si scrive, essersi trovato un pezzo di Calamita sì vasto, e robusto, che sosteneva un ancora di Nave, e sì ancora per la comodità di queste branche, alle quali si possono andare attaccando altri diversi pezzetti fino all' ultimo tentativo della sua gagliardezza; essendochè non ho fatte l' ancore del maggior peso, che io ho veduto poter esser sostenuto, prima per esser certo, che senza tediosa e scrupolosa pazienza, subito presentati i ferri a' poli della pietra si attacchino, ed oltre a questo, perchè m' è venuto in opinione, che il medesimo pezzo non sostenga colla medesima forza in ogni luogo della Terra; ma che essendo nella Calamita due poli, l' uno di essi si renda più valido, e l' altro meno per la maggiore vicinanza all' uno polo del mondo, cioè della Terra, che sotto la linea equinoziale sariano ambidue d' eguali forze; onde credo, che il più gagliardo polo di questa pietra qua a Padova sostenga alquanto più, che in Firenze, o a Pisa, e l' altro per l' opposito, il che desidererei che fusse con diligenza osservato, e però a ciascuna delle due Ancorette ho allegati i ferri, ed altri pezzetti, che sono il più, che qua gli ho potuti far sostenere, stante la pietra così preparata come la mando: onde costà potria accadere (per essere il sito alquanto più meridionale di questo) che il polo australe della pietra reggesse qualcosa meno, e l' altro alquanto più. Ho assicurata la faccia principale della pietra con una assicella, non solo acciocchè
473 non si freghi nel condurla, ma perchè si veggano subito i suoi poli colle lamette a' lor luoghi, sicchè senza muovere altrimenti la detta tavoletta, basta presentar le teste delle due Ancorette a quei due fori, applicando la più grande al polo più robusto, che è segnato A. che vuol dire Australe; e la più piccola all' altro segnato B. che significa Boreale, avvertendo di mettere amendue i ferri nell' istesso tempo, perchè trovo non senza grande stupore, che ella più volentieri ne sostien due, che un solo, ed un ferro così grande, che per se solo non sarà retto da un polo, vi si attaccherà poi, mettendone un'altro all'altro polo. Deesi anco avvertire nell' applicare i ferri, di tenere l' assicella equidistante all' Orizzonte, perchè stando il piano della Calamita pendente, le teste dell' Ancorette fuggono, nè così bene s' attaccano. Per quell' effetto meritamente stimato da S. A. S. di scacciare, e tirare il medesimo ferro colla medesima faccia, mando due ferretti, l' uno de' quali, che è quello di tutto ottone tondo, si dee posare sopra una tavola ben piana e liscia, e l' altro, che è dorato, s' applica alla pietra sopra quella linea, che VS. Illustrissima vede segnata d' argento sulla faccia principale, tenendo poi sopra la tavola la Calamita così pendente come il suo taglio comporta, ed andando pian piano per affrontare l' altro cilindretto,

dretto, che sarà sulla tavola, e vedrà scacciarlo quando se le sarà avvicinato circa l' intervallo d' un dito, ma tirando la mano, e la pietra indietro, il medesimo ferretto la seguiterà, fermandosele poi un poco lontanetto, sicchè andando di nuovo ad incontrarlo colla pietra, di nuovo si ritirerà indietro, e sfuggirà l' incontro, e perchè quest' effetto ha qualche poco di difficultà, sì nell'eseguirlo, come nello spiegarlo, così con semplici parole, quando non succedesse di poterlo far vedere di presente a S. A. S. glielo farò veder' io venendo costà quest' estate per obbedire al comandamento di quella. E questo dico, perchè spero d' esser per trovar la pietra ancora in mano di S. A. S. come cosa stimata da quella degna d' aver luogo tralle altre cose ammirande, sulla qual credenza, ed acciocchè S. A. S. possa insieme compiacere a quel Sig. Oltramontano, essendo io venuto a Venezia, mi son messo a cercare tra questi lapidarj, e antiquarj, e ne ho trovato un' altro pezzo poco minore di mole, ma assai di virtù, sebben la qualità della pietra mostri d' esser di buonissima vena, ma al mio parere non è stata segata per buon verso, talchè chi la riducesse in una palla, come peravventura potria aver in animo quel Sig. acquisterebbe assai forza, e la palla si caverebbe così grande in questo minor pezzo, come nell' altro maggiore. Su questa opinione l' ho presa credendo di far bene, e la mando insieme coll' altra; però VS. Illustrissima mi farà grazia di presentare a S. A. S. colla pietra il mio buono animo, pregandola, che a quello si compiaccia di riguardar solamente, perdonandomi se ho fatto questo di più sopra il suo comandamento, e tanto più, quanto che scrivendo a lui dell' eccellenza dell' altra, mi fu risposto, che la pietra doveva esser mandata in luogo, dove tanta esquisitezza non saria stata peravventura necessaria, e stimata molto sopra la mediocrità.

Se la pietra resta appresso S. A. S. io ho nella fantasia alcuni altri artifizj da renderla ancora assai più maravigliosa, e son certo, che non mi falliranno, ma non ho avuto qua la comodità di potergli usare, e son di credere di potergli far far sostenere forse quattro volte tanto di quello che lei pesa, il che in una pietra così grande è molto mirabile, perchè io non ho dubbio, che segandola in pezzetti piccoli, se gli potria far sostenere più di trenta libbre di ferro, ed anco quaranta. Io 474
noto in questa pietra, che ella non solamente non si stracca nel sostenere il suo peso, ma sempre s' invigorisce più, però saria bene accomodargli un sostegno su l' andar di questo poco di schizzo, sul quale riposando tenesse tuttavia attaccati i suoi ferri, e per dar qualche poco di spirito a un tal corpo, alludendo alla miracolosa natura e proprietà di questa pietra, per la quale i ferri così avidamente se gli accostano ed uniscono in A, potria aggiugnere uno di questi due motti: *Vim facit amor*, o quello del Petrarca: *Amor ne sforza*, simbolo per mio avviso con gentil misterio esplicante l' imperio da Dio conceduto al giusto, e legittimo Principe sopra i suoi sudditi, il quale dee esser tale, che con una amorosa violenza a se rapisca la divozione, fedeltà, ed obbedienza de' Vassalli, e tale sarà quando la potestà regia verrà esercitata non in opprimere, ma in sollevare i popoli a lei commessi, e come questa sopraumana virtù nel nostro Serenissimo Principe originaria già divinamente risplende, così confidato su quella libertà, che il titolo di Maestro da S. A. S. già per alcun tempo concedutomi seco porta, mi sono io per mezzo di VS. Illustrissima voluto dimostrare a quella Altezza, non ammonitore, ma ammiratore di così divina condizione, la quale non si desidera, ma già apertamente si scorge nella sua natural bontà, tacendo per umiltà nel Serenissimo Padre le lodi di questa virtù, che nel Serenissimo Figliuolo ereditariamente si diffonde, all' una, ed all' altra delle quali Altezze, ed insieme a Madama Serenissima, supplico VS. Illustrissima, che per mio nome baci umilmente le vesti.

Lettera

Lettera di Galileo Galilei sopra il fiume Bisenzio a Raffaello Staccoli.

Da Bellosguardo li 16. di Gennajo 1630.

7 SOtto li 22. di Dicemb. mi fu significato da V. S. molt' Ill. ed Eccell. esser volontà del Serenifs. Gran Duca nostro Sig. che per li 26. detto, insieme col Sig. Giulio Parigi, e con i due Ingegneri, Bartolotti, e Fantoni, io dovessi intervenire in una visita del Fiume di Bisenzio, per sentire le relazioni dei detti Ingegneri, e poter poi coi Sig. Parigi referire quanto ci paresse giusto in questa materia, che verte intorno alla resoluzione da pigliarsi per rimediare a i danni, che detto Fiume apporta a i terreni adiacenti.

Tal visita fu dipoi differita per le cause ben note a V. S. Ecc. tra le quali una fu, che per avventura dal vedere, ed esaminare alcune scritture fatte da i detti Ingegneri, e sopra di esse dir nostro parere, si potrebbe sopire quelle difficoltà, e controversie, che rendon dubbj quelli, a' quali sta il determinare, e risolvere quanto si debba fare; perlochè, avendo io veduto quali sieno i pareri delli due Ingegneri, dirò (con quella più chiarezza, e brevità, che mi sarà possibile) l' opinione mia intorno a questa materia, sempre da me stata tenuta per difficilissima, e piena d' oscurità, e nella quale sono stati commessi molti equivoci, ed errori, e massime avanti che i professori fussero stati renduti cauti dalli avvertimenti del M. R. P. Abate D. Benedetto Castelli in quel suo libretto veramente aureo, che sua Paternità scrisse, e pubblicò tre anni sono, intorno alle misure dell' acque correnti.

E' stato il parere dell' Ingegnere Bartolotti, ed in una sua scrittura l' espone, di ridurre una parte del Fiume, che corre con molta tortuosità, in un canale diritto, stimando di potere in questa maniera ovviare alle inondazioni. Esamina l' Ingegner Fantoni tale scrittura, e molto avvedutamente gli oppone; replica l' Ingegner Bartolotti all' opposizioni, cercando di sostenere essere il consiglio suo l' ottimo, che prender si possa in questo partito.

Ora perchè io inclino nell' altra opinione, che è di lasciare in loro essere le tortuosità, e fare quei restauramenti, che propone l' Ingegner Fantoni, andrò esaminando l' ultima replica del Bartolotti, mostrando per quanto potrò, quanto facil sia l' abbagliare in questi oscurissimi movimenti dell' acque.

Persiste dunque l' Ingegner Bartolotti in riprovare come inutile ogni provvedimento, che si facesse, fuori che quello del levare le tortuosità, riducendo il
8 Fiume in canale diritto, con dire, il rimedio proposto dall' Ingegner Fantoni essere stato fatto altre volte, cioè quarantaquattro anni fa, ed essersi pur ritornato al medesimo stato di prima.

Ma io vorrei sapere, se la restaurazione fatta in quel tempo, nel così tortuoso Fiume, fu di qualche profitto, o pure del tutto inutile, ed infruttuosa. Non credo, che si possa dire, che ella fusse totalmente vana, perchè nè l' altro Ingegnere la proporrebbe, nè ci sarebbe alcuno del paese, che non reclamasse a tal proposta.

Se dunque i provvedimenti furono giovevoli, e furono fatti senza rimuovere le tortuosità, adunque l' esser dopo qualche tempo ritornati i medesimi danni, non depende dalle torture, ma da altre cagioni. Che insomma si ritrova essere, che il letto si è ripieno, e ristretto, e questo mediante le torbide, che vanno deponendo, e perchè il rimediare alle torbide, e loro deposizione è impossibile, però bisogna contentarsi, ed accomodarsi a dovere di tempo in tempo rimuovere il deposto.

In oltre, se già si vede, che le provvisioni fatte nelle tortuosità giovavano, e di

e di questo siamo fatti sicuri dall' esperienza, perchè si dee tentare un rimedio dubbio, e che potrebbe (oltre al non apportar giovamento maggiore allo sfogo dell' acque) arrecare altri accidenti dannosi, alli quali l' antiveder nostro non ha potuto forse arrivare?

Ma dirà qui il Bartolotti, avere esso scorti vantaggi tali nel canale diritto, e breve, che l' inducono ad attenersi a tal partito, e però noi andremo esaminando essi vantaggi, cioè quelli, che egli stesso produce. E perchè il medesimo afferma di più ne i vantagi, che appresso siamo per esaminare, consistere tutta la somma di questo negozio, e l'altre cose esser tutti pannicelli caldi, (che così li nomina) ed alterazioni di poco momento, e da non le finir mai, però in questi ci fermeremo, e gli anderemo resecando al vivo con flemma, e curiosità, e non senza speranza di potere arrecare qualche giovamento, col mostrare, come pur di sopra ho detto, quanto sia facile l' equivocare, e l' ingannarsi.

Da quanto scrive l' Ingegner Bartolotti circa questa materia si raccoglie, due esser le principali e massime imperfezioni, le quali egli attribuisce al canale tortuoso, e delle quali per suo parere manca il canale diritto, mentre amendue si partano dal medesimo principio, e vadano a terminare e sboccare nel medesimo fine, sicchè la total dependenza, e declività sia l' istessa in quello, ed in quello.

La prima delle quali è, che dovendosi distribuire l' istessa pendenza in un canale lungo, quale necessariamente è il tortuoso in comparazione del retto, le parti di esso vengono meno inclinate, ed in conseguenza il moto fatto in esse più lento, e lo scarico dell' acque più tardo.

La seconda è, che l'acqua ripercuotendo nelle svolte del canale tortuoso, viene ributtata, e grandemente impedita nel suo corso, talchè, venendo ritardato doppiamente, cioè per la poca pendenza, e per gl' incontri delle torture, più facilmente rigonfia, e trabbocca sopra gli argini, e gli rompe, ed allaga le campagne adiacenti.

Ora per più chiara intelligenza di ciò, che in tal materia mi occorre dire, andrò separando, e dividendo l' una dall' altra di queste due imperfezioni, considerando prima quello, che arrechi di tardità al moto la sola istessa declività, ma compartita in un canale lungo, in comparazione della velocità, che l' istessa pendenza induce in un canal corto, posto che amendue fosser diritti, di poi andremo esaminando quali, e quanti sieno gl' impedimenti della tortuosità.

Quanto al primo, io produrrò tre proposizioni, le quali non dubito, che nel
primo aspetto parrebbero gran paradossi a chiunque le udisse dire: tuttavia pro- 9
curerò di renderle credibili, siccome in effetto son vere.

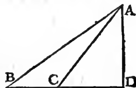
E prima dico, che in due canali, dei quali la totale pendenza sia eguale, le velocità del moto saranno eguali, ancorchè l' un canale sia lunghissimo, e l' altro breve.

Dico secondariamente, che in questi medesimi canali con egual verità si può dire, il moto esser più veloce nel meno inclinato, cioè nel più lungo, che nel più corto, e più inclinato.

Terzo dico, che le diverse velocità non seguitano la proporzione delle diverse pendenze, come pare, che il detto Bartolotti stimi; ma si diversificano in infiniti modi, anco sopra le medesime pendenze.

Vengo alla prima proposizione, per dichiarazione e confermazione della quale non credo, che dall' Ingegnere Bartolotti, nè da altri mi sarà negato, verissimo essere il pronunziato di colui, che dirà, le velocità di due mobili potersi chiamare eguali, non solamente quando essi mobili passano spazj eguali in tempi eguali, ma quando ancora li spazj passati in tempi disequali avessero tra di loro la proporzione de' tempi de' loro passaggi, e così per esempio quello, che in quattro ore andasse da Firenze a Pistoja, non si può chiamare più pigro d' un altro,

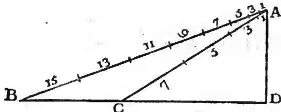
altro, che in due ore andasse da Firenze a Prato, tuttavolta che Pistoja fusse lontana venti miglia, e Prato solamente dieci; perchè a ciascheduno tocca sottosopra ad aver fatto cinque miglia per ora; cioè avere in tempi eguali passati spazj eguali. E però qualunque volta due mobili scendano per due canali diseguali, se passassero in tempi, che avessero la medesima proporzione, che le lunghezze degli stessi canali, si potranno veramente chiamare essere egualmente veloci. Ora bisogna, che quelli, a i quali fin qui è stato ignoto, sappiano, che due canali quanto si voglia diseguali in lunghezza, purchè le totali pendenze loro fieno eguali, vengono dall' istesso mobile passati in tempi proporzionali alle loro lunghezze, come per esempio: Posto, che la linea retta B D sia il livello orizzontale sopra il quale si elevino i due canali diritti, e diseguali B A maggiore, e C A minore; de i quali le totali pendenze fieno eguali, cioè misurate dalla medesima perpendicolare A D: Dico, che il tempo, nel quale un mobile scenderà dal termine A insino in B, al tempo, nel quale il medesimo scenderà da A in C, averà la proporzione medesima, che gli stessi canali, cioè sarà tanto più lungo, quanto il canale A B è più lungo dell' A C, e questa è proposizione dimostrata da me ne i libri de i moti naturali, e de i projetti; onde resta manifesto, le velocità per amendue i canali essere sottosopra eguali. Io ben comprendo, d' onde ha origine l' equivoco, che altri piglia nello stimar falso quello, che io affermo per vero, per lo che m' ingegnerò di rimuoverlo.



Dice uno, come non si muove più velocemente v. g. una palla pel declive A C, che una simile per A B, se quando quella partendosi dal punto A, sarà arrivata al termine C, questa non avrà passata una parte dell' A B a gran segno grande quanto A C. Ma questo concedo io per verissimo, e conseguentemente concedo ancora, che quando la velocità nel resto della linea A B, fusse quale nella prima parte verso il principio A, il moto resolutamente, e con assoluta verità si dovrebbe chiamar più lento per A B, che per A C. Ma per levar le tende all' equivocazione dico, che la fallacia del discorso depende dal figurarsi con errore i movimenti fatti sopra esse linee A B, A C, come equabili e uniformi, e non come inequabili e continuamente accelerati, quali sono in effetto. Ma se noi gli apprenderemo quali sono di due mobili, che partendosi dalla quiete nel punto A, vanno necessariamente acquistando maggiori, e maggiori gradi di velocità, secondo la proporzione, che veramente osservano, troveremo esser vero, quanto io affermo. In dichiarazione di che, è primieramente da sapersi, che un mobile grave, partendosi della quiete, e scendendo per un canale diritto in qualsivoglia modo pendente, ovvero cadendo a perpendicolo, si va con tal proporzione accelerando, che dividendo il tempo della sua scesa in quali, e quanti si vogliano tempi eguali, come v. g. in minuti d' ora, se lo spazio passato nel primo minuto sarà per esempio una picca, il passato nel secondo sarà tre picche, nel terzo minuto passerà cinque picche, nel quarto sette, e così successivamente gli spazj passati ne i susseguenti minuti anderanno crescendo secondo i numeri dispari 9. 11. 13. 15. E questa pure è delle proposizioni vere, e da me dimostrate.

Ripigliamo adesso la medesima figura di sopra, nella quale il canale A B, sia per esempio lungo il doppio dell' altro A C, ed intendasi due mobili, quali sarebbero due palle, scendere liberamente per essi, e ponghiamo il mobile nel più declive A C, in un minuto d' ora avere sceso una picca, avrà nel secondo minuto passato tre picche, nel terzo cinque, e nel quarto sette, come dimostrano

ſtrano gli ſpazj notati e ſegnati con i numeri 1. 3. 5. 7. e così in minuti quattro averà paſſato tutto il canale A C, poſto che ſia lungo picche 16. Ma l' altra palla nel canale A B, più lungo il doppio, ed in conſeguenza la metà meno declive, pongaſi eſſerſi moſſa la metà meno veloce (e queſto conforme al vero, ed all' opinione dell' Ingegnere) ſicchè nel primo minuto abbia paſſato mezza picca, ma



continuando d' accelerarſi conforme alla regola aſſegnata, e dimoſtrata, paſſerà nel ſecondo minuto tre mezze picche, nel terzo cinque, e conſeguentemente negli altri minuti 7. 9. 11. 13. 15. mezze picche; e perchè nel canale A C ſi contengono picche 1. 3. 5. 7. che fanno la ſopraddetta ſomma di picche 16. nell' altro A B, che è doppio dell' A C, conviene, che in numero ſieno picche 32. cioè mezze picche 64. quante appunto ſono le notate 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. paſſate in otto minuti di tempo, e le 16. contenute in A C, paſſate in minuti quattro. Dal che è manifeſto le velocità ne i due canali interi eſſere ſottoſopra eguali, poichè nell' uno ſi paſſano 16. picche in quattro minuti, e nell' altro 32. in otto minuti: ſebbene è anco vero (per la ſoddisfazione della parte) che la velocità nell' A C è maggiore, poichè nel tempo, che il mobile partendoſi da A ha paſſate le 16. picche A C, l' altro paſſa ſolamente le 16. ſuperiori mezze picche; Ma è anche vero all' incontro, che in altrettanto tempo ſi paſsano le 48. mezze picche, cioè, le 24. intere inferiori verſo B, ſicchè con altrettanta verità ſi potrà dire il moto per A B, eſser più veloce, che per A C, che era la ſeconda propoſizione, che io aveva propoſto di voler dimoſtrare. Concludiamo per tanto, che pigliandoſi i canali interi, le velocità in amendue ſono eguali, ma nella parte ſuperiore del canale lungo (che in queſto eſempio è ſolamente la ſua quarta parte) il moto è più tardo, ma nelli tre quarti rimanenti è altrettanto più veloce, paſsandoſi nell' iſteſso tempo ſpazio una volta e mezzo maggiore di tutto il canale A C. E perchè per lo ſcarico d' una piena ſi ha da conſiderare il corſo dell' acqua per tutta la lunghezza del canale, non mi pare, che reſti più luogo all' Ingegnere di dubitare (per quanto depende dalla maggiore, o minor lunghezza, minore, e maggior pendenza delle parti de i canali). Tanto ſcarica il più lungo, e meno declive, quanto il più corto, e più pendente, cioè tanto il tortuoſo, quanto il diritto.

E qui non voglio laſciar di mettere in conſiderazione a V. S. Ecc. come potrebbe eſſere, che alcuno equivocando per un altro verſo prendeſſe errore, mentre ſi perſuadeſſe non eſſer poſſibile, che paſſando un mobile con tanta maggior velocità il canale più corto, e più pendente, non ſi aveſſe per eſſo a ſcaricare maggior quantità della medeſima materia, e in più breve tempo, che il più lungo, e meno inclinato.

Al che io riſpondo, e con particolare eſempio dichiaro, che dovendo noi ſcaricare v. g. dieci mila palle d' artiglieria con farle paſſar per queſto, e per quel condotto, ed eſſendo che una palla ſcorre il più breve in un minuto di tempo, ma il lungo in due minuti, è vero, e manifeſto, che quando lo ſcarico ſi aveſſe a fare d' una palla per volta, ſicchè non ſi laſciaſſe andare la ſeconda,

sin che la prima non fusse condotta al fine del condotto, nè la terza, se non scaricata che fusse la seconda, e così conseguentemente tutte, l' una con tale intervallo dopo l' altra, torno a replicare, che è vero, che lo scarico pel condotto breve si farebbe nella metà del tempo, che per lo lungo. Ma se le palle
12 si lasciassero andare l' una dopo l' altra senza spazio intermedio, sicchè si toccassero, il fatto succederebbe d' altra maniera. Perchè posto v. g. che la lunghezza del canale corto fusse capace d' una fila di cento palle solamente, ed il canale lungo di dugento, è vero, che il corto averebbe scaricate le prime sue cento palle, quando il lungo comincerebbe a scaricar la sua prima, ma continuandosi poi lo scarico, e deponendosi le rimanenti palle con egual getto da ambedue i condotti, si troverà il canale breve non si essere avvantaggiato in tutto lo scarico, salvo che di cento delle dieci mila palle, perchè cento sole resteranno da scaricarsi nel canale lungo, finito che sia tutto lo scarico nel corto, e così l' avanzo del tempo non sarà della metà, ma d' un centesimo, e di meno ancora sarebbe, quando maggior fusse il numero delle palle da deporsi, e scaricarsi. Ora lo scarico dell' acque si fa in questa seconda maniera, cioè, con esser perpetuamente le succedenti parti contigue alle precedenti, talmente che lo scarico fatto pel canale corto non si vantaggia (essendo la metà del lungo) d'altro, che d' una sola sua tenuta d' acqua, e duri la piena quanto si voglia. Vedasi ora quante di tali tenute passano nel tempo, che dura essa piena, e si conoscerà l' avanzo esser tenuissimo, anzi pure esser nullo, e di niun rilievo, nè la prima tenuta, che scarica anticipatamente il canale corto, esser di nessun danno, nè l' ultima, che resta nel canale lungo; perchè i danni non vengono dalle prime acque, che cominciano ad alzare, nè dall' ultime, che si partono, ma da quelle di mezzo, mentre il Fiume è nel suo maggior colmo. Anzi quando simile avanzo fusse di considerazione, l' utile si trarrebbe dal canale maggiore, essendo che l' acqua, che in esso si contiene, come più lontano dal trabocco, quanto più ciò sarà, tanto ci scanserà del danno.

Da quanto sin qui ho detto, parmi, che assai manifestamente si scorga, che il vantaggio, il quale l' Ingegnere si prometteva dalla brevità del canale, e dalla maggior pendenza, non sia se non debolissimo, anzi nullo. Ma la sua nullità molto più ancora si estenua (se però il niente è capace di diminuzione) mentre che io leverò certa supposizione ammessa fin qui a favore della parte, la quale nel nostro caso non ha luogo, e il supposto ammesso gratis è tale.

Si è conceduto come universalmente vero, che nel canale la metà più corto, e di parti il doppio più pendenti, il moto sia almeno nelle prime parti del canal lungo più tardo il doppio, che nel canal corto; poichè si è veduto, che nel tempo, che il mobile passa le 16. picche assegnate per la lunghezza del canal corto, nel lungo non si passano se non 16. mezze picche, ma ciò non avviene, se non quando il suo moto comincia dalla quiete. Ma se i mobili entreranno nei due canali, mentre ambedue abbiano già impresso un comun grado di velocità; l' accelerazione, che se li aggiungerà mercè delle pendenze diseguali de i due canali, non saranno altrimenti più tra di loro differenti, come se si partissero dalla quiete; e lo spazio, che si passerà nel canale lungo, nel tempo che si passa tutto il corto, non sarà solamente la metà della lunghezza del corto, ma più e più, secondo che l' impeto, e la velocità comune precedente sarà stata maggiore, e maggiore nella maniera, che segue.

Ripigliamo la precedente figura, dove si era concluso, che posti i mobili nel termine A in quiete, e lì scendendo per i canali A C, A B, nel tempo, che il mobile per A C avesse passato tutto lo spazio A C, l' altro per A B, non avrebbe passato più, che la quarta parte di esso A B, che è la metà di A C,
13 cioè (come allora si esemplificò) in A C si passeranno sedeci picche in quattro

tro minuti, ed in A B otto picche solamente.

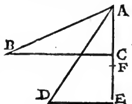
Ora poniamo, che i mobili entrando pel comun termine A, l' uno nel canale A B, e l' altro nel canale A C, si trovino, non in quiete, ma per aver già scorso per altro canale A E, o per qualsivoglia altra cagione già impressi di tal grado di velocità, che con quello passassero v. g. 10 picche per minuto, che sarebbe il passare comunemente 40 picche in 4 minuti, aggiungasi al mobile, che scorrerà per A.C, le 16 picche da passarsi, mercè della nuova pendenza in quei quattro minuti, ed al mobile, che scorrerà per A B, le otto, che passerebbe quando partisse dalla quiete in A, ed averemo, che l' un mobile pel declive di A C passerebbe 56 picche, mentre l' altro per la pendenza simile all' A B ne passerebbe 48. E così si fa manifesto, che la velocità per A C non sarà più doppia della velocità per A B, ma sesquisesta, cioè la sesta parte solamente di più. E se noi faremo la precedente comune velocità essere ancora maggiore, siccome è manifesto, ponendo v. g. che nell' entrare i mobili per i canali A B, A C, si trovassero aver impeto di far 50 picche al minuto, la velocità per A C, non differirà dalla velocità per A B più, di quello che differisca 216 da 208 o vogliam dire 27 da 26. Vedasi adesso, se nel tempo delle piene, cioè de i colmi altissimi, l' entrata pel canale, o corto, o più pendente, o lungo, o di minor pendenza, si faccia come dall' uscita d' un lago quieto, o pure l' ingresso sia impetuoso, e velocissimo, che senza altro lo troveremo sommamente veloce, e però di guadagno, o scapito o nullo, o insensibile, il quale possa provenire dalla maggiore, o minor pendenza, la quale anco non può essere se non pochissima, rispetto alla lunghezza de i canali.

Di qui si veda quanto sia sottile il filo di queste pendenze, dal quale dipendeva la somma di questo negozio. Ma voglio, che con altra sottilità l' assottigliamo ancor più, mostrando come questa decantata pendenza non ci ha quella assoluta autorità di decretare in questa causa, qual comunemente mi pare gli venga attribuita, e specialmente dall' Ingegner Bartolotti, mentre egli regola il più, ed il men veloce corso de' fiumi dalla sola maggiore, o minor pendenza. La qual limitazione io stimo non essere interamente adeguata all' effetto, nè tale, che (come scrive l' Ingegnere) oltre a quella non si possa assegnare altro. 14
Perchè, se, come asserisce, i laghi mancano di moto, ed i fiumi si muovono, perchè questi hanno pendenza, e quelli ne mancano; ed oltre a ciò alcuni fiumi corrono con velocità maggiore, ed altri più lenti, solo per esser quelli più, e questi meno declivi, e non per altro, ne seguiterebbe, che dove non è pendenza, giammai non fusse moto, e dove la pendenza non è maggiore, mai non fusse maggior velocità, e dove le pendenze fussero eguali, o la medesima, quivi fusse sempre la velocità eguale; ed in somma, che le velocità s' andassero regolando secondo la proporzione delle pendenze, le quali conseguenze ben seguono ne i mobili solidi, ma ne i fluidi, credo, che procedano assai differentemente. Dichiarerò quello, che trovo accadere ne i solidi, per vedere, se l' istesso accaggia ne i fluidi. E prima per solido voglio, che intendiamo una palla di metallo durissimo, perfettamente rotonda, e pulitissima, e che ci figuriamo il canale dove si dee fare il moto, pur di materia solida, ed esquisitamente pulito, e terso. In questo canale, se sarà locato in perfetto livello orizzontale, sicchè manchi del tutto di pendenza, non è dubbio, che postavi la detta palla, resterà in quiete trovandosi indifferente al muoversi più innanzi, che indietro, o vo-

gliam dire perchè muovendosi non acquista migliore stato, poichè non s' appressa al centro, dove la natura sua come grave lo tira. Ma così non avverrà dell' acqua; perchè se noi c' immagineremo esser quella palla una mole di acqua, si dissolverà, e verso l' una parte, e l' altra scorrerà spianandosi, e se le bocche del canale saranno aperte, scolerà fuora tutta, salvo che quella minima particella, che rimane solamente bagnando il fondo del canale. Ecco dunque che anco nel canale, che manca di pendenza, e dove i corpi solidi stanno fermi e quieti, li fluidi si muovono. E' anco assai manifesta la cagione del muoversi, essendo che l' acqua nello spianarsi acquista pendìo avvicinandosi più le sue parti al centro, ed ella istessa si fa in certo modo pendenza; servendo le sue parti inferiori per letto declive alle superiori, o vogliam dire, sdrucciolando le parti superiori sopra l' inferiori. E qui comincia a farsi manifesto, come non è la pendenza del letto, o fondo del canale quella, che regola il movimento dell' acqua. Vediamo ora quello, che accade ne i canali di pendenze varie, e quali sieno le differenze di velocità in essi.

Di sopra si è esaminato quello, che accade di due canali di lunghezza diseguali, ma di egual pendenza, dichiarando, che i tempi de i passaggi per essi hanno fra di loro l' istessa proporzione, che le loro lunghezze. Ora conviene determinare de i canali egualmente lunghi, ma di pendenza diseguali, ne i quali dico, che i tempi de' movimenti fatti per essi hanno la proporzione suddupla di quella, che hanno le loro pendenze contrariamente prese.

Ma perchè questi termini son forse alquanto oscuri, è bene dichiararli. Però segneremo due canali egualmente lunghi A B, A D, ma di pendenze diseguali, sicchè del più inclinato sia l' A D, determinata dalla perpendicolare A E, e quella d' A B, dalla perpendicolare A C, e pongasi per esempio tutta la perpendicolare di A D, cioè A E, importare nove soldi, e la pendenza di A B, cioè la perpendicolare A C, esser soldi quattro. Dico, che essendo le pendenze tra di loro nella proporzione di nove a quattro la proporzione de' tempi, nei quali i mobili passeranno i canali A B, A D, essere, non come nove a quattro, ma come nove a sei, pigliando tra nove, e quattro il numero medio proporzionale,



15 che è sei: perchè siccome il nove contiene il sei una volta, e mezzo, così il sei contiene il quattro, e questa proporzione del primo numero a quello di mezzo si chiama appresso i geometri suddupla della proporzione del primo al terzo numero. Dico per tanto, che la proporzione dei tempi dei passaggi per i canali A B, A D, sarà come nove a sei, ma contrariamente presi, cioè, che il numero nove pendenza del canale A D, determina il tempo della scesa, non per esso A D, ma A B, ed il numero medio, cioè il sei, determina il tempo della scesa per A D; sicchè il tempo per A B al tempo per A D, sarà come nove a sei, quando le pendenze di A D, e di A B sieno, come nove a quattro.

La dimostrazione di questa proposizione è posta pur da me nel mio trattato del moto, e tanto si rincontrerà puntualmente accadere nel moto dei corpi solidi; ma non già così risponderà ne i fluidi, nei quali si vede far grandissima variazione di velocità, non solamente per piccolo accrescimento di pendenza, che si faccia nel letto del canale, ma ancor che questa non si accresca punto, e pochissimo quella della superficie superiore d' acqua.

Imperocchè, se considereremo quale accrescimento di pendenza possa arrecare al nostro fiume d' Arno, otto, o dieci braccia, che egli s' alzi qui da noi da compartirsi in 60. miglia di lunghezza, quale è quella del suo alveo, fino alla

sua

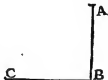
sua foce, non ha dubbio, che piccolo dovrebbe essere l' augumento della velo-
cità sopra quella, che le sue acque hanno, mentre son basse, le quali forse non si
conducono al mare in 50. ore, dove nelle piene alte arrivano per avventura in
manco d' otto, che regolandosi secondo la ragione della semplice pendenza ac-
cresciuta, tal differenza di tempo dovrebbe esser pochissima. Perchè posto che la
pendenza del letto del fiume nel tratto di 60. miglia, che sono braccia 180.
mila, sia v. g. 100. e tale sia della superficie dell' acqua bassa, nelle piene sarà
108. onde conforme alla regola dell' accrescimento di velocità, pigliando tra 108.
e 100. il numero proporzionale di mezzo, che è meno di 104. la velocità nella
piena dovrebbe avanzar quella dell' acque basse di manco di quattro per cento,
e così se l' acqua bassa corre al mare in 50. ore, nella piena doverebbe mettere 16
48. e più, ma ella ve ne metterà meno d' otto. Bisogna dunque ricorrere ad
altro, per causa del grande augumento nella velocità, che all' accrescimento del-
la pendenza, e dire, che per una delle potenti ragioni è, che nell' accrescere in
tal modo la pendenza, s' accresce sommamente la mole, e il cumulo dell' ac-
qua, la quale gravitando, e premendo sopra le parti precedenti, col peso delle
susseguenti, le spinge impetuosamente, cosa che non accade ne i corpi solidi,
perchè quella palla soprannominata è sempre la medesima in tutte le pendenze,
e non avendo augumento di materia sopravvegnente, tanto solo più speditamen-
te si muove nel canale più inclinato, quanto il meno inclinato gli detrae più
del suo peso, ed in conseguenza del movimento, che la spigne a basso.

Ora perchè nell' accelerazione del corso dell' acque più colme, poca parte ve
ne ha la maggior pendenza, e molta la gran copia dell' acqua sopravvenente,
considerisi, che nel canal corto, sebbene vi è maggior pendenza, che nel lun-
go, l' acque inferiori del lungo si trovano ben tanto più caricate della maggior
copia dell' acque superiori prementi, e spingenti, dal quale impulso può soprab-
bondantemente esser compensato il benefizio, che potrebbe derivare dalla mag-
gior pendenza.

Altre considerazioni potrei produrre per dichiarar maggiormente ancora la bre-
vità del canale non essere apportatrice di quel benefizio, che altri s' immagina;
ma mi pare, che il detto fin qui sia assai quanto a questa prima parte. Perlo-
chè verrò alla seconda esaminando gl' incomodi, che molti stimano provenire
dalle tortuosità del canale.

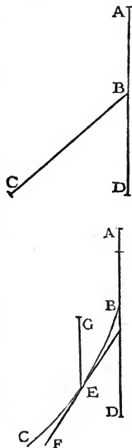
Quanto alle tortuosità, e flessioni del canale, io non sarei repugnante a con-
cedere, che quando elle fusser fatte d' angoli rettilinei, e massime se fussero
acuti, o retti, e anco presso che retti, il retardamento del corso fusse conside-
rabile, e anco notabile; ma quando gli angoli fussero ottusi, ancorchè conte-
nuti da linee rette, credo bene, che il ritardamento sarebbe poco, ma quando
il fiume andasse, come si dice, serpeggiando, e che le storte fusser in arco, cre-
do resolutamente, che l' arresto sarebbe impercettibile, e quello, che mi muo-
ve a così credere, è questo.

Nel canale diritto per concessione dell' Ingegnere Bartolotti, e credo d' ogn'
altro, nessuno ostacolo trova l' acqua corrente ove per- 17
cuotere, e però non viene deviata, e impedita dal suo
corso. Ma se il canale si romperà, piegandosi ad angolo
acuto, o retto, come dimostra la prima figura nella spon-
da A B C, non è dubbio, che l' acqua, che scorreva
lungo la riva A B, intopperà nell' opposta B C, rice-
vendo qualche ritardamento nel reflettere il suo corso
lungo la B C, ma è anco manifesto, che se la flessione
A B C fusse ad angolo ottuso, come dimostra la secon-
da figura, per venir l' acqua men deviata dal precedente



corso

corſo lungo la ripa A B; aſſai più agevolmente ſi ſvolgerà ſecondando la B C, e di mano in mano quanto più l' angolo, che la ſponda B C fa ſopra l' A B, ſarà ottuſo, tanto più facile ſarà il volgerſi l' acqua, a tale che il piegarſi per un angolo ottuſiſſimo ſarebbe ſenza verun contraſto, o renitenza, e però ſenza diminuzione alla velocità. Ora notiſi prolungando la linea A B in D, che l' angolo acuto C B D è quello, che determina la deviazione della linea C B dalla dirittura di A B D, il quale angolo quanto più ſarà ſtretto, tanto più l' ottuſo A B C ſarà largo, e la refleſſione più dolce e facile.



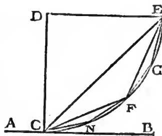
Notiſi per tanto il terzo canale A B C, piegato in arco ſopra il punto B, ſecondo la circonferenza B E C, e prolungando a dirittura la retta A B in D, ſi oſſervi quanto ſia grande l' angolo C B D, il quale, come è noto a chi poſſiede i primi elementi della Geometria, è minore di qualſivoglia angolo acuto rettilineo, per lo che reſta chiaro, l' infleſſione, che ſi fa nel punto B dell' arco B C, ſopra la retta A B, eſſer più ottuſa di tutti gli angoli ottuſi rettilinei, ed inſomma il paſſaggio pel punto B, dalla retta A B, nell' arco B C, non eſſer ſenſibilmente differente dal cammino diritto. E ſe noi piglieremo qualſivoglia altro punto nell' arco B C, quale ſia per eſempio il punto E, tirando la retta tangente F E, avremo parimente l' angolo C E F minore di tutti gli acuti rettilinei e la fleſſione delle due parti d' arco B E, C E, nel punto E niente differente dal cammino per B E, e per la retta E F. E perchè queſto medeſimo accade in ogni punto della circonferenza B E C, però poſſiamo concludentemente affermare inſenſibile eſſere la difficultà nella converſione del corſo dell' acqua dal canal retto A B pel curvo A B E C, e però impercettibile il ritardamento. Qui potrebbe per avventura far difficoltà l' Ingegnere, opponendoſi con dire, che il mio diſcorſo ſia concludente ſolamente in quella parte d' acqua, che viene raſentando la ſponda A B E C, ma non già nelle parti di mezzo, quali ſono le G E, le quali venen-
18 do impetuoſamente a dirittura perquotono nella parte oppoſta E, e ſopra la tangente F E conſtituiſcono l' angolo rettilineo G E F, al quale ſi può dire, che ſia eguale il miſto G E C, e però apportatore d' impedimento al corſo. A queſto ſi riſponde, che ciò potrebbe accadere nel tempo, che l' acqua fuſſe baſſiſſima, ſicchè qualche rivoletto ſeparato ſcorreſſe per mezzo del canale, ma quando l' alveo ſia pieno (che è quello ſtato, che noi conſideriamo ſolamente) nel piegarſi che fanno le parti dell' acqua proſſima alla ſponda A B E, conviene, che le propinque ſue laterali ſi pieghino eſſe ancora, e vadano cedendo, e accomodandoſi alla medeſima ſvolta. Ma quando pure l' impeto, e l' incontro le rendeſſe alquanto contumaci, che danno ne potrebbe ſeguire? Io non vedo altro, che fare alquanto più violenza nella ſponda oppoſta circa il punto E; onde foſſe biſogno fortificarſi un poco più con gli argini in

in quel luogo, che negli altri, e forse potrebbe accadere, che l' acqua regurgitando rigonfiasse alquanto sulla svolta; ma questo non diminuirà punto la sua velocità, perchè tale alzamento le servirà per far divenire la sua pendenza maggiore nella parte del canale seguente E C, dove col crescer velocità, verrà a compensare il ritardamento patito sul principio della svolta, operando un effetto simile a quello, che noi giornalmente vediamo accader nei fiumi assai colmi, mentre nel passare sotto gli archi dei ponti, urtando nelle pile, o imposte di detti archi, gli conviene ristringere l' acque, le quali rialzandosi nelle parti di sopra, si fanno pendenza tale sotto gli archi, che correndovi velocissimamente senza scapito alcuno, continovando il corso loro, non consumano un sol momento di tempo di più nel loro intero viaggio, che se avessero avuto il canale libero.

Io so Ecc. Sig. che in questa mia scrittura sono alcune proposizioni, le quali per aver nel primo aspetto sembianza di paradossi, ed impossibili, mi manterranno, anzi mi accresceranno nel concetto di molti l' attributo, che mi vien dato di cervello stravagante, e vago di contrariare all' opinioni, e dottrine comunemente ricevute anco da gli stessi Professori dell' Arti, e per questo non mi è ascoso, che meglio sarebbe (conforme a quell' utile documento) *tacer quel ver, che ha faccia di menzogna*, che pronunziandolo esporlo alle contraddizioni, impugnazioni, e talvolta anche alle derisioni di molti. Tuttavia in questo ancora son di parere diverso dal comune, e stimo più utile il proporre, ed esporre alle contraddizioni pensieri nuovi, che per assicurarsi da i contraddittori empire le carte di cose trascritte in mille volumi; ed in questa occasione V. S. mi riceva, e mi spacci per censore, offizio, che pur viene ammesso nella repubblica, e forse tra i più utili, e necessarj, e quello, che ho detto, e quel che son per dire, sia ricevuto, non come parto della mia ambizione, acciò che il mio consiglio sia anteposto a' pareri de i più intelligenti di me, ma come nato dal desiderio d' essere a parte nelle migliori deliberazioni, se non positivamente, almeno negativamente, cioè coll' avere additati quelli inconvenienti, che si debbon fuggire; e vagliami la protesta, e la dichiarazione, che so d' esser meno intelligente de gli altri a poter più liberamente portare in mezzo le mie fantasie.

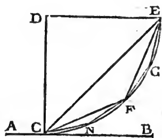
Tornando dunque sulle tortuosità del fiume, dirò un altro mio concetto, il quale penso, che sia per giunger nuovo, ed anco esorbitante all' Ingegnere, e forse ad altri, ed è questo, che,

Posta l' istessa pendenza tra due luoghi, tra i quali si abbia a far passare un 19
mobile, affermo la più spedita strada, e quella che in più breve tempo si passa, non esser la retta, benchè brevissima sopra tutte, ma essevene delle curve, ed anco delle composte di più linee rette, le quali con maggior velocità, ed in più breve tempo si passano, e per dichiarazione di quanto dico, segniamo un piano orizzontale secondo la linea A B, sopra il quale intendasi elevata una parte di cerchio non maggiore d' un quadrante, e sia C F E D, sicchè la parte del diametro D C, che termina nel toccamento C, sia perpendicolare, o vogliamo dire a squadra sopra l' orizzontale A B, e nella circonferenza C F E, prendasi qualsivoglia punto F, dico adesso, che posto che E fusse il luogo sublime, di dove si avesse a partirr un mobile, che C, fusse il termine basso, al quale avesse a pervenire, la strada più spedita, e che in più



breve

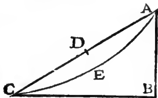
breve tempo ſi paſſaſſe, non ſarebbe per la linea, o vogliamo dire pel canale breviſſimo E C, ma preſo qualſivoglia punto nella circonferenza F, ſegnando i due canali diritti E F, F C, in più breve tempo ſi paſſeranno queſti, che il ſolo E C, e ſe di nuovo negli archi E F, F C, ſi noteranno in qualſivoglia modo due altri punti G, N, e ſi porranno quattro canali diritti E G, G F, F N, N C, queſti ancora ſi paſſeranno in tempo più breve, che gli due E F, F C, e continuando di deſcrivere dentro alla medeſima porzione di cerchio un condotto composto di più, e più canali retti, ſempre il paſſaggio per eſſi ſarà più veloce. E finalmente velociſſimo ſopra tutti ſarebbe, quando il canale fuſſe curvo, ſecondo la circonferenza del cerchio E G F N C. Ecco dunque trovati canali, che hanno la medeſima pendenza (eſſendo compreſi tra i medeſimi termini E, C) e che ſono di differenti lunghezze, nei quali i tempi dei paſſaggi ſono (al contrario di quello, che comunemente ſi ſtimerebbe) ſempre più brevi ne i più lunghi, che ne i più corti, e finalmente tardiſſimo nel cortiſſimo, e velociſſimo nel lunghiſſimo. E queſte ſono concluſioni vere, e da me dimoſtrate nei ſopraddetti libri del moto. Queſto che io dico è vero univerſalmente non ſolo quando la ſuperficie del quadrante D E C gli fuſſe eretta a ſquadra ſopra l'orizzonte A B, ma anco quando fuſſe quanto ſi voglia inclinata, purchè il punto E, ſia elevato più del C, acciò vi ſia qualche pendenza, e che l' E D perpendicolare al C D, ſia poſta parallela all' orizzontale A B. Ma per levare in parte l'ombra, che nel primo pronunziare di tal concetto forſe occupò la mente dell' uditore rappreſentandolo come paradoſſo, e manifeſto impoſſibile, conſideriamo quello, che accade nei canali ſegnati E F, F C, come nel principio loro ſotto il punto E, l' inclinazione del canale E F è maggiore, che quella del canale E C; ſicchè l' impeto per quella dee eſſer maggiore, che per queſta, e tale ancora dee continuarſi per tutto il tratto F C, che ſebben poi la pendenza nella parte F C, è minore della pendenza E C, tuttavia la velocità già concepita pel vantaggio di E F, è più potente per conſervare l' acquiſto fatto, che non è la declività della rimanente parte di E C, a riſtorare il danno della perdita già fatta. Vedaſi parimente, che nell' altre figure compoſte di più linee, la pendenza ſuperiore è ſempre maggiore, e finalmente nell' iſteſſo quadrante è maggiore, che in tutte l' altre figure. Aveva penſato in queſto luogo di toccare altro accidente più ſtrano in aſpetto, e che maſchera il vero con faccia di menzogna, più che l' altre coſe dette, ma giacchè mi viene in taglio, dicaſi, e gl' increduli aſpettino in breve la dimoſtrazione concludente con neceſſità, onde eſſi reſtino appagati, ed io ſincerato, e conoſciuto per veridico. E' paruta diſorbitanza il pronunziare, che i due canali E F, F C, ſi paſſino in manco tempo, che il ſolo E C, ma quale aſſurdo parrà il ſentire, che ambedue ſi paſſino più preſto, che uno di loro, cioè, che partendoſi il mobile dal termine E, in tempo più breve ſi conduca al termine C per gli due canali E F, F C, che pel ſolo F C, partendoſi dal punto F, e pure tale accidente è vero.



Da quanto di ſopra ho detto, vorrei, che i SS. Ingegneri, e Periti ne cavaſſero un avvertimento (ma forſe di già l' hanno oſſervato) circa il compartire la pendenza ne i canali, e letti de' fiumi, che è di non la diſtribuire ugualmente per tutto, ma andarla ſempre diminuendo verſo il fine del corſo,

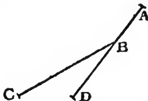
come

come per eſempio. Dovendoſi cavare un alveo di fiume, dal principio A, fino al termine C, tra i quali eſtremi vi ſia la pendenza notata A B, io non giudicherei l' ottimo compartimento di eſſa pendenza eſſere il diſtribuirla per tutto egualmente cavando il fondo del letto ſecondo la linea A D C, ſicchè le ſue parti foſſero tutte egualmente inclinate, la qual linea non ſarebbe retta, ma colma in mezzo, dovendo quaſi ſecondare la curvità del globo terreſtre; ma crederei eſſer meglio fare il compartimento ſecondo la circonferenza A E C, cioè dando maggior pendenza nelle parti verſo A, e diminuendola ſempre verſo C, dove non avrei per diſordine, quando bene per qualche ſpazio l' acqua doveſſe andare ſenza pendenza. Nè temerei, ch' ella fuſſe per allentare il ſuo corſo, eſſendo ſicuro, che nel piano orizzontale (quando non vi ſieno impedimenti eſterni, ed accidentarj) la velocità concepita dal mobile nel modo precedente ſopra un piano declive ſi conſerva uniforme, e tale, che nel piano paſſerà ſpazio doppio del paſſato, nell' inclinato in tempo eguale al tempo del paſſaggio per l' inclinato, mentre il ſuo principio fu dallo ſtato di quiete, come io dimoſtro nel mio ſoprannominato libro del moto. 21



E qui voglio mettere in conſiderazione, come il temere, che un' acqua corrente nel paſſare per una parte del ſuo canale, la quale aveſſe minor pendenza, che le parti precedenti, poſſa ritardare il ſuo corſo, e farla rigonfiare, e finalmente farla traboccare, è ſe non m' inganno timor ſoverchio, e vano, perchè io ſtimo, che non ſolo la minor pendenza non ritardi l' impeto concepito nella precedente maggiore, ma che nè anche il puro livello ſia baſtante a ritardarlo.

E per dichiararmi, poſto il canale inclinato A B, pel quale ſia corſo il mobile, e che oltre al B debba paſſare nella parte B C meno inclinata, dico, che la velocità per A B, non ſi diminuirà altrimenti nel ſeguente canale B C, anzi continuerà di creſcere, ſe vi ſarà punto di pendenza, o ſi conſerverà, quando ſia poſto a livello. Dubito bene, che potrebbe forſe accadere, che alcuno con un poco d' equivoco ſi perſuadeſſe, che diminuendoſi la pendenza in B C, in relazione di A B, ſi doveſſe anco diminuire la velocità; coſa, che è falſa in relazione al caſo precedente pel medeſimo canale A B; ma bene è vero in relazione a quello, che ſeguiterebbe nel canale B D, continuato all' A B, coll' iſteſſa pendenza. Ritarderà dunque il mobile il corſo, che farebbe per B D, ma non il fatto per A B, anzi ſeguiterà d' accreſcerlo, ma bene con proporzione minore. Però il dubitare, che per le ſvolte, le quali nel canale, che va ſerpendo, poſſono aver minor pendenza, che altre parti, che più ſi diſtendono, ſecondo l' inclinazione del piano ſuggetto, ſi poſſa fare tal diminuzione di velocità, che l' acqua trattenuta rigonfi, e trabocchi, l' ho per evento da non temerſi; perchè non è vero, che la velocità ſi ſcemi, anzi ſi va ſempre augumentando; ſe già la ſvolta non fuſſe tale, che convertiſſe la pendenza in ſalita, al qual caſo converrebbe provvedere, ma non credo, che ciò avvenga nel fiume di Biſenzio, nel quale l' acqua ancorchè baſſa ſi muove ſempre. Oltrechè il colmo alto trova ben eſſo modo di farſi la pendenza, dove ne fuſſe ſcarſità, e mancamento. 22



Io avrei alcun' altre considerazioni da proporre intorno ad altri particolari, ma perchè la somma del presente negozio, come prudentemente nota l' Ingegnere Bartolotti, consiste in questo punto principalissimo sin qui assai ventilato, mi riserberò ad altra occasione a discorrere circa tal materia più copiosamente, non convenendo anco il tener V. S. Ecc. (occupata sempre in negozj gravissimi) più impedita in cose meno importanti.

Dirò solo qualche cosa per concludere intorno alla deliberazione da prendersi pel restauramento del fiume Bisenzio, che io inclinerei a non lo rimuovere del suo letto antico, ma solo a nettarlo, allargarlo, e per dirla in una parola alzare gli argini dove trabocca, e fortificarli dove riempie. E quanto alla tortuosità, se non n' è alcuna oltremodo cruda, e che con qualche taglio breve, e di poco incomodo, e danno alle possessioni adjacenti si possa levare, la leverei, benchè il benefizio, che si possa ritrarne, non sia di gran rilievo.

Ci sono molte altre incomodità, e difficoltà quasi insuperabili promosse, e messe in considerazione dall' Ingegner Fantoni nella sua scrittura, le quali non mi è paruto di dover replicare, ma solo confermarle, come importantissime nel presente negozio.

Questo, che ho detto è stato per obbedire al cenno del Serenissimo Gran Duca nostro Sig. significatomi da V. S. molt' Ill. ed Ecc. alla quale dedicandomi, e confermandomi servitore, con riverente affetto bacio le mani, e prego felicità.



LET-

LETTERE DI 55

GALILEO GALILEI,

DEL PADRE

D. BENEDETTO CASTELLI, E DEL NOZZOLINI

In propoſito della ſtima d' un Cavallo.

Lettera d' Andrea Gerini al Nozzolini.

Di Firenze il dì 24. Aprile 1627.



O mi ſon trovato alli giorni paſſati in una converſazione dove ſi diſputava un punto di Matematica, e perchè la gente ſi pugneva, ſono ricorſi per la ſentenza al Sig. Galilei, e perchè una parte non ſi quieta, mi è venuto in penſiero di ſcrivere a V. S. per ſentire la ſua opinione, della quale ſe ne vuol favorire, ſo che ſarà gradita, quando però ſia con ſuo comodo, e ſenza interrompimento di altri ſuoi ſtudj. Il punto è queſto.

Un Cavallo vale veramente cento ſcudi, da uno è ſtimato mille ſcudi, e da un' altro dieci ſcudi, ſi domanda chi abbia di loro ſtimato meglio, e chi abbia fatto manco ſtravaganza nello ſtimare. Se a V. S. pare farci ſopra un poco di diſcorſo con ſua opinione, a lei me ne rimetto, e ho preſo queſta ſicurtà, ſapendo, che ſi diletta di curioſità. Nuove non ho da darne, che però farò fine con ricordarmeli ſervitore, e da Dio pregarli lunga vita in ſua grazia.

Lettera del Nozzolini in riſpoſta all' antecedente.

Di S. Agata il dì 26. Aprile 1627.

IL dubbio, che V. S. mi propone, mi par così facile da riſolvere, che io dubito di non l' intendere, e che ei ſia ſotto qualche difficultà da me non conoſciuta, e dicendomi V. S. che coſtì ne ſia nata diſputa, e controverſia fra i begl' ingegni di Firenze, dovrei tacere, e confeſſando la mia ignoranza, più toſto aſpettarne la ſoluzione degli altri, che io dirne coſa alcuna; ma per obbedire a V. S. dirò in ogni modo quello, che io ne ſento, confidando, che ſe ella conoſcerà, che io ne favelli imprudentemente, ſtraccerà queſta mia lettera, e ſenza moſtrarla ad altri ricuoprirà la vanità de' miei ragionamenti.

Il dubbio è queſto: una coſa val 100. da uno è ſtimata 1000, e da un' altro dieci, ſi domanda qual di loro abbia ſtimato meglio, e chi abbia fatto minore ſtravaganza. 56

A queſto così a un tratto riſponderei, che ſe quel primo ſi diſcoſta dal giuſto per 900. e quel ſecondo per 90. chi non vede, che il primo commette dieci volte maggiore ſtravaganza, che il ſecondo? ſo bene, che mi ſi può opporre, che il primo ſtima dieci volte più del giuſto, ed il ſecondo dieci volte meno, e però la ſtravaganza del primo nel più viene a eſſer ſimile, ed e-

guale a quella del secondo nel meno. A questo io rispondo, che questa sorta di considerazione di proporzione non ha luogo ne i conti de' mercanti, e per meglio esplicarlo dico così. Non è dubbio alcuno, che il comprare, vendere, prestare, rendere, barattare, e simili altri traffichi della mercatura appartengono a quella parte della Giustizia, che si chiama commutativa, della quale è offizio aggiustare le disuguaglianze delle nostre commutazioni, quali anticamente consistevano in semplici baratti di quelle robe, che avanzavano a noi, e mancavano a un' altro, con quelle robe, che avanzando a lui mancavano a noi, nel qual caso si trovavano due difficoltà, la prima dell' opportuno riscontro, v. gr. che io a chi avanza il vino, e mancano le scarpette, mi abbatta a trovar uno, a chi avanzino le scarpette, e manchi il vino, la seconda del saper conoscere quante scarpette meriti un barile del mio vino. E per questo fu necessario trovar la moneta, che a guisa di una mercanzia comune ci servisse per giudice, e prezzo di agguagliar giustamente i nostri traffichi, ed in questo aggiustamento dicono i Politici, che si dee osservare la proporzione aritmetica, e non geometrica.

Proporzione geometrica s' intende quella abitudine, quel rispetto, che si trova tra quattro numeri, ovvero altre magnitudini, delle quali la prima abbia la medesima forza sopra la seconda, che la terza sopra la quarta, come per esempio, perchè il 10 ha la medesima forza sopra il 5, che il 4, sopra il due, questi quattro numeri 10. 5 : 4. 2. si chiamano proporzionali di proporzione geometrica, la quale può ancora trovarsi in tre termini soli, v. gr. la medesima forza, che ha l' 8 sopra il 4, l' ha il 4. sopra il 2. ma perchè quel 4. di mezzo si piglia due volte, anco questa, che par di tre termini, viene a esser di 4.

La proporzione aritmetica risguarda il sopravanzo, e si ritrova tra 4. numeri, de' quali il primo avanzi tanto il secondo, quanto il terzo avanza il quarto, secondo la qual proporzione questi quattro numeri 10. 8. 4. 2. sono proporzionali, perchè di tanto il 10 avanza l' 8, di quanto il 4 avanza il 2: e anco questa può stare in tre termini, come *6*. 4. 2. dove il *6* tanto avanza il quattro, quanto il 4 avanza il 2. Di queste due specie di proporzione dicono, che la geometrica si osserva, e si adopra in quella parte della giustizia, che si chiama distributiva, alla quale si appartiene distribuire giustamente i premj al merito, e le pene al delitto. Per tanto se il mio merito sarà doppio del vostro, anco la mia rimunerazione dovrà esser doppia della vostra, se il mio delitto sarà duplo del vostro, anco la mia pena dovrà esser doppia della vostra, se il mio delitto sarà triplo del vostro, anco la mia pena dovrà esser tripla della vostra, nella qual distribuzione apparisce evidentemente la detta proporzione geometrica.

Ma nella giustizia commutativa questa proporzione geometrica non ha luogo,
57 ma sibbene l' aritmetica, come si può vedere in questo esempio. Pongasi, che noi facciamo una divisione di mercanzia comune; a voi tocca lana, e a me seta, e ricorrendo al Giudice del prezzo, e della moneta, troviamo, che voi avete avuto lana per ventiquattro scudi, ed io ho avuto seta per scudi sei. Qui bisogna aggiustare questa disuguaglianza riducendola in numero mezzano tra il ventiquattro, ed il sei, che aggiusti la nostra mercanzia. Ora dico, che questo numero mezzano non dee aver mezzanità di proporzione geometrica, che il ventiquattro abbia sopra lui la medesima forza, che egli ha sopra il *6*. perchè se noi lo volessimo tale, noi avremmo a multiplicare insieme i due estremi, cioè *6* con 24, che fanno 144. e di quello si arebbe a pigliare la radice quadrata; cioè trovar un numero, che multiplicato in se stesso faccia 144, il quale è 12, e questo tal 12 sarebbe mezzano di proporzione geometrica fra i due sopraddetti estremi. Ora se noi riducessimo la disuguaglianza della nostra commutazione a questo 12 cioè se voi deste a me sei de' vostri scudi, sicchè congiunti colla seta mi

ta mi

ta mi facessero la somma di 12. scudi, io non avrei altrimenti il conto mio, perchè a voi resterebbe lana per diciotto scudi, e io fra danari, e seta non ne avrei se non dodici. Ma se in questo caso noi ricorriamo alla proporzione aritmetica, si farà il giusto bilancio del negozio; il numero mezzano di proporzione aritmetica si trova, non multiplicando, ma raccogliendo insieme gli estremi, e dividendo pel mezzo il raccolto, però raccogliendo 24 con *6*, che fan 30, e dividendolo pel mezzo, ne viene 15. e questo 15 è il vero mezzo della nostra divisione, perchè tanto è minore del 24, quanto maggior del *6*: però se voi darete a me nove de' vostri scudi, io ne averò 15, e voi 15, e si farà aggiustata la nostra disuguaglianza.

Ora applicando le cose dette al proposito nostro, se noi consideriamo i tre numeri posti di sopra nella proposta del dubbio, cioè 1000. 100. 10. noi vediamo, che fra essi è proporzione geometrica, la quale non ha luogo nella giustizia commutativa, e però non può esser buona a difendere la grande stravaganza, che si trova nel caso nostro: poichè il primo si parte dal giusto per 900, ed il secondo per 90. E sebbene qui si parla di stima, e non di baratto, o di vendita, nondimeno il medesimo giudizio si ha da far di lei, che di loro, poichè la stima s' indirizza alla vendita, ovvero al baratto, o per dir meglio, sono una cosa medesima, poichè la stima non è altro, che una compra non anco ratificata, e la compra non è altro, che una stima di già accettata, e però le stravaganze delle stime debbono esser ridotte all' aggiustamento per la medesima strada della proporzione aritmetica, per la qual si vede, che allora sarebbero egualmente lontani dal giusto, quando il vero prezzo della cosa fusse 505, dal qual il primo si discosta nel più per 495, ed il secondo nel meno similmente per 495. sicchè possiamo concludere, che maggiore stravaganza faccia lo stimatore del 1000. che quel del 10.

Forse alcuno dubiterà come sia vero, che la proporzione geometrica non abbia luogo nella giustizia commutativa, e ne' traffichi mercantili, poichè noi vediamo, che tutti i conti, e le ragioni di mercanti sono fondati sopra la regola del tre, se 8 mi dà *6*, che mi darà 4? la quale è geometrichissima. A questo si risponde, che è vero, che detta regola del tre ci serve a ritrovare i conti, e i prezzi delle mercanzie, ma nell' aggiustare le disuguaglianze delle commutazioni non ha luogo, come abbiamo mostrato di sopra. Ma di nuovo potrebbesi opporre, che nell' aggiustare i traffichi delle compagnie, dove uno mette 1000, l' altro 2000, e l' altro 3000. o altra somma di scudi, quando si viene a bilanciare il guadagno, che si perviene a ciascuno, non si adopra altro, che la geometrica regola del tre. 58
A questo risponderei, che questa azione di vedere qual parte di guadagno tocchi a ciascuno degli interessati è azione di giustizia distributiva, poichè in essa si ha riguardo di merito, e di retribuzione di premio, e di guadagno, secondo che altri ha meritato, sicchè non è maraviglia, che vi si adopri la proporzione geometrica. E questo è quanto ora mi occorre dire per soluzione del dubbio proposto, dove se avrò detto molte semplicità, V. S. dee in un medesimo tempo scusar me (che non ho saputo più là) e accusar se stessa, che in quelle difficultà, che fanno dubbio agli elevati ingegni Fiorentini, si ricorra a un Pretazzuol di contado, che ne dia sentenza definitiva, e le bacio le mani, pregando Nostro Signore Dio per ogni sua prosperità.

Lettera del Nozzolini a Andrea Gerini.

Di S. Agata il dì 10. Maggio 1627.

HO ricevuto la lettera di V.S. insieme col parere del Sig. Galilei sopra il quesito, che ora si va disputando per Firenze; ed in verità se io avessi da principio

cipio saputo, che una persona di tanta stima, e di tanto sapere avesse sopra di ciò pubblicato sue scritture, io non avrei in modo alcuno scritto a V. S. quel che io me ne giudicassi, perchè io debbo ben credere, che più vagliano i sogni di un tal uomo, che le più esquisite considerazioni, ch' io sapessi mai fare. Ma poichè io ne ho già scritto a V. S. e poichè ella mi comanda, che io consideri questa scrittura del Sig. Galilei, e che essendo ella contraria alla mia, io dica se altro ho da dire per confermazione del mio detto; e perchè io so, che gli uomini dotti non si sdegnano, se qualunque minima persona produca in mezzo i suoi pensieri per investigazione della verità, non mi periterò a dir di nuovo qualche cosa intorno a questo quesito, nel qual si cerca qual sia maggior stravaganza stimar 1000. ovvero stimar 10 quel, che veramente val 100.

Per decisione di questo dubbio il Sig. Galilei primieramente distingue, che in questo caso si può adoprare o la proporzione aritmetica, ovvero la geometrica. E che adoprando la prima sarà maggior stravaganza lo stimator del mille, che quel del 10, e adoprando la seconda le stravaganze saranno eguali; poi determina, e dice, che assolutamente qui si dee adoprare la proporzione geometrica, e di ciò non adduce altra ragione, che questa. Che se noi volessimo in questo caso servirci della proporzione aritmetica, ne seguiterebbe, che chi stima
59 200 una cosa, che val 100, sarebbe maggior stravaganza, che chi la stimasse uno scudo solo, poichè il primo si parte dal giusto aritmetico per 100 scudi, ed il secondo per 99. Ma questo, dice egli, è cosa del tutto irragionevole, e vuole, che minore stravaganza faccia quel del 200 che quel dell'uno, perchè il primo stima solamente due volte più, ed il secondo 99 volte meno del dovere, ec.

A questo io rispondo, che quello, che dal Sig. Galilei è stimato cosa irragionevole, appresso di me non è inconveniente alcuno, e penso, che minore stravaganza, e minor lontananza dal vero commetta lo stimator dell' uno, che quel del 200, e per provarlo dico così.

Quando si ragiona di due numeri, o linee, o altre magnitudini, delle quali si vadia cercando qual sia maggiore, e qual minore, ovvero se elle siano eguali, per volerne rettamente giudicare bisogna ricorrere alla misura, e in misurando si ha da aver riguardo a due cose, prima di adoperar la medesima misura, e non diverse misure, la seconda di guardar quante volte la detta medesima misura entri nelle proposte cose, se si adoperassero diverse misure, v. gr. in una cosa il braccio, e nell' altra la canna, sebbene entrasse tante volte il braccio nell' una, quanto la canna nell' altra, non per questo le suddette cose sarebbero eguali.

Stando ferma questa verità, della quale non è da dubitare in modo alcuno, dico, che la proporzione geometrica non è il caso a giudicar la maggioranza, o eguaglianza, di due cose, come quella, che non adopera la medesima misura, ma diverse, e solamente ha riguardo, che l' una misura entri tante volte in una cosa, quante l' altra misura nell' altra cosa, come si vede in questo esempio; il 90 ha la medesima forza sopra il 30, che il 30 sopra il 10; e però questi tre numeri 90. 30. 10. sono proporzionali geometricamente, ed in quanto al numero delle misure la cosa sta pari, perchè il 10. entra tre volte nel 30, ed il 30 entra tre volte nel 90. Ma la misura è diversa, poichè il 10 misura tre volte il 30 con una misura di 10 braccia, ed il 30 misura tre volte il 90, con una misura di 30 braccia.

Inoltre la proporzione geometrica non solamente nelle sue misure adopra diversità specifica, ma ancora diversità generica, cioè si serve di misure tra loro tanto diverse, che non hanno niente che fare insieme, come si vede in quel teorema, nel quale si prova, che in quei triangoli, che hanno la medesima altezza tanta forza ha la base sopra la base, quanta il triangolo sopra il triangolo,

golo, dove le basi si misurano con una linea, e i triangoli con una figura. E questa diversità di misure non dà fastidio alla proporzione geometrica, alla quale basta, che tante volte entri la linea nella linea, quanto la figura nella figura; ma non è già buona a vedere, che abitudine abbia la linea colla figura. Piglio un altro esempio nella materia della giustizia distributiva, alla quale è appropriata la proporzione geometrica. Voi avete servito alla Repubblica 10 mesi, ed io venti mesi, onde se a voi si conviene di premio 50 barili di vino, ovvero 30 stajora di terreno, ovvero 12 libbre di argento, viene a me il premio di 500 barili di vino, ovvero 60 stajora di terreno, ovvero 24 libbre di argento. Qui il merito si misura col mese, ed il premio col barile, o collo stajoro, o colla stadera. Tutto questo dico per mostrare, che di quelle due cose, che si ricercano a misurare perfettamente, la proporzione geometrica non ha riguardo se non a una sola, cioè al numero delle misure, ma di adoperare diversa misura di diversità specifica, o generica non fa caso nessuno.

Ora applicando questa verità alla soluzione del dubbio dico, che è vero, che 60
quello, che stima 1000 stima 10 volte più, e quello, che stima dieci, stima dieci volte meno, e così quanto al numero delle misure sono in eguale stravaganza. Ma la misura è molto diversa; il primo è lontano dal vero per dieci misure grandi di 100 scudi, e il secondo è lontano per dieci misure piccole di dieci scudi, e però non si possono domandare eguali queste due stravaganze, e lontananze, siccome noi non diremmo, che da S. Maria del Fiore fussero egualmente lontani il Campanile, ed il S. Giovanni, per esser il Campanile lontano dieci passi di bambino, ed il San Giovanni dieci passi di gran gigante. Similmente nel secondo esempio. E' vero, che chi stima 200 quel, che val 100, è lontano per un doppio solo, e chi lo stima uno è lontano per 99 meno, ma quel doppio solo è una misura tanto grande, che supera quelle 99 misure del meno.

Ma se noi ci serviremo della proporzione aritmetica, noi troveremo, che questa è accomodatissima a giudicare di queste stravaganze, poichè ella adopera la medesima misura; v. gr. questi tre numeri 14, 10, 6, sono in proporzione aritmetica, poichè il 14 avanza tanto il 10, quanto il 10 avanza il 6, e questi tali avanzi si misurano colla medesima misura dell'unità, la quale entra quattro volte nell'avanzo del 14 sopra il 10, e quattro volte nell'avanzo del 10 sopra il 6. Similmente se nella stima del 1000, e del 10, noi facessimo, che il vero prezzo fusse 505, allora queste stravaganze, e lontananze sarebbono eguali misurate colla suddetta misura dell'unità, che entra 495 volte nella lontananza fra il 1000, e il 505, e similmente entra 495 volte nella lontananza fra il 10, e il medesimo 505. Per la qual cosa parmi, che si possa conchiudere, che nel nostro caso ci dobbiamo servire della proporzione aritmetica, e non della geometrica; la qual ragione aggiunta a quelle, che io dissi nell'altra lettera, tanto più dovrà confermar questa verità, e questo mi basti aver detto in questa materia.

Ma con tutto ciò per modo di facezia, e per burlar un poco con V. S. mi pare di aggiugnere in quest'ultimo, che se questa mia decisione non le piacesse, io la indrizzerò a un Giudice, e a un foro competente, il quale ogni giorno determina, e giudica sopra tal questione, e ne ha la soluzione prontissima, che ogni dì la mette in atto pratico: questo tal Giudice è il foro de' Beccai. Io ho veduto molte volte, che i beccai e con i contadini, e fra lor medesimi entrano in dispute, ed in iscommesse di chi si appressa più alla stima del peso di un porco, o di una vitella, e ho veduto, che se uno la stimerà libbre 48 e l'altro libbre 12. quando si viene al giudizio della stadera, se si trova, che quella tal cosa pesi libbre 30. si determina, che nessuno vinca, ma da 30 in giù si dà la vittoria a quel del 12, e da 30 in sù a quel del 48. e non ho veduto,

duto, che la proporzione geometrica appreſſo queſti Giudici ſia di momento alcuno, e ſebbene geometricamente fra il 48 e il 12. il numero mezzano proporzionale è il 24. nondimeno da queſto foro il 24 e gli altri fino al 29 incluſivamente ſono aggiudicati a favore di quel del 12. e pure queſti, e queſte ſcommeſſe ſono non ſolamente ſimili, ma anco una coſa ſteſſa col caſo noſtro, attalchè mi par gran maraviglia, che appreſſo ai nobili ſpiriti Fiorentini ſi abbia a revocare in dubbio con tante diſpute, e ſcritture quel Prolema, che appreſſo a' beccai è deciſo noto, e manifeſto già mille anni ſono. E però ſe in queſta lite da alcuno mai ſarà dato la ſentenza contro, io prometto a V. S. di volere muovere appello al foro de' beccai, il qual per ſua particolar prerogativa merita di eſſer chiamato il foro della giuſtizia, poichè ogni beccaio ſa così bene ado-
61 perare con una mano la bilancia, e coll' altra il coltellaccio, che pare, che ſi poſſa con verità affermare, che ciaſcuno di loro ſia una Giuſtizia, e con queſto fine a V. S. bacio le mani, pregandole da Dio ogni contento.

Lettera di Galileo Galilei.

PEr la deciſione del caſo, che ſi diſputa tra le parti, che è chi de' due ſtimatori abbia meglio ſtimato, e minore ſtravaganza abbia fatto circa la ſtima di una coſa, che veramente val cento, quello che la ſtimi mille, o quello, che la ſtimi dieci; parmi, che prima ſi debba ſtabilire ciò, che importi ſtimar giuſto e bene, e quello, che importi ſtimare ingiuſto e ſtravagantemente.

Stimerà giuſto e bene quello, che ſtima cento la coſa, che giuſtamente val cento, devieranno dalla giuſta ſtima, e ſtravagantemente quelli, che la ſtimeranno più, o meno del giuſto. E di queſti colui commetterà maggiore ſtravaganza, che più eſorbitantemente dal giuſto prezzo o nel più, o nel meno devierà. E perchè parrà forſe ad alcuno, che deviare egualmente dal giuſto nel più, e nel meno poſſa intenderſi in due modi, cioè o in proporzione aritmetica (che è quando l' eccesſo del più ſopra il giuſto è eguale all' eccesſo del giuſto ſopra la minore ſtima, come ſe il giuſto ſia dieci, e l' una ſtima ſia dodici, e l' altra otto, dove le differenze ſono eguali, cioè due) o in proporzione geometrica (che è quando la maggiore ſtima al giuſto ha la medeſima proporzione, che il giuſto alla minore, che ſarebbe quando uno ſtimaſſe venti quello, che val dieci, e l' altro lo ſtimaſſe cinque, dove l' uno ſtima il doppio più, e l' altro la metà meno, e che così in conſeguenza deviare più dal giuſto s' intenda, quando nel primo modo l' uno eccesſo ſia maggior dell' altro, e nel ſecondo la maggiore delle due ſtime riguardi il giuſto con maggiore proporzione di quella, che aveſſe il giuſto alla minore ſtima: è neceſſario ſtabilire in quale delle due maniere ſi debbe intendere il preſente caſo.

Dico per tanto, che aſſolutamente ſi dee intendere della proporzione geometrica, e non dell' aritmetica. Imperocchè ſtando pure nell' iſteſſo caſo, quando della proporzione aritmetica intender ſi doveſſe, non ſolamente quello, che ſtima mille la coſa, che val cento, ſarebbe più cattivo ſtimatore dell' altro, che la ſtimaſſe dieci, ma colui ancora, che la ſtimaſſe dugento, commetterebbe ſtravaganza maggiore, che quello, che la ſtimaſſe uno, eſſendo che l' eccesſo del dugento ſopra il cento (che è cento) è maggiore dell' eccesſo di cento ſopra uno, che è 99. E così lo ſtimatore, che ſtimaſſe dugento ſcudi un cavallo, che giuſtamente valeſſe cento, meriterebbe di eſſer chiamato più cattivo ſtimatore di quello, che lo ſtimaſſe un ſolo ſcudo, che è quanto ſe altri diceſſe, che quello, che ſtima il cavallo il doppio di quel, che veramente vale, commette maggiore ſtravaganza nella ſtima, che quello, che lo ſtima la centeſima
62 parte, coſa del tutto irragionevole, e che non cade, quando le differenze ſi

con-

considerano nella proporzione geometrica, secondo la quale quello, che stima uno, fa esorbitanza tanto più dello stimatore di dugento, quanto la proporzione di cento a uno è maggiore di quella di due a uno, cioè di dugento a cento.

Le deviazioni dunque delle stime dal giusto si deono giudicare secondo la proporzione geometrica, e così quello, che stima una roba la centesima parte di quello, che ella vale, è assai più esorbitante stimatore, che quello, che la stima il doppio più, e in conseguenza egualmente deviano dal giusto quelli due, che stimano uno il doppio più, e l' altro la metà meno, uno il decuplo del giusto, e l' altro la decima parte solamente.

Aggiungasi, che non si può ragionevolmente credere, che le parti nel principio della presente controversia intendessero della proporzione aritmetica, perchè ciò sarebbe un voler supporre due troppo gravi mancamenti, uno nell' una, e l' altro nell' altra parte, cioè, che l' uno ignorasse, che il 900. è più del 90. e che l' altro con poca coscienza sopra tale ignoranza dell' avversario cercasse di guadagnarsi il premio della scommessa. Concludo per tanto, che li due stimatori abbiano egualmente esorbitato, e commesse eguali stravaganze nello stimare l' uno mille, e l' altro dieci quello, che realmente val cento.

Lettera di D. Benedetto Castelli a Andrea Arrighetti.

CON mio particolar gusto ho letta la lettera di V. S. e la decisione del Sig. Galileo, nella quale non solo ho notata la rettitudine del giudizio, ma la chiarezza ancora de' motivi, solita del Sig. Galileo, e in segno della replicata da me lettura ho preso ardire di significare a V. S. alcune cosette non in maggior confirmazione della decisione, ma per mostrare, che la verità ha i riscontri da tutti i versi.

Prima dunque supponendo nel caso nostro, che il cavallo, che val cento, sia stimato male nel più, e sia la stima 200. io domando all' amico suo quanto si doverebbe stimare nel meno con eguale errore? è forza rispondere, che bisogna stimarlo nulla, per servare la proporzionalità aritmetica, perchè tanta differenza è dal nulla al cento, quanto dal 100. al 200. Ora il voler poi dire, che tanto abbia fatto stravaganza quello, che stima il doppio, quanto quello, che stima nulla, mi par troppo gran debolezza, massime che fortificando il mio dubitare, suppongo, che il cavallo, che realmente val cento, sia stimato scudi trecento, e dimando di nuovo quanto si dee stimare nel meno coll' eguaglianza aritmetica? dove bisogna rispondere spropositi immensi.

In oltre io considero, che essendo stimato un cavallo, che val cento, da uno 63
stimatore uno scudo, e da un' altro cento novanta nove scudi, queste due stime dall' amico suo deono essere tenute egualmente esorbitanti, essendo in tutte e due la differenza novanta nove. Ma dall' altro canto se noi consideriamo il negozio mercantilmente, le perdite, e il guadagno nella prima stima sono a ragione di 9900. per cento, e le perdite, e i guadagni nella seconda stima vengono solo a esser a ragione di novantanove per cento; attalchè in conto alcuno le stime fatte con egualità aritmetica non possono esser egualmente esorbitanti. Io qui scuserei l' amico suo volentieri se non resta persuaso, non essendo egli mercante, e avendo tralasciati li studj della Matematica per attendere a' più sicuri delle Leggi, ma vorrei, che almeno considerasse la trita legge *Rem majoris pretii C. de rescind. vendit.* dove si vede, che l' Imperatore considera la stravaganza del prezzo colla proporzionalità geometrica, non aritmetica, ec.

Lettera del Nozzolini a Andrea Gerini.

QUando io scrissi l'ultima lettera a V. S. scrissi tanto in fretta, che io non ebbi agio a dichiararmi così chiaramente come io avrei voluto, però le mando la presente, la quale contiene il medesimo, ma più apertamente esplicato.

Con lettera di V. S. ho ancora ricevuto quella del suo amico di Roma, nella quale sono opposte tre opposizioni contro la nostra opinione; la prima è questa. Quando quel cavallo, che val cento scudi fu stimato con eccesso nel più scudi dugento, a voler nel meno adoperar la proporzione aritmetica, cioè allontanarsi dal giusto per scudi cento, bisognerà stimarlo niente, la qual cosa è uno sproposito immenso, perchè dal cento al dugento è pur qualche abitudine, o ragione, o rispetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè rispetto alcuno.

A questa opposizione mi è facil cosa rispondere, perchè io mi ricordo, che fin quando io era fanciulletto sapeva dire simili stime coll'eccesso nel meno corrispondente a quello del più. Quando io andava in mercato a comprar delle pere, mentre io sapeva, che elle valevano un quattrin l'una, se il venditore me ne chiedeva due quattrini dell'una, io gli diceva non già di volergli dar nulla dell'una, perchè ben vedeva, che avrei detto uno sproposito, ma di voler due pere per un quattrino, e se egli mi chiedeva tre quattrini dell'una, e io diceva di volerne tre per un quattrino. E queste mi pajono le risposte convenienti coll'eccesso del meno corrispondente all'eccesso del più. Per tanto nel proposito del cavallo, che val cento ec. alla stima soverchia del dugento corrisponde do-
64 mandar due cavalli per cento, ec. perchè siccome il primo vuol due paghe per un cavallo, così il secondo vuol due cavalli per una paga, e non per questo segue, che volendo due cavalli per cento scudi egli venga a stimarli cinquanta scudi l'uno, ma dice questo per fare una stima, che gli giovi tanto nel meno, quanto gli nuoceva quell'altra nel più, il qual giovamento non poteva trovare sopra un cavallo solo, sebben l'avesse stimato il meno, che si potesse. Ed in amendue queste stime viene in virtù a esser nascoso quel niente, o nulla, che ci era di sopra opposto, perciocchè lo stimatore del dugento chiede due paghe, per l'una delle quali vuol dare un cavallo, e per l'altra non vuol dar nulla, e lo stimator del meno chiede due cavalli, per l'uno de' quali vuol dar la giusta paga, e per l'altro non vuol dar nulla. Ma questo tal nulla non apparisce così spropositato, come sarebbe a dire di stimar nulla quel caval solo.

La seconda opposizione è questa, se il cavallo di cento scudi da uno stimatore fusse stimato centonovantanove, e da un altro uno scudo solo, qui sarebbe la proporzione aritmetica, perchè di tanto il centonovantanove supera il cento, di quanto il cento supera l'uno, ma mercantilmente poi i guadagni, e le perdite verrebbono molto diverse, perchè secondo la prima stima quando il cento diventa centonovantanove si guadagna novantanove per cento, ma nella seconda quando l'uno diventa cento si guadagna 9900 per cento, perchè se uno mi dà cento, il centinajo mi darà 10000. che detrattone il capitale de' cento scudi ci resterà di guadagno 9900. per cento.

A questo io rispondo, che qui si scambiano le carte in mano, cioè si entra di un proposito in un'altro. Noi abbiamo la stima giusta, che è cento, e ne abbiamo due ingiuste, una nel più, che è centonovantanove, e una nel meno, che è uno. Nel primo processo si va dalla stima giusta verso l'ingiusta, dicendo se cento mi diventa centonovantanove, si guadagna novantanove per cento, nel secondo processo si doverebbe similmente andare dalla giusta verso l'ingiusta dicendo, se cento mi diventa uno, si perde novantanove per cento, e così la cosa torne-

torncrebbe esquisitamente del pari. Ma l' oppositore dopo che nel primo processo è ito dalla stima giusta all' ingiusta, cioè dal cento al centonovantanove; poi nel secondo processo va al contrario dalla stima ingiusta verso la giusta, dicendo, se uno mi diventa cento, il cento guadagnerà 9900. Ma che sproposito è questo? quando si è mai ragionato nel caso nostro, che l' uno ci abbia a diventar cento? si è ben ragionato, che il cento per una stima diventi centonovantanove, e per un' altra stima diventi uno, e così come per la prima si guadagna novantanove per cento, così per la seconda si perde novantanove per cento, e così la cosa torna del pari.

Ma perchè forse potrebbe dir l' oppositore di voler accomodar questi numeri a suo modo, e far questi processi a suo beneplacito, o pigliar per antecedente, e per conseguente qual gli torna più comodo, io non voglio pigliar contesa con lui sopra di ciò, ma gli voglio conceder liberamente, che secondo queste stime non rieschino bene i conti de' guadagni, e delle perdite del tanto per cento. Ma che inconveniente ne segue per questo? Chiara cosa è che il guadagno di tanto per cento si trova per la via della regola del tre, la quale è geometrica in tutto, e per tutto. Or che maraviglia sarà se da un fondamento di numeri disposti secondo la proporzione aritmetica, non seguitino bene i conti, che pro-
cedono per via di proporzione geometrica? questo non è inconveniente nessuno. 65
Anzi inconveniente non piccolo si vede nel suo argomento, e nella sua opposizione, che ha in se quel difetto, che dai Logici è domandato *petitio principii*, cioè assume come noto, e manifesto quello di che si disputa, e che si dee provare. Perciocchè noi siamo ora su questa disputa, se in queste stime si deva adoperare la proporzione aritmetica ovvero la geometrica, ed egli argomenta così: Non si dee adoperare la proporzione aritmetica, perchè non vi è dentro la geometrica regola del tre. Quanta forza abbia questa ragione giudichilo ciascuno.

La terza opposizione è posta in una Legge citata dall' oppositore, nella quale dice, che l' Imperatore considera la stravaganza del prezzo secondo la proporzione geometrica. Qui io non posso dir cosa alcuna. Io non ho mai studiato Legge, e non ho pur un Libro di tal professione. E qui intorno a molte miglia non posso ricorrere ad alcuno, che mi mostri le parole della detta Legge, le quali se io vedessi, forse troverei qual cosa da rispondere. Per tanto V. S. le faccia vedere, e considerare se ci valesse alcuna di queste due fughe, o che l' Imperatore tratti in quel luogo di cose appartenenti alla Giustizia distributiva, la quale si serve di tal proporzione geometrica, ovvero che ragioni quivi del modo di trovare il prezzo di alcuna cosa, e non di agguagliare le disuguaglianze; perchè sebbene le disuguaglianze de' prezzi si aggiustano colla proporzione aritmetica, nondimeno quando si vanno cercando i prezzi delle cose, si cercano per via di proporzione geometrica.

Dopo questo, che ho detto qui nel suddetto proposito, mi par di aggiugnere quattro parole nel proposito della stima del mille, e del dieci in confermazione di quel che ho scritto nell' altre lettere, ec.

La stravaganza dello stimare pare a me, che sia la medesima, che quella del vendere, e del comprare, poichè la stima, e la compra non sono differenti intrinsecamente, ma solo nell' essere o ratificata, o non ratificata, essendochè la stima subito che è accettata diventa compra, e vendita, sicchè nell' altre cose il medesimo giudizio dovrà farsi dell' una, che dell' altra. Per tanto ora lasciamo stare lo stimare, e consideriamo quello, che accade nelle stravaganze del vendere, e del comprare. Chi vende la roba più che ella non vale, si parte tanto dal giusto, e fa tanta stravaganza quanto è quell' eccesso; e volendo nelle medesime vendite ritornare al giusto, e ricompensare la fatta stravaganza, bisogna, che un' altra volta nel vendere la medesima cosa al medesimo compratore,

si allontani dal giusto verso il meno, quanto se ne allontanò verso il più, come per esempio. Io vendo grano; il suo prezzo è soldi cento lo stajo; voi ne comprate uno stajo da me, e io ve lo fo pagare soldi centoventi; se io vorrò far la giusta ricompensa, quando voi tornerete pel secondo stajo, bisognerà, che io ve lo dia per soldi ottanta. Ora se io vi avessi fatto pagare il primo stajo soldi mille, vi domando se quando voi tornate pel secondo stajo, io farei la debita ricompensa, o stravaganza nel meno, a darvelo per soldi dieci? Certo che no; perchè avendo io nel primo pagamento ricevuto prezzo per dieci staja, e datovi uno stajo solo, bisognerebbe, che la seconda volta io ricevessi un prezzo solo, e vi dessi dieci staja. Attalchè l'utile del pagar soldi dieci il secondo stajo, non ricompensa il danno dell'aver pagato mille quel primo. Perchè nel primo io mi allontano dal giusto nel più per nove centinaja, e in questo secondo non mi al-
66 lontano verso il meno per un centinajo intero: a tale che queste stravaganze o lontananze non possono esser eguali. Se adunque nel vendere, e nel comprare fa maggiore stravaganza chi vende mille quel che val cento, che non fa nel meno chi lo vende dieci, il medesimo ancora si dovrà dire dello stimatore.

In oltre per un'altra via mi piace di aggiugnere un poco di chiarezza a questa verità. Quando noi facciamo le stravaganze nel più, e nel meno, a voler, che esse procedano di pari passo, e sieno fra loro corrispondenti, bisogna adoperare i medesimi nomi di parte, e di moltiplice, perchè variandoli non possono ben corrispondersi tra loro. Mi dichiaro più apertamente così. Dichiamo, che un baril di vino vaglia dodici lire, e che voi nello stimare vogliate eccedere nel più, ed io nel meno, quando voi lo stimerete quindici lire, che altro vuol dir questa stima, se non, io ti voglio usurpare una quarta parte di paga? ed a questa stima del più che si può egli risponder nel meno, se non, io ti voglio usurpare una quarta parte di barile? sicchè al quarto nel più corrisponde il quarto nel meno. Similmente al terzo nel più, cioè a' sedici corrisponderà il terzo nel meno, cioè otto. Ora se si vanno guardando que' tre numeri 15. 12. 9. e que' secondi 16. 12. 8. sono fra loro in proporzione aritmetica; similmente alla stima della metà più, cioè 18. corrisponderà la metà meno, cioè 6. A quella di due terzi più, cioè 20. quella di due terzi meno, cioè 4. come si vede nella dicontro tavoletta, nella quale si vede, che tutti i predetti numeri son disposti con proporzione aritmetica.

Stravaganze.	più.		meno.
di un quarto	15	12	9
di un terzo	16	12	8
di un mezzo	18	12	6
di due terzi	20	12	4
di tre quarti	21	12	3
del doppio	24	12	6
del triplo	36	12	4
del quadruplo	48	12	3

Ora scendiamo più abbasso, e facciamo, che voi lo stimiate il doppio, cioè ventiquattro: Assi egli a dire, che a questa corrisponda nel meno quella della metà sei? non già, perchè questo sei fu posto a corrispondere al diciotto, e però non può egualmente corrispondere a quella del diciotto, e a quella del ventiquattro. Similmente a quella del triplo nel più non può rispondere quella del terzo nel meno, cioè il quattro, perchè questo quattro fu posto corrispondente al venti; e finalmente al quadruplo nel più, cioè a' quarantaotto non può corrispondere nel meno il quattro, cioè tre, il quale corrispondeva al ventuno.

Per la qual cosa bisogna dire, che al doppio più, cioè a due cotanti più, corrisponda non la metà, ma due cotanti meno, cioè due barili per dodici lire,

re, e al tre cotanti più corrisponda non la terza parte, ma tre cotanti meno, cioè tre barili per dodici lire, e finalmente al quattro cotanti più risponda quattro cotanti meno, cioè quattro barili per dodici libbre. Per la qual cosa ritornando al proposito nostro, quando, uno stimerà mille un cavallo, che val cento, la corrispondente stravaganza nel meno sarà il dire, che dieci cavalli vaglino cento scudi, e questo per avere sopra dieci cavalli quella tanta stravaganza nel meno, che corrisponda a quella del mille, la quale non si sarebbe potuta avere sopra un caval solo, ancorchè si fusse stimato meno, che un granel di rena.

Lettera di Galileo Galilei 67

Da Bellosguardo li 10. Giugno 1627.

IO lessi come ben sa V. S. la prima lettera scritta in proposito della controversia, che nacque tra lei, e il Sig. Nozzolini circa il determinare intorno alla grandezza delle stravaganze delli due stimatori, uno de' quali aveva stimato mille, e l' altro dieci un cavallo, il cui giusto prezzo era veramente cento. E benchè a me restasse incognito il nome dello scrittore di essa lettera, non però mi si occultò il suo molto intendere, che tanto chiaramente resta apparente nella dotta, e insieme adorna, e cortese sua Scrittura. Ho dipoi letta ancora la seconda scritta pure nel medesimo stile, ove l' Autore con occasione di aver veduta quella decisione, che io come arbitro eletto di comun consenso da V. S. e dalla parte messi in carta, fa così onorata menzione della persona mia, che benchè e' continovi di esser contrario al mio parere, tuttavia la modestia, e gentilezza del suo trattare, continova di accrescere in me l' affetto, che già ho tutto rivolto e applicato a reverirlo, e per quanto io potessi onorarlo. In segno di che al presente mi pare di esser in obbligo di rispondere a quanto egli oppone nelle dette sue lettere, che troppo gran mancamento sarebbe, o il simulare di non l' aver vedute, e lette attentamente, o col silenzio mostrar ombra di non ne aver fatto quella stima, che pur di necessità convien farsi di scritture con tanta acutezza, e dottrina spiegate, e condite di tanta cortesia. Solo mi dispiace, che io non saprò colla mia rusticità corrispondere al merito della gentilezza sparsa in esse Scritture, e bisognerà, che l' Autore per se stesso a guisa di ape, che fa convertire in dolcezza l' austerità, che da talun fiore va delibando, rivolga in soavità quello, che non già dalla volontà, ma dalla penna potesse con men soave stile scapparmi. Aggiunto a tale obbligo il comandamento di V. S. che sotto titolo di desiderio m' impone, ch' io debba dire quanto mi occorre intorno alle dette Scritture; vengo con quella libertà, che molto ragionevolmente dee potersi usare tra quelli, che più ansiosi sono della verità, che della ostentazione, e che il medesimo Autore delle due lettere domanda, che a se conceduta sia, vengo dico a spiegare a V. S. quello di più, che per confermazione della prima mia scrittura (che tuttavia mi par veridica) mi hanno fatto sovvenire le due lettere del Sig. Nozzolini.

E prima io so, che V. S. benissimo si ricorda di quello, che io le risposi la prima volta, che ella mi propose in voce il quesito sopra il quale nacque la controversia; che fu quale de' due stimatori avesse più stravagantemente stimato, l' uno de' quali stimasse mille, e l' altro dieci quel, che giustamente valeva cento, e sa, che io corsi subito a giudicare molto più esorbitante la stima 68
del mille, come quella alla quale seguiva molto maggior danno e perdita, e potrebbe forse esser accaduto, che quando il discorrer sopra tal quesito fosse terminato allora, io non mi fossi altramente mutato di parere. Ma il significarmi V. S. che la domanda era in controversia tra uomini non volgari, col soggiugnermi appresso, che i medesimi disegnavano, che io dovessi sopra di ciò deporre

porre anco in carta il mio giudizio, mi fece con attenzion maggiore considerare la qualità del quesito, ed in effetto mutare opinione, e cader nella sentenza, che poi messi in scrittura. Dubito, che il medesimo sia accaduto al Sig. Nozzolini, e tanto più quanto oltre a quello, che ho sperimentato in me medesimo, ho sentito rispondere l' istesso da tutti quelli, a' quali ho fatta la proposta, non l' avendo ancor fatta, fuori che a persone molto accorte. Che dunque dal Sig. Nozzolini uscisse la prima lettera nata da quella apprensione, che nel primo aspetto si appresenta alla mente, e di più scritta per quanto intendo in una scorsa di penna, io non me ne maraviglio punto. Ma ben mi nasce un poco di scrupolo per la seconda scritta sei giorni dopo, dove si scorge, che nè l' aver più posatamente potuto discorrere sopra il quesito, nè quel poco, che egli aveva letto nella mia decisione l' hanno rimosso dalla prima opinione, secondo la quale egli persiste in affermare, che l' esorbitanza delle stime si deva misurare dall' assoluto allontanamento dal giusto prezzo, e si fonda sopra certo politico decreto, che vuole, che nella giustizia commutativa si proceda nell' aggiustar le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e nella distributiva colla geometrica, e stimando egli, che la quistione proposta sia dell' attenenti alla giustizia commutativa, vuole colla proporzione aritmetica misurare la quantità dell' esorbitanze de' due stimatori, ec. Ora poichè V. S. così comanda, dovendo dire il parer mio, cominciando da questo capo, che è il principal fondamento delle due scritture, confesso liberamente di non restar capace di questo negozio, e dubito, che qui avvenga quello, che accade in molte altre proposizioni scritte da uomini comunemente stimati grandissimi, le quali non sono intese, nè forse sono intelligibili, ma quelli, che le profferiscono, ed anco quelli, che l' ascoltano fatti creduli dall' autorità de' lor primi prolatori simulano d' intenderle, e per non si dichiarare di capacità inferiori a quelli, che le adducono, gli danno l' assenso. Ora io deposta questa sorta di ambizione, mi dichiaro bisognoso di esser fatto capace di questa materia, e resterei con obbligo grandissimo al Sig. Nozzolini, se egli col parlar più chiaramente e distintamente mi traesse di questa confusione, e la chiamo così, perchè non so, per molto che io mi ci sia affaticato, applicare al nostro proposito l' esempio, che egli nella prima lettera arrecò sotto titolo di commutazione, o baratto, e che poi correggendo l' errore da se commesso mutò in una divisione di mercanzia comune; mantenendo però sempre la medesima opinione, che in cotali traffichi mercantili si debbano aggiustare le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e la confusione mia nasce di qua. Nella prima lettera ci propone una commutazione di lana in seta dicendo: Io do a voi lana, e voi a me seta, e troviamo, che io ho dato a voi lana per ventiquattro scudi, e voi a me seta per ducati sei, ec. e credendo, che la disuguaglianza di tal baratto si possa, e debba aggiustare servendoci della proporzione aritmetica trova il numero mezzano tra il ventiquattro, e sei, secondo tal proporzione, che è quindici, e dice, che dandomi voi tan-
69 to, che fra li sei scudi di seta, e i denari, che io ricevo da voi, io abbia quindici scudi, saremo aggiustati, e però detratti nove scudi da i ventiquattro, che vi ho dato in tanta lana, e datigli a me, io fra seta, e lana avrò quindici scudi, e a voi resteranno quindici in tanta lana; accortosi poi dell' errore (perchè io coll' aver dato ventiquattro scudi di mia lana, ne ricevo solamente quindici tra denari, e seta) mutò il quesito, e non fece più me padrone della lana, e sè della seta, ma pose la seta, e la lana esser mercanzie comuni non più da barattarsi, ma da dividersi tra di noi. Ma, Sig. Nozzolini, l' aver voi scoperto il vostro errore non vi sottrae dall' obbligo intrapreso di mostrare come nelle permutazioni le disuguaglianze si aggiustano colla proporzione aritmetica, e sebbene la disuguaglianza del nostro baratto non veniva ristorata col ri-

sarci-

sarcimento de' nove scudi, non è per questo, che in qualch' altro modo non possa esser ragguagliata: però ditemi pure come noi possiamo aggiustarci, e mostratemi ciò che abbia che fare in tale aggiustamento la proporzione aritmetica, e per venire alle corte, se io ho dato a voi la lana per ventiquattro scudi, e voi a me seta per sei, il modo facilissimo per far ch' io abbia il conto mio, è che voi mi diate scudi diciotto di danari, che così ci saremo aggiustati: ma qual corrispondenza hanno tra di loro i numeri 24. 18. 6. e come entra qui proporzione aritmetica, nè altra? Ma se noi prenderemo il quesito, emendato, non lo chiamando più un baratto, ma una divisione di mercanzie comuni, mi par, che il Sig. Nozzolini commetterà un più grave errore, perchè il caso non sarà più delli attenenti alla giustizia commutativa, ma alla distributiva, trattandosi di distribuir tra di noi mercanzie comuni, e così contro al decreto de' Politici, e contro al parere del Sig. Nozzolini, non la proporzione geometrica, ma l' aritmetica entrerà nella giustizia distributiva, e vi entrerà con doppio errore, poichè ella entra qui dove non doveva entrare, e non entra nel quesito, quando era di giustizia commutativa, dove entrar doveva, se i decreti politici son retti. Ma finalmente posto che simili aggiustamenti fussero sotto la giustizia commutativa, e che si ragguagliassero colla proporzione aritmetica, io non però resto capace di quello, che si abbiano che fare colla materia di che si tratta, la quale è di misurare due esorbitanze prese in due stime; azione lontanissima dal dover dividere trenta scudi, che sono il prezzo di alcune mercanzie in due parti eguali. E quando il Sig. Nozzolini soggiunge, e dice, che allora sarebbero egualmente esorbitanti le due stime del mille, e del dieci, fatte sopra quel cavallo, o altra cosa vendibile, quando il vero suo prezzo fusse scudi non cento, ma cinquecentocinque, dal quale per eguali intervalli distano il mille, e il dieci, io dico, che egli pure equivoca col supporre quello, che è in quistione. Imperciocchè il suo detto non è vero, se non supposto che dell' esorbitanza delle stime misura sia l' eccesso, e il mancamento di esse stime dal vero prezzo, misurati con proporzione aritmetica, il che è quello, che io tuttavia nego, e pur questo medesimo mi dà occasione di ragionevolmente negarlo; perchè qual semplice fanciullo non resta capace, e non conosce, che se io darò un sacchetto in mano a due dentrovi cinquecentocinque piastre, acciò eglino a giudizio stimino quanti ve ne sieno dentro, incomparabilmente esorbiterà più quello, che dirà stimare esservi dieci piastre, che quello dicesse esservene mille, perchè il peso se non altro dichiarerà lo stimator del dieci essere stoltissimo, essendo che il peso di cinquecentocinque piastre è più di libbre cinquanta, ed esso lo giudica una sola, e s'inganna di più di cinquanta tanti, ma l' altro che lo stima mille s' inganna di men del doppio. Ma di più dico, il Sig. Nozzolini dice di aver ridotto le due 70
esorbitanze all' egualità, quando si facesse il prezzo del cavallo essere non cento, ma cinquecentocinque scudi; ora io gli domando, che lasci stare il prezzo del cavallo ne i cento scudi, e la maggior stima nel mille, e dicami quale dovrebbe esser la stima nel meno, acciò la stravaganza fosse secondo la sua regola eguale all' altra; qui bisogna trovare uno tanto esorbitante, che dica il giusto prezzo del cavallo parergli, che fusse questo, che il padrone del cavallo gli facesse un fornimento, che costasse scudi 810, e poi desse il cavallo così fornito per ducati dieci, perchè così il venditore scapiterebbe scudi 900, come nell'altra stima del mille il compratore pur resta al disotto di scudi 900. Oltre a quanto ho detto vi viene ancora da considerare come dell' equivoco in che persiste il Sig. Nozzolini ne è causa quell' istesso errore, nel quale io ancora incorsi quando V. S. la prima volta mi propose il quesito, che fu il giudicare l' esorbitanza delle stime dalla grandezza della perdita pecuniaria del compratore, e del venditore del cavallo, il che è del tutto falso, perchè quando le perdite

fusser

fusser misure delle stravaganze delle stime, dove non fusse perdita veruna, nè anco vi sarebbe stravaganza alcuna, e così la stravaganza delle due stime del mille, e del dieci intorno alla valuta del cavallo non sarebbe nulla, se non seguisse la vendita, e compra del cavallo, perchè senza queste non vi è perdita; ed in oltre nello stimare v. g. pesar mille libbre quello, che ne pesa venti, o giudicare quella torre esser alta quattrocento braccia, che è alta solamente sessanta, non vi sarebbe parimente esorbitanza, perchè nè nelle braccia, nè nelle libbre vi è scapito, o perdita per nessuno. Oltre a quanto ho insin qui detto intorno alla prima lettera, mi par di soggiugnere come cosa assai notabile, che il Sig. Nozzolini chiaramente afferma prima in generale ne' traffichi mercantili non aver luogo la proporzione geometrica, ma l' aritmetica, il qual detto egli prova coll' esempio portato prima sotto nome di baratto di lana, e seta, e poi corretto col mutarlo in una divisione di mercanzie tra due, il quale abbiamo già mostrato erroneo, e fuori del caso: all' incontro poi egli si muove due istanze, per le quali si mostra ne' traffichi mercantili entrar l' uso della proporzione geometrica, l' una è che tutti i conti de' mercanti son fondati sulla regola delle tre cose proporzionali, e l' altra delle compagnie, delle quali tutti i ragguagli si trovano pure con la medema regola del tre, e questi due casi non hanno opposizione alcuna, che sien traffichi, e negozj mercantili, e risoluti giustissimamente colla proporzione geometrica, e non con altra. Or come s' è lasciato il Sig. Nozzolini persuadere, che la mercatura si governi colla proporzione aritmetica, indotto a ciò credere per un esempio erroneo e falso, e non piuttosto ha detto la mercatura governarsi colla proporzione geometrica, mentre egli stesso adduce esempj verissimi, che dimostrano i più importanti e principali negozj mercantili risolversi tutti per la proporzione geometrica? Oltre che si potevano addurre altri conti non meno principali, la risoluzione de' quali dipende dalla geometrica proporzione, come degli interessi sopra interessi, che chiamano interesse a capo d' anno, delle sei cose proporzionali, della regola del tre inversa, e per concluderla in breve io non so ritrovare in tutti i negozj mercantili conti, e ragioni alcune di momento, nelle quali abbia luogo la proporzione aritmetica, ma sì bene la geometrica. Ora venghiamo a considerare le cose contenute nella seconda lettera, dove primieramente mi pare, che il Sig. Nozzolini erri in un principalissimo punto, che è poi la radice di tutta l' equivocazione, ed è, che egli nel misurar quelle cose, della
71 maggioranza delle quali si disputa, adopera misure inette a ciò, come quelle, che differiscono *plusquam genere* dalle cose da misurarsi, e pur la misura dee essere della medesima specie, che la cosa misurata, perchè i tempi si misurano con un tempo, e i pesi con un peso, i prezzi con un prezzo. Ma il Sig. Nozzolini nel giudicare qual sia maggiore esorbitanza delle due, quella che stima dugento scudi il cavallo, che veramente val cento, o quella che lo stima uno scudo, vuol servirsi per misura di una moneta, che differisce dalle disorbitanze *plusquam genere*. Misura atta a misurar le stravaganze è una stravaganza, e non uno scudo, una libbra, una canna; come poi tal misura si ritrovi dirò qui appresso, dopo che averò mostrato il medesimo Sig. Nozzolini servirsi anco di tal misura inetta malamente prendendola assolutamente, e non in relazione al vero valore della cosa stimata. Considerando solamente, e assolutamente i guadagni, e le perdite, e la semplice differenza tra di loro, ha giudicato peggiore stimatore quello, dalla cui stima proveniva maggior danno al compratore, o venditore, e così seguendo questa regola più esorbitante stimatore sarà colui, secondo la cui stima il compratore scapitasse cento scudi, che quell' altro, alla cui stima si perdesse scudi dieci, e siano pur qualsivogliano cose quelle in cui s' investono i danari. Or tal discorso è molto erroneo per gli assurdi

di innumerabili, che ad eſſo ne vengono in conſeguenza, tra'quali uno ſarebbe
queſto, che ſeguitandoſi tal regola potrebbe accadere, che ſtimatori eſorbitantiſ-
ſimi, e del tutto ſtolti ſien degni d'eſſer antepoſti a ſtimatori di acutiſſimo giu-
dizio, e perſpicaciſſimo avvedimento. Io non credo, che il S. Nozzolini mi ne-
gherà, che ſe uno ſtimaſſe una noce di quelle, che ſe ne danno dieci al quat-
trino, valere uno ſcudo, ſia un eſorbitantiſſimo ſtimatore; ed all'incontro ſe u-
no nello ſtimare un giojello di valore di quattromila ſcudi, erraſſe di un ſolo
ſcudo, credo, che dal medeſimo Sig. Nozzolini, e da tutti i periti del mondo
ſarebbe ſtimato uno ſtimatore puntualiſſimo. Tuttavia ſe vogliamo ſeguire la ſo-
praddetta regola, biſogna dire lo ſtimator del giojello commetter maggiore ſtra-
vaganza, che quel della noce, poichè ſeguendo la ſua ſtima, chi pagaſſe il gio-
jello ſcudi 4001. reſterebbe in danno di uno ſcudo, e quello, che deſſe uno ſcu-
do per prezzo d'una noce, perderebbe tanto meno dell'altro, quanto è il valo-
re d'una noce, che pure è qual coſa. Ma dimoſtriamo più chiaramente anco-
ra, come non ſi poſſono giudicare in modo alcuno le ſtravaganze delle ſtime ſen-
za la relazione di quelle al giuſto valore della coſa ſtimata. Io domando al me-
deſimo S. Nozzolini, quale delli due ſtimatori è ſtato più eſorbitante, quello,
che nello ſtimare l'altezza d'un monte s'ingannò di cento braccia, o quello
che nello ſtimare il peſo di un giovenco s'ingannò di dieci libbre. Qui non ſi
può primieramente dire, che non ci ſia in neſſuno delli ſtimatori eſorbitanza,
poichè ciaſcheduno per difetto di giudizio ſtima lontano dal giuſto, e il difetto
del giudizio è la materia dell'eſorbitanza; nè ſi può dire quello eſſer più eſor-
bitante di queſto, perchè alla ſtima ſua ſegue perdita maggiore, che alla ſtima
dell'altro, atteſochè le cento braccia non vagliano nè più, nè meno, nè tanto
quanto le dieci libbre; dunque biſogna ridurſi neceſſariamente a dire, che per
giudicare della qualità, o quantità di tali ſtravaganze ſia forza ſapere qual foſſe
la vera altezza del monte, e quale il vero peſo del giovenco. Or pongaſi, che
la vera altezza del monte fuſſe 1000. braccia, e il vero peſo del giovenco fuſ-
ſe 100. libbre. Che dirà il Sig. Nozzolini chi ſi ſia maggiormente ingannato
delli due ſtimatori? forſe quel del monte, perchè s'ingannò di cento, che è più
di dieci, che è l'inganno della ſtima del giovenco? Ma ſe dalla grandezza del
numero nominato ſi dee attendere la grandezza della eſorbitanza, e dire che è 72
più eſorbitante lo ſtimatore del monte, che lo ſtimatore del giovenco, perchè
quello errò di cento, e queſto di dieci, muterò il nome delle dieci libbre in
centoventi once, e così quella che ſecondo il S. Nozzolini era ſtimata meno
erronea, diventerà più erronea. Or non ſon queſte pur troppo puerili vanità?
E chi non vede, che per determinare la controverſia biſogna ricorrere alla pro-
porzione geometrica, e dire lo ſtimatore del monte, che errò di cento braccia,
eſſendo l'altezza del monte braccia mille, s'ingannò della decima parte della
vera altezza, e lo ſtimator del giovenco, che errò dieci libbre dal vero, che fu
libbre cento, pur s'ingannò della decima parte del vero peſo; adunque queſti
furono ſtimatori egualmente erronei. E applicando queſto rettiſſimo diſcorſo alli
ſtimatori del cavallo ſi dovrà dire, perchè lo ſtimatore del più errò del decuplo
del vero prezzo, il qual vero prezzo fu decuplo della minore ſtima, adunque
l'eſorbitanze furono eguali. E qui mi par luogo di conſiderare quel che dice il
S. Nozzolini circa la proporzione geometrica, rifiutandola come non accomoda-
ta a giudicare nel noſtro caſo, ma ſi ben l'aritmetica; atteſochè quella (dice
egli) non ha riguardo all'identità numerica delle miſure, che ſi adoperano nel
miſurare, ma ſolamente riguarda, ſe le miſure, qualunque elle ſieno, ſon conte-
nute altrettante volte, o più, o meno nelle coſe, che ſi miſurano. Adunque,
Sig. Nozzolini, ſe io moſtrerò, che nel miſurar le coſe, delle quali noi diſputia-
mo, niente importi, che le miſure convengano nè anche in genere, non che

in specie, o in numero, la proporzione geometrica ci potrà benissimo aver luo-
go. Ora negherete voi, che la stravaganza di colui, che stima centocinquanta
braccia l'altezza di una torre, che misurata poi si trova esser braccia cento, non
sia eguale all' esorbitanza di quell' altro, che stima un Vitello pesare centocin-
quanta libbre, che poi alla stadera si trova esser cento, e non più? Certo biso-
gnerà dire questi esorbitare egualmente quanto al giudicare, ancorchè le misure,
che essi adoperano differiscano *plusquam genere*, servendosi l' uno del braccio, e
l' altro della libbra, sicchè non si può dire, che errino egualmente; perchè tan-
to vagliono cinquanta braccia d' altezza, quanto cinquanta libbre di peso. Ora
finalmente da quanto fin qui ho detto, possiamo conchiudere la misura delle e-
sorbitanze non esser quella medesima, che misura le cose, ma essere in astratto
una general relazione, e abitudine, che ha la stima falsa verso il vero valore
delle cose stimate; e così perchè le stime ne' due proposti esempi hanno ambe-
due relazione di maggioranza in ragione, o proporzione sesquialtera verso le ve-
re magnitudini di esse cose stimate; però si dee dire, che quelli stimatori hanno
egualmente esorbitato; ed essendo la misura delle stravaganze quale abbiamo det-
to, secondo che la proporzione delle false stime verso il vero valore andrà varian-
dosi, crescerà ancora o scemerà la grandezza della esorbitanza. E qui possiamo
concludere, che per misurare la grandezza delle stravaganze, che son difetti di
giudizio, bisogna servirsi della proporzione geometrica, e l' aritmetica servirà per
misurar semplicemente le perdite, che son danni della borsa, cose differentissime
dall' esorbitanze: anzi pure se vogliamo parlare più propriamente, possiamo lasciar
di nominare la proporzione aritmetica, perchè nel misurar la quantità della mo-
neta, come anco quella delle libbre, delle braccia, ec. per la quale le stime fal-
se distano dal vero valore, non ci bisogna altro, che semplicemente numerare.
Qui dunque consiste l' equivocazione del S. Nozzolini, nella quale incorse da prin-
cipio, e che poi ha voluto mantenere. Che se il primo quesito fosse stato proposto
73 sopra stime fatte circa cose, nelle quali l' esorbitanza non avesse apportato dan-
no, e perdite, dicendo v. g. due stimando l' altezza del gigante, che è dieci brac-
cia, uno lo stimò cento braccia, e l' altro uno; non sarebbe seguita controver-
sia veruna, perchè bene egualmente stolti appariscono ambidue, l' uno stimando-
lo più alto del palazzo lì appresso, e l' altro stimandolo così piccolo, che non
gli arriverebbe alla cintola. Nè per mio credere avrebbe il N. commesso un i-
steron proteron facendo dato quello, che era quesito, e quesito quello, che era
dato. Egli ha prima supposto per cosa retta, che l' esorbitarsi più, o meno, si
debba determinare dal discostarsi dal giusto per intervalli maggiori, o minori
aritmeticamente misurati, cioè assolutamente, e senza referirgli alla giusta gran-
dezza della cosa misurata; e stabilito questo, e volendo poi sostenere per ben fat-
to si è ridotto a dover dire, che più erri chi stima dugento quel che val cen-
to, che chi lo stima uno, o un mezzo; il che credo fermamente, che non a-
vrebbe detto, quando tal quesito gli fosse stato fatto da principio, ma avrebbe
risposto quel di uno; e fatta questa chiarissima supposizione, avrebbe poi potuto
conoscere la deviazione dalle vere stime dover esser regolata non dalla propor-
zione aritmetica, ma dalla geometrica: dove ora se egli vorrà persistere nella
medesima opinione, bisognerà sostenere infinite cose lontanissime da ogni ragione-
vol discorso, e dire, che migliore stimatore di due chiamati a giudicare a oc-
chio quante doppie erano quelle poste in un mucchio sopra una tavola, e che
veramente erano mille, fu quello che disse parergli, che potessero esser due, o
al più tre, che l' altro che l' avesse giudicate poter essere a suo giudizio duemi-
la, dove il primo senz' altro verrebbe subito sentenziato per iscemo al tutto di
mente, ma per condennar l' altro sarebbe necessario contar la moneta, perchè
l' ingannarsi del doppio può a molti accadere, ma l' errare in quattro, o cinque-

cen-

cento doppi, è coſa da ſtolti affatto. Ma più biſogna, che il Sig. Nozzolini dica, che colui che ſtima monte Morello eſſer alto 10000. braccia, ſia più eſorbitante ſtimatore, che un altro che diceſſe, che al ſuo giudizio è non ſolamente alto punto, ma è una laguna, o voragine profonda cento braccia, il che accaderebbe quando ſi trovaſſe, che la vera altezza del monte fuſſe un palmo meno di 5100. braccia, dal qual numero lo ſtimatore del 10000. ſi allontana 4900. braccia meno un palmo. E per riſpondere in ultimo anche alla facezia de' Beccai i quali affermano eſſerſi egualmente ingannati nella ſtima del peſo quei due, de' quali uno ſtimò centodieci quel vitello, che ſi trovò poi peſar libbre cento; e quell' altro, che lo ſtimò novanta; dico, che ciò procede perchè loro per poca intelligenza credono veramente, che egualmente s' ingannino nello ſtimare quelli, che egualmente ſi ſcoſtano l' uno nel più, e l' altro nel meno dal vero peſo, il che è falſo, nè eſſi intendono il perchè; e di tal loro ignoranza, ne è cauſa l' eſſer per lunga pratica divenuti così eſatti ſtimatori, che rare volte s' inganneranno anche di dieci per cento, come qui fanno li due ſtimatori del centodieci, e del novanta, perchè tra due numeri poco tra ſe differenti pochiſſima è la differenza del numero tra eſſi medio in proporzione aritmetica, e il medio geometricamente (come nel preſente caſo il medio aritmeticamente tra 110. e novanta, che è cento, poco è differente dal medio geometricamente, che è novantanove, qualcoſa di più) quindi è che la picciolezza dell' errore non ſi rende conoſcibile alla lor poca intelligenza, che quando l' uno di quelli ſtimatori aveſſe giudicato il vitello peſar libbre dugento, e l' altro manco di quattro danari, aſſolutamente neſſun beccajo avrebbe detto quel delle dugento libbre eſſer 74
più eſorbitante ſtimatore, che l' altro di quattro danari, che l' errar da un vitello di latte, che abbia un meſe, a un giovenco, che ne abbia tre, è aſſai più tollerabil difetto, che lo ſcambiarlo con un grillo; de' Vitelli, che peſino dugento libbre pur ſe ne trovano, e ſe ne vedono tutto il giorno, ma de' minori di un grillo non ſe ne ſon veduti giammai.

Ho detto queſto, che mando a V. S. più per ſoddisfare al ſuo comandamento, che per guſto ch' io abbia di occuparmi in ſimili controverſie, delle quali ella ſa quanta occaſione io abbia d' eſſer più che ſazio. Ancorchè di quanti l' abbian voluta meco neſſuno ſia, che non ſia reſtato, come ſi dice, a piedi. Di quel che poteſſe accadere al preſente io non lo ſo, concioſſiachè lo ſcrittore delle due lettere ſi moſtri aſſai più giudizioſo di quanti avverſarj io abbia ſin qui avuti. Gradiſca V. S. la mia buona volontà, e ſcuſi l' inſufficienza. E le bacio le mani.

Poſcritta di Galileo Galilei.

LA copia della lettera ſcritta dal medeſimo Sig. Nozzolini in riſpoſta di una dell' amico noſtro di Roma ſcritta in conſermazione della mia opinione, mi è pervenuta nel ſerrar di queſta, che gli mando, e perchè potrebbe accadere, che l' amico di Roma non vedeſſe quanto gli viene oppoſto, mi pare di riſpondere alcuna coſa per lui, ſebben ſon ſicuro, che egli per ſe medeſimo aſſai meglio ſi difenderebbe. Scriſſe l' amico di Roma confutando l' opinione di chi vuol miſurare l' eſorbitanze cogli allontanamenti dal giuſto miſurati aritmeticamente, che ſe ciò fuſſe vero, biſognerebbe, che quel cavallo, che coll' eccesſo nel più fuſſe ſtimato ſcudi dugento valendo veramente cento, fuſſe, per fare un eguale eſorbitanza nel meno, ſtimato nulla, il che è inconvenientiſſimo; eſſendochè dal cento al dugento ſi trova pur qualche abitudine, o ragione, o riſpetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè riſpetto alcuno. A queſto riſponde il Sig. Nozzolini concedendo prima, che ſtimarlo nulla ſarebbe veramente

non solo una stravaganza maggiore dello stimarlo dugento, ma uno sproposito, e mera stoltizia; e che per trovare una stravaganza, la quale nella stima del meno pareggi l' altra del più, quando è di dugento, bisogna domandare due cavalli per cento scudi; ma accortosi, che il dir così viene a esser direttamente contro di se, perchè servando la proporzione geometrica viene a stimar un cavallo cinquanta scudi conforme a che diciamo noi, soggiugne ciò non essere uno stimare i cavalli cinquanta scudi l' uno, ma un voler pagare uno de' cavalli ducati cento, e l' altro nulla. Or qui lascio stare, che il Sig. Nozzolini sarà unico al
75 mondo in dar cotal senso stravolto alla sua risposta, e gli domando in qual cosa consiste la stravaganza della stima nel meno, mentre domanda due cavalli per cento scudi, la quale secondo lui pareggi l' altra nel più, che stima scudi dugento il medesimo cavallo. Nell' uno de' due cavalli, che egli dice intender di stimare cento scudi, non è assolutamente stravaganza alcuna, perchè lo stima il giusto prezzo: adunque bisogna per necessità rispondere tutta l' esorbitanza essere nell' altra, che si pretende il cavallo per niente; e così questa medesima stravaganza, che poco fa fu giudicata dal Sig. Nozzolini uno sproposito sopra tutte l' esorbitanze, sarà ora ammessa per una stravaganza simile all' altra della stima de' dugento ducati.

Ma facciamo ancora più manifesto l' equivoco con pigliar altra sorta di stime. Se uno stimasse alta dugento braccia una torre, che veramente fusse alta cento, con qual esorbitanza nel meno pareggerà il Sig. Nozzolini l' altra nel più? Già il dire, che non è alta nulla vien giudicato uno sproposito da stolti; adunque egli dirà, che due di tali torri sarebbero un' altezza di cento braccia, ma che non per questo sarebbon cinquanta braccia l' una. Ma che sarebbero Sig. Nozzolini l' una braccia cento, e l' altra braccia nulla? ma che torre sarà questa senza altezza alcuna? vanità estreme, e fughe miserabili.

Aveva nel secondo luogo l' amico di Roma per confermazione della nostra opinione argomentato così. Uno, che stimasse scudi centonovantanove il cavallo, che val cento, si allontana dal vero quanto un altro, che lo stima uno scudo, intendendo secondo la proporzione aritmetica; tuttavia la stravaganza di questo è tanto maggior dell' altra, quanto secondo lo stile di mercatura quando il cento diventa centonovantanove si guadagna novantanove per cento, dove che nell' altra stima quando l' uno diventa cento, il guadagno è di 9900. per cento. Qui grandemente si maraviglia il S. Nozzolini, dice che l' amico s' inganna, ed in somma rafferma nell' addotto esempio la perdita, ed il guadagno esser simili, perchè siccome la stima del centonovantanove guadagna novantanove per cento, così in quella dell' uno si perde pure novantanove per cento, che però il conto torna giustissimo in confermazione della sua opinione; soggiugne in modo alcuno non potersi da altre stime ritrarre gli utili, e le perdite, quali l' amico di Roma afferma ritrarsi. Qui io rispondo quel che già più volte si è detto, che non la quantità de' guadagni, e delle perdite è misura della quantità, e grandezza delle stravaganze delle stime; e benchè nella stima del centonovantanove si guadagni effettivamente novantanove, e che in quella dell' uno si perda pur novantanove, non è per questo, che il vantaggio del mercante nel trafficar cento scudi, sicchè diventino centonovantanove, sia eguale al disvantaggio dell' altro, che col medesimo capitale si riduce a uno (i quali vantaggi, e disavvantaggi rispondono all' esorbitanze delle stime, come quelli, che dependono dal più o meno giudizio, e perizia nel negozio.) Che se gli assoluti guadagni, e perdite dovessero essere misura della perizia e vantaggio, e della imperizia e disavvantaggio nel negoziare, converrebbe, che quello, che trafficando mille scudi si conduce a due milla fusse giudicato miglior negoziante di quello, che negoziandone cento si conducesse a mille, essendochè que-

questo guadagno è novecento scudi, e quello è mille. Tuttavia ciò non è vero, anzi quello è tanto più perito negoziatore, quanto il guadagnare novecento per cento è più vantaggioso negozio di quello dove si guadagna cento per cento, che è il medesimo, che guadagnar mille per mille. Se poi lo scapitare dal cento a uno, sia (come dice l' amico di Roma) per appunto simile al guadagnare 9900. per cento, io non lo so, crederò bene, che venendo scritto da persona molto intelligente, ne abbia la sua dimostrazione. Ma per quanto appartiene al presente negozio, a me basta mostrare, che l' imperizia, e disavvantaggio nel trafficare di quello, che da cento si riduce a uno sia assaissimo maggiore della perizia di quello, che negoziando da cento si riduce a dugento, il che proverò così. L' imperizia nel trafficare di quello, che da cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore di quello, che negoziando da due si riduce a uno. E l' imperizia di chi da due si riduce a uno mi pare assai simile alla perizia di chi negoziando da uno si conduce a due, e però l' imperizia di chi da cento si conduce a uno sarà assaissimo maggiore della perizia di chi da uno si conduce a due, la qual perizia è la medesima, che quella di colui, che negoziando con cento si conduce a dugento; adunque l' imperizia di colui, che con cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore della perizia di quello, che con cento si conduce a dugento. 76

Segue appresso il Sig. N. e digredendo alquanto soggiugne in confermazione di quello ha detto nell' altre due lettere, parergli, che la stravaganza nello stimare sia la medesima, che quella del comprare, e vendere, e però lasciato da parte lo stimatore considera ciò, che accade nelle vendite, e nelle compre, dove se io vi so pagare centoventi soldi uno stajo, di grano, che vaglia veramente cento, per ristorare il vostro danno debbo un' altra volta darvelo per soldi ottanta, e se io vi avessi fatto pagare mille soldi uno stajo, non vi ricompenserei con darvene poi uno stajo per soldi dieci; ma siccome io volli prima per un sulo stajo il prezzo di dieci staja, converrebbe, che poi dessi a voi staja dieci pel prezzo di uno stajo. La risposta a questo è di già manifesta nella lettera, dove ho mostrato la misura delle stravaganze esser diversissima da quelle con che si misurano li scudi, le braccia, le libbre, ec. E nel presente caso il rendere al compratore quello, che dette sopra più, persuaso da una stima esorbitante ristora bene il suo danno, ma non medica punto l' esorbitanza della stima, la quale è incurabile. Se la grandezza dell' esorbitanza fusse la medesima, che la grandezza del danno, dove fusse il medesimo danno, sarebbe anco la medesima esorbitanza, e perchè il restituirmi un soldo ristora il danno fattomi dal venditore nel farmi pagare centun soldo una oncia di zafferano, che valeva solamente cento, e colla restituzione di un soldo son rifatto del danno, che ricevei dal venditore mentre pagai due soldi un limone, che valeva un soldo, e non più, si dee però dire l' esorbitanza nello stimar centuno quel che valeva cento, esser eguale a quella, che valuta due quel, che val uno? E chi è così cieco, che non veda, che se io rinvesto i miei danari in zafferano, perderò solamente uno per cento, e se io gli rinvesto in limoni, perderò cinquanta per cento? Dove il Sig. Nozzolini dice la stravaganza dello stimare esser la medesima, che quella del comprare, e vendere, meglio era dire esser la medesima, che l' inganno nel comprare, e vendere. E perchè quello, che mi vuol far pagare soldi due i limoni, che vaglion solamente un soldo l' uno, mi vuole ingannar del doppio, e quel del zafferano si contenta del guadagno di uno per cento; però tanto quanto l' inganno di quello è maggiore, di tanto la sua stima si dee dire esser più esorbitante. Ho detto di sopra, che il restituire il soprappiù ristora il danno al compratore, ma non emenda la stravaganza dello stimatore, la quale dissi esser incurabile; il che maggiormente si manifesta con figurar la stravaganza nella stima di altro, che

che di prezzi. E che ciò sia vero dicami il Sig. Nozzolini in qual maniera egli
77 emenderà la stravaganza della stima fatta sopra l' altezza di una torre, che essendo alta solamente cento braccia, fu stimata centottanta. Dirà forse egli tale esorbitanza correggersi quando un' altra simile fusse stimata alta braccia venti. A me pare, che chi dicesse così, non solo non emenderebbe la prima esorbitanza, ma ne commetterebbe un' altra maggiore.

A quello, che il S. Nozzolini dice per aggiugner chiarezza alla sua verità, che è, che quando si esorbita nel più, e nel meno colli medesimi nomi di parte, o di multiplice, sempre si trova la proporzione aritmetica, e che egli esemplifica dicendo, posto che una cosa vaglia dodici, e che uno se ne allontani nel più per un sesto, e un' altro nel meno pure per un sesto, ne vengono i due numeri quattordici, e dieci, dove apparisce la proporzione aritmetica, dico, che questo è tanto vero quanto il dire, che i numeri posti in proporzione arimetica, sono posti in proporzione aritmetica, e che ciò sia. Definischiamo, che cosa sia il disporre i numeri in proporzione aritmetica, e si vedrà chiaramente dispor numeri in proporzione aritmetica essere l' ordinarli con differenze eguali fra di loro, cioè por tra di loro l' istesso numero, ma la medesima parte di un numero è sempre l' istesso numero (come per esempio la sesta parte di dodici è sempre due) adunque tanto è dire, por tra essi la medesima parte di un numero, che por tra essi il medesimo numero; talchè io non intendo, che guadagno ci apporti il nominar di parti ec. Ma posto che alcuna novità o acquisto ci fusse, io non però resto capace, come, perchè l' aggiugnere, e il sottrarre la medesima parte dispone i numeri in proporzione aritmetica, ne debba in conseguenza seguire, che l' esorbitanza delle stime si abbia a regolare colla proporzione aritmetica. Questo è un tornare a suppor sempre di arbitrio quello, che tuttavia io niego, ed è in quistione. E qui di nuovo le bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

PEr mano del fattore di V. S. ho ricevuto il libro, ed insieme le opposizioni del Sig. Galilei, alle quali risponderò brevemente per obbedire a V. S. Io non so con quale intenzione ella mi faccia scrivere sopra tal materia, nè a me tocca il ricercarla, so bene che oltre all' obbedirla, che la mia intenzione in questo caso non è se non d' imparare. Se io stessi in Firenze, cercherei ogni occasione di poter praticare col Sig. Galilei per apprender sempre qual cosa da' suoi dotti ragionamenti. Poichè ciò non mi è conceduto, ora che mi è nata occasione di ragionar seco per lettere, la piglio volentieri per la causa detta; se poi egli ne riceva briga, e perdimento di tempo nello scrivere, bisogna, che egli abbia pazienza. Gli uomini ricchi hanno sempre molti poveri all' uscio, e
78 bisogna, che lo comportino, e così le persone dotte sono infastidite da quelli, che cercano d' imparare da loro. E quanto a quello, che V. S. mi dice di aver operato, che in questa sua lettera sia taciuto il mio nome, forse per mia ricoperta, poichè in essa spesse volte vien replicato, che le cose, che io ho detto sono sciocche, vane, puerili, erronee, inette, stoltissime, e altre simili parole, io rispondo, che non occorreva avermi questo rispetto; io non mi sdegno, che da lui mi sia detto così, perchè sapendo io, che il mio sapere è piccolissimo, e il suo è in altissimo grado, non mi ho da vergognare, che da lui mi sieno date quelle riprensioni, che meritamente si vengono alla mia ignoranza: per tanto venendo ora al proposito delle opposizioni fattemi rispondo così.

La prima veramente non è opposizione, ma è una domanda, che io spieghi, e dichiari in che modo la proporzione aritmetica entri negli atti della giustizia commutativa, cioè nel vendere, comprare, barattare, prestare, ec. attesochè a lui

lui pare, che detta proporzione aritmetica non abbia cosa alcuna che fare con simili faccende. Questo fu da me esplicato, ma brevemente nella prima lettera, ora per soddisfare a tal domanda, la qual mi vien replicata più di una volta con lunga solennità di parole, bisogna che io l'esplichi un poco più a lungo.

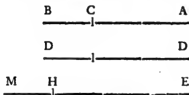
Aristotile nel quinto libro dell' Etica al capitolo terzo dichiara, che la proporzione geometrica si osserva in quella parte di giustizia, che si chiama distributiva, alla quale si appartiene giustamente distribuire i premj, e le pene, le pubbliche imposizioni, gabelle, e retribuzioni a ciascuno, non già con indifferente egualità, ma con tal proporzione, che come si ha merito a merito, così si abbia retribuzione a retribuzione. E dichiarando come si chiami questa tal proporzione dice così. *Hanc vero proportionem Mathematici Geometricam vocant*. Ma nella giustizia commutativa questa proporzione geometrica non ha luogo, ma sibbene l'aritmetica, come chiaramente insegna il medesimo Aristotile nel medesimo libro quinto al capitolo quarto dove tratta *de jure commutativo*, e dice così. *Jus vero quod in commerciis est, non illa constat proportione, sed arithmetica*. E questo va poi di sotto dichiarando con molte ragioni, ed esempj. Per soddisfazione della sopradetta domanda, se io non aggiugnessi altro, credo, che questo mi potesse bastare; nondimeno non mi parrà fatica seguitar più oltre cogli esempj per maggior manifestazione di questa cosa.

Di questo, che di sopra si è detto, io nella prima lettera posi questo esempio. Suppongasi, che noi facciamo una divisione di mercanzia comune, voi avete roba per ventiquattro scudi, ed io per sei, nell' aggiustare questa disuguaglianza se noi la riducessimo alla mezzanità geometrica, cioè alli dodici, colui, che avesse dodici resterebbe aggravato, perchè essendo tutta la mercanzia trenta, mentre che uno ne ha dodici, l'altro n'ha dicidotto, ma se noi la riduchiamo alla mezzanità aritmetica, cioè alli quindici, ciascuno avrà il conto suo; è vero, che questo tale esempio fu allora per inavvertenza da me chiamato baratto, ma poco dipoi corressi l'errore; per tanto non posso negare, che non mi sia alquanto paruto duretto, che il Sig. Galilei avendo veduto la correzione, in ogni modo più di una volta sia entrato a biasimare detta inavvertenza. Che occorre ferire i morti? Che accade confutare quello, che da me è stato reprobato, e corretto? Parevami, che ciò si potesse facilmente dissimulare, ma *transeat*.

Presi questo esempio di divisione di mercanzia comune perchè più facilmente vi si vedeva questa verità, ma non è per questo, che la medesima proporzione 79
aritmetica non entri anco non solo nelle compre, ne' baratti, nelle prestanze, e altre commutazioni volontarie, ma ancora nelle involontarie, come sono l'usurpazioni, l'ingiurie, e l'offese, nelle quali in qualche modo entra 'l jus commutativo: allora non mi posi a ciò esplicare, per evitar prolissità, ma ora per obbedienza non guarderò a questo. Nel predetto capitolo quarto ci insegna Aristotile, che nella giustizia commutativa non si ha rispetto a dignità, o merito di persona, ma tutti si stimano eguali, e quando uno vende, o baratta, non ha a riavere più, o meno del giusto per esser più ricco o più nobile, ma ogni cosa si ha a ridurre all' egualità, come se noi fussimo tutti del pari. Ora quando noi venghiamo a contrattare insieme, ci abbiamo a stimare eguali. Però dichiamo per esempio, che io voglia dieci, e voi dieci. Subito che contrattiamo io do a voi o in vendita, o in baratto, o in prestanza, o in altro modo sei della mia roba, voi diventate di sedici, ed io di quattro. Qui bisogna aggiustare questa ineguialità; se noi ricorriamo alla mezzanità geometrica, cioè all' otto, col restituirmi quattro io non avrei il mio conto; nè anco è dovere, che avendo voi dodici più di me, vi si tolga tutto quel dodici per darlo a me, perchè io diventerei di sedici, e voi di quattro, e così tornerebbe la medesima disuguaglianza;

za; ma riducendoſi al numero, che tra il ſedici, e il quattro è mezzano aritmetico, cioè al dieci, allora ſarà fatta la giuſta agguaglianza.

Ariſtotile in detto luogo per moſtrare, che nelle commutazioni tutti gli uomini ſi ſtimarono eguali, quando vuole eſemplificare, aſſomiglia i contrattanti a due linee eguali: v. gr. ſupponghiamo, che A B, ed E H, ſiano due contraenti eguali, e per via di alcuna commutazione da A B ſi levi la parte C B, e ſi aggiunga all' E H, che creſcerà in E M. Per aggiuſtare queſta diſuguaglianza ſi ha da trovare il mezzo aritmetico tra E M, e C A, il quale ſia D D, e queſto è quello, che ſi chiama il giuſto, e poi dall' E M ſi ha da tagliare non tutta quella parte con che ſupera la A C; ma ſolamente tutta quella con che ſupera il giuſto D D; però tagliandone H M, ed aggiugnendola ad A C, eſſa ritornerà A B, come era prima.



In oltre pone altri eſempj negli atti involontarj dell' offeſe, e dell' ingiuria, e chiama l' offendere acquiſto, e l' eſſer offeſo perdita, la quale vien poi dal Giudice ſtimata o in danari, o in altro, per poter ridurre la coſa all'egualità, onde, come dice qui Euſtrazio nel comento, pare, che il Giudice chiami a ſe l' offenditore dicendo, voi eravate prima del pari, v. g. tu eri quindici, ed egli quindici. Ora per l' offeſa, che tu gli hai fatta, la quale da me è ſtimata nove, tu ſei diventato ricco di ventiquattro, ed egli è reſtato povero di ſei. Ora biſogna ridurre la coſa al giuſto, il quale è mezzo fra queſti due ingiuſti ventiquattro, e ſei, ſe egli fuſſe mezzo geometrico, cioè dodici, non ſi ſarebbe la debita uguaglianza, ma ſibbene col pigliar mezzo aritmetico. Ed in queſta maniera Ariſtotile, ed i ſuoi comentatori dimoſtrano la giuſtizia commutativa governarſi colla proporzione aritmetica, ec.

80 Ora non pare a me, che mi reſti altro da fare ſe non moſtrare, che l'aggiuſtamento della diſuguaglianza delle ſtime ſi appartenga alla giuſtizia commutativa, e per conſeguenza ſi ſerva della proporzione aritmetica. Queſto aſſai efficacemente pare, che ſi poſſa provare coll' uſo inveterato comunemente accettato da ognuno. Quando ſi radducono due ſtimatori alla ſtima di alcuna coſa, v. gr. di un podere, e che avute tutte le debite conſiderazioni ſono in differenza, per eſempio di cento ſcudi, e non ſi vogliono accordare; allora ſi chiama un terzo, al quale ſe apparirà alcuna ragione da appreſſarſi più all' uno, che all' altro, la dirà, ed accomoderà il negozio. Ma poſto che a lui non appariſca alcuna probabile ragione contro alcuno di loro, ſi vede, che ſecondo un uſitatiſſimo coſtume queſto chiamato dà in quel mezzo colla proporzione aritmetica, e non a torto, perchè non gli apparendo alcuna evidente ragione in favore più dell' uno, che dell' altro, perchè debb' egli accoſtarſi più all' uno, che all' altro? Onde nel caſo noſtro, ſe li due ſtimatori del dieci, e del mille ſteſſero oſtinati, e ſi deſſe loro un tal terzo, che non vedeſſe coſa alcuna, che lo perſuadeſſe ad approvare più l' una ſtima, che l' altra, che altro farebbe egli ſe non dare in quel mezzo? per qual ragione ſi debb' egli accoſtare più al dieci, che al mille? Queſte ragioni preſe dall' uſo comune conſervato ſempre inſino da' noſtri antichi, appreſſo di me ſono di grandiſſimo momento. E però io ſtimo aſſai ben provata queſta coſa. Conoſco, che io dovrei fermar qui il mio ragionamento, perchè ſe le coſe dette ſon vere, tutte l' altre oppoſizioni caſcano a terra, e ſe elle non ſon vere, non ſaranno anco di momento alcuno quelle, che io ſia per dire; nondimeno per eſercizio litterario andrò ſeguitando l'altre oppoſizioni.

SE-

SECONDA OPPOSIZIONE.

Mi ſi oppone, che io abbia mal determinato, che la diviſione di mercanzia comune appartenga alla giuſtizia commutativa, perchè ſecondo lui appartiene alla diſtributiva. Riſpondo, che la giuſtizia diſtributiva colla ſua proporzione geometrica ha riguardo al valore, e al merito delle perſone, e dove trova diverſità di merito, non diſtribuiſce mai egualmente. Ma quando due mercanti dividono una mercanzia comune, ſe l' uno di loro aveſſe più prerogative, che non furon mai, non avrà mai nella diviſione pur un quattrino più della metà. E qui non dirò altro.

TERZA OPPOSIZIONE.

Quando io diceva, che le due ſtime del dieci, e del mille ſarebbono egualmente ſtravaganti, quando il giuſto prezzo fuſſe cinquecentocinque, dice, che queſto ſarebbe vero quando la ſtravaganza delle ſtime ſi pigliaſſe dalla lontananza dal giuſto prezzo, ma ella ſi dee pigliare dall' eſorbitanza. Per riſpondere a queſta coſa biſogna, che io mi rifaccia un po più da alto. Quando V. S. mi propoſe il preſente dubbio, me lo propoſe con queſte preciſe parole, una coſa val veramente cento ſcudi, da uno è ſtimata mille ſcudi, e da un altro dieci ſcudi, ſi domanda chi abbia di loro ſtimato meglio, e chi abbia fatto manco ſtravaganza nello ſtimare. Quanto a quelle parole, meglio ſtimato, mi penſava, che migliore ſtimatore ſi doveſſe interpretare come nell' altre coſe, v. gr. miglior tiratore di arco, di baleſtra, o di ſtioppo ſi chiama chi col tiro più ſi appreſſa al berſaglio, miglior giuocatore di pallottole, o di trucco colui, che *ceteris paribus* ſi appreſſa più al ſegno: e con queſti mi pareva che aveſſe conformità il caſo noſtro, e però migliore ſtimatore fuſſe quello, che più ſi appreſſa al giuſto prezzo della coſa: conſiderando quell' altra parola di ſtravaganza, penſava, che ſtravagare non voleſſe dir altro, che andar vagando fuori di qualche coſa, e che tanto maggiore o minore fuſſe la ſtravaganza, quanto più o meno altri ſi allontanaſſe da quella tal coſa, il qual ſignificato veniva a tornare il medeſimo come quel di ſopra. Ora queſta ſtravaganza vien chiamata eſorbitanza, e guardando io di cavare dalle parole di queſta ſcrittura quel che da lui ſia inteſo per eſorbitanza, mi par di raccorre, che non voglia dir altro, che ſciocchezza, e balordaggine; poichè quando il Sig. Galilei biaſima una di queſte ſtime eſorbitanti, le chiama ſciocche, ſtolte, e da uomo cieco di mente, e con altri ſimili vocaboli, ſicchè il ricercare quale ſtima ſia più eſorbitante, non vorrà dire altro ſe non quale ſtima ſia più ſciocca, e balorda. 81

Prima che io paſſi più oltre intorno alla ſciocchezza, e balordaggine delle ſtime, io voglio ſupporre quello, che ſi ſuppone della ſciocchezza, e balordaggine delle diſpute dialettiche. E' vero, che il dialettico profeſſa di diſputare con qualunque di qualſivoglia problema, ma diſcaccia dalle ſue diſpute quegli, che affermaſſero coſe tanto empie, che meritaſſero gaſtigo; come chi negaſſe, che Dio ſia buono, o che il Padre ſi debba onorare, e altre ſimili, ovvero negaſſe coſa tanto chiara, che quel tale moſtraſſe di eſſer privo di ſentimento, come chi negaſſe, che la neve fuſſe bianca, o che il fuoco fuſſe caldo. Nel medeſimo modo tengo, che non ſi debba aver conſiderazione di quelle ſtime, che ſenza alcuna ſcuſa moſtrino, che lo ſtimatore ſia privo di cervello, come ſarebbe, che uno vedendo ſcoperte ſopra una tavola diecimila doppie, diceſſe, che fuſſero una, o due, ovvero che Montemorello gli pareſſe una laguna, e che un vitello peſaſſe quanto un grillo, o che cinquecentocinque piaſtre fiorentine peſaſſero una libbra, o altre ſimi-

ſimili: però da ſimili ſciocchiſſime ſtime non voglio, che ſi piglino argomenti contro di me. Però da certi eſtremi non ſi può giudicare della natura della coſa; ſebben ſi vede, che una gocciola di acqua ſta rotonda come una palla ſopra un mattone, ovvero ſta pendente da un tetto ſenza cadere, non ſi può poi arguire, che un baril d' acqua ſia per fare il medeſimo. E ſebben nelle precedenti lettere ho ragionato di quelli ſtimatori, che ſtimano uno ſcudo, ovvero dieci quel cavallo, che val cento, nondimeno ho ſuppoſto, che queſti conoſceſſero qualche probabil cagione di ſtime così baſſe, come dire, penſaſſero, che quel cavallo aveſſe tale infermità, che in breve diventaſſe una carogna, o che doveſſe morire la ſera medeſima, o altre ſimili. Avendo dunque per noſtro ſuppoſto ſcacciato da' noſtri ragionamenti queſte ſciocchiſſime ſtime, noi vedremo, che la ſtravaganza non vuol dir altro, che lontananza dal giuſto, il che appare così. Quando 10000. doppie da uno ſtimatore ſon giudicate due, e da uno 20000, ſebben è più vicino al vero quel di due, che quel di 20000 nondimeno confeſſo, che ſarà più ſciocco. Ma partianci da queſti eſtremi, non mi ſi argomenti da una gocciola di acqua a un barile: ſia lecito a me quello, che è lecito a ogni diſputante, partanſi da noi queſti ſciocchiſſimi ſtimatori, e parliamo di due ſtime più giudizioſe; una coſa, che vale ſeſſantacinque da uno è ſtimata ſeſſanta, e dall' altro ſettanta, qui non è eſorbitanza nè ſciocchezza; ora
82 ſe il giudizio della ſtima non ſi ha da pigliar dalla vicinanza del giuſto, da qual altra coſa ſi avrà egli a pigliare? ſi vede pure, che quella ſtravaganza vuol dir lontananza dal vero, poichè in tutte le ſtime è ſtravaganza, o poco, o aſſai, ma non già in tutte è ſciocchezza. Ora ſe il giudizio di queſte due ſtime di ſeſſanta, e ſettanta ſi piglia dalla vicinanza del giuſto, perchè non avverrà il medeſimo anco nell' altre?

In oltre ſupponghiamo, che ſi diſputi del peſo di una coſa, che in verità peſi libbre ſeſſanta, e da uno ſia ſtimata libbre cinquantacinque, e dall' altro cinquanta, qui ambidue hanno ſtimato meno, e pure ſi dà la vittoria a chi più ſi appreſſa al giuſto. Se quella coſa fuſſe in verità peſata quaranta, amendue avrebbon detto più, e nondimeno ſarebbe ſtimata migliore quella ſtima, che più ſi appreſsaſe al giuſto. Ora ſe quando amendue pendono nel più, ovvero amendue nel meno, ſi miſurano le ſtime colla vicinanza del giuſto, qual ſarà la cagione, che quando un pende nel più, e l' altro nel meno, non ſi abbia a oſſervare il medeſimo ordine?

In oltre io conſidero le parole del dubbio propoſto, dove dato, che uno ſtimi dieci, e uno mille quel che val cento, ſi domanda due coſe, una chi abbia meglio ſtimato, l' altra chi abbia fatto minore ſtravaganza. Quanto a quel meglio ſtimato dico così, dove è il buono, e il meglio, biſogna ancora, che ſia l' ottimo, perchè dove è una coſa buona, e poi un' altra migliore, ſe non ſi terminaſſe nell' ottimo, ſi darebbe il proceſſo in infinito, trovato l' ottimo, gli altri buoni tanto ſono ſtimati migliori, quanto più s' appreſsano all' ottimo, nelle ſtime l' ottimo, è il giuſto, adunque quanto l'altre ſtime manco s' allontanano dal giuſto, tanto ſaranno migliori, ſicchè la lontananza dal giuſto determina quel meglio ſtimato.

Ora ſe il fare manco ſtravaganza fuſſe il medeſimo, che meglio ſtimare, non ci ſarebbe più dubbio alcuno. Qui io voglio credere, che ſiano coſe diverſe, acciò io non noti di ſuperfluità il propoſitore del dubbio, che abbia fatta la medeſima domanda due volte, ovvero in due modi. Però è veriſimile, che ſi debba diſtinguendo dire, che delle ſtime alcune ſono vicine al giuſto, ed alcune molto lontane, e che queſte ſeconde ſieno chiamate le ſtravaganti. E che il detto propoſitore abbia veduto, che amendue le ſtime ſieno molto lontane, e però abbia domandato quale di loro ſia manco ſtravagante. Per determinare il vero in

que-

questo caso parmi, che si debba di nuovo distinguere dicendo, di queste sti-
me stravaganti alcune hanno la loro stravaganza chiara, manifesta, ed espressis-
sima a i sensi senza alcuna probabil cagione di tanta sciocchezza, come chi stima
due quelle doppie, che son 10000. Alcune altre hanno la loro stravaganza più co-
perta, e con qualche probabil ragione, come chi vedendo una balletta di piombo,
che pesa dugento libbre, pensando che sia stoppa, la stima dieci. Se noi parliamo
di queste seconde, dove sia bisogno venire al pesare, misurare, o contare, di-
co, che in queste procedono benissimo tutti i miei ragionamenti fatti di sopra;
perchè a che effetto si vien egli al peso, e alla misura se non per vedere chi
più si sia appressato al giusto? Se noi parliamo di quelle prime esorbitanze scioc-
che, che di queste niuno Artefice o Scientifico dovrebbe parlare, o dar regola,
perchè debbono essere scacciate da gli uomini giudiziosi, quando mai viene in di-
sputa se un grillo pesi quanto un vitello, o se monte Morello sia una laguna? ma
caso ch' e' se ne debba ragionare, per isminuzzare anco un po più questa faccenda,
io voglio farne un'altra divisione dicendo, di queste esorbitantissime stime alcuni
hanno l' esorbitanza manifesta da una parte sola o del meno, o del più, come
quella delle 10000. doppie stimate due nel meno, e 20000 nel più, dove ap- 83
parisce più sciocchezza nel meno, che nel più. Alcune altre hanno la sciocchez-
za manifesta dall' una, e dall' altra parte, come se il Gigante di piazza fusse
stimato un braccio nel meno, e alto quanto il palazzo nel più, nelle quali a-
mendue stime si vede apertissima la stoltizia. Se noi parliamo di quelle da una
parte sola, dico, che da quella parte sempre apparirà la sciocchezza non solo in
proporzione aritmetica, ma anco in geometrica. Do questo esempio; io sto ap-
poggiato a una torre alta trenta braccia, e la stimo, e dico, che essa non è
niente alta più di me, e un altro dice, ch' ella è alta trecento braccia, qui è
la proporzione geometrica, e nondimeno la mia stima sarà sempre tenuta più
sciocca, perchè senz' altra misura si vede, che io dico un estremo sproposito,
dove a voler vedere di quell' altro bisognerà venir alla misura. Ma se noi par-
liamo di quelle, che hanno la sciocchezza dall' una, e dall' altra parte, dico,
che poichè in queste la stravaganza, e la sciocchezza non decide la questione,
bisognerà venire alla misura del gigante, e del palazzo, e guardare quale del-
le due stime si sia più appressata al vero, sicchè in tutti i modi pare, che la
cosa torni qua, che la stravaganza delle stime s' abbia a misurare colla vici-
nanza del giusto.

QUARTA OPPOSIZIONE.

Questa proposizione è intorno al ritrovar le stime coll' eccesso del meno corris-
pondente all' eccesso del più in proporzione aritmetica. Mi è domandato così,
quando il cavallo di cento scudi sarà stimato nel più mille, qual sarà la stima
del meno? A questo rispondo, che senza fare a quel cavallo una covertina sì
ricca, ci è un altro modo col dir così, come tu per un cavallo chiedendo
mille scudi vuoi dieci prezzi, e così io per un prezzo solo voglio dieci cavalli,
e però stimo, che dieci cavalli vagliano cento scudi, e questo non perchè io sti-
mi, che essi vagliano dieci scudi l' uno, ma per avere sopra dieci cavalli quella
tanta stravaganza nel meno, che corrispondesse a quella del più. Questa mede-
sima domanda fece l' Amico di Roma, dicendo se il caval di cento fusse stima-
to dugento nel più, a volerlo con pari proporzione stimar nel meno, bisogna
dire, che egli vaglia nulla. A questo io risposi, che senza venire a questo spro-
posito del nulla, ci era un' altra via col dire, che così come tu chiedendo du-
gento, chiedi due prezzi per un cavallo, così io per un prezzo chiedo due ca-
valli, stimando che due cavalli vagliano cento scudi. Ora dal Sig. Galilei nel-

 la

la Poſcritta mi viene oppoſto, che io abbia meſſo in campo l' offerta del nulla, leggaſi la mia terza lettera, non ſi troverà, che io dica queſto; anzi per non aver a diſcender a queſto di ſtimar nulla un cavallo, ho trovato l' altro modo di chiedere, e ſtimar due cavalli cento ſcudi, è ben vero che io ſoggiunſi, che in queſto modo di ſtimar cento due cavalli vi era naſcoſo il nulla, ma non già aperto, e ſpropoſitato, come ſarebbe dicendo, io ſtimo nulla queſto cavallo, perchè mentre io ſtimo due cavalli cento ſcudi, non vedo, che ſi faccia alcuna menzione del nulla: però tutto quello, che nella poſcritta è detto contro di me in queſta materia, è detto a torto, per non aver ben guardato la mia lettera.

84 QUINTA OPPOSIZIONE.

Mi oppone, ch' io abbia detto, che la ſtravaganza delle ſtime ſi abbia a pigliare dalla perdita pecuniaria, e però in quelle dove non ſia perdita pecuniaria, ſebben ſieno ſtravagantiſſime, a mio detto non ſarà errore neſſuno. Io ho guardato un po di bozza, che io ho quaſsù della mia prima lettera, e non ci trovo queſta coſa; ma io voglio concedere, ch' ella ci ſia, e riſpondo, che io non conſidero quella perdita pecuniaria ſe non quanto ella è lontana dal giuſto, dalla qual lontananza tengo che ſi debban giudicare le ſtravaganze delle ſtime.

SESTA OPPOSIZIONE.

Fa inſtanza, che tutti i conti de' mercanti ſon fondati ſulla regola del tre, e però malamente io ho ſcacciato la proporzione geometrica da i traffichi mercantili. Riſpondo, che è vero, che nel trovare i prezzi di tutte le coſe, l' acquiſto de' cambi, e ricambi, nel ritrovare il merito di ciaſcuno, che ha capitale nella compagnia, e nel ritrovare tutte le difficoltà de' conti de' mercanti ſi adopera la proporzione geometrica, ma nelle ſuddette azioni non conſiſte la commutazione, quando noi verremo all' atto di commutare, e di aggiuſtare i noſtri debiti, allora ci entra la proporzione aritmetica. Piglio queſto eſempio. Quando voi mi vendete trenta libbre di ſeta, mentre che ſi va cercando per ora colla regola del tre, a lire venticinque la libbra, quanto varranno libbre trenta, noi non ſiamo ancora nella commutazione, ma quando ſi ſarà trovato, che io ſta debitore di lire 750. e che noi verremo all' atto di pareggiarci, allora ſi fa la commutazione, e qui ſi adopera la proporzione aritmetica nel modo, che ci ha inſegnato Ariſtotile.

SETTIMA OPPOSIZIONE.

Mi riſponde, che a voler giudicar le ſtravaganze delli due ſtimatori del mille, e del 10 io adoperi per miſura una moneta, ed io riſpondo, che così ſi dee fare; le miſure hanno a eſſer convenienti al miſurato; qui ſi tratta di miſurar queſte due lontananze dal giuſto, che conſiſtono in danari, e perciò ci vuol miſura di moneta; quando ſi tratta di ſtime, che conſiſtono in braccia, ſi adopera il braccio, quando in barili, ſi adopera il barile, e così in tutte l' altre, ſtando ſempre fermo qui, che queſte ſtravaganze s' abbiano a ponderare ſecondo la lontananza dal giuſto, e ſecondo che ſarà queſto giuſto o moneta, o tempo, o linea, o ſuperficie, o altra coſa, ſe gli hanno ad appropriare le ſue convenienti miſure.

OT-

OTTAVA OPPOSIZIONE.

In queſt' ottavo luogo con una ſola cauzione mi difenderò da molte oppoſi-
zioni a un tempo, la cauzione è queſta. Io non voglio uſcire della quiſtione
propoſta, la quale è fondata ſulla conſiderazione di due ſtime di una coſa ſola,
e però quello, che mi ſi opporrà intorno alle ſtime di coſe diverſe, non ha che
fare col noſtro propoſito, tutto quello che io ho detto, determinato, e concluſo,
è in conſiderare due ſtime d' una coſa ſola, i quali detti non ſi poſſon poi veri- 85
ficare in diverſo propoſito, quando ſi va comparando inſieme ſtime di coſe di-
verſe; però tutti quelli inconvenienti, che ſono addotti da lui quando va com-
parando inſieme la ſtima della noce, e del giojello, la ſtima del monte, del vi-
tello, la ſtima della torre, e del giovenco, non hanno che fare niente contro
di me, a me baſta, che i miei detti ſi verifichino nelle due ſtime di una coſa
ſola, ſe poi in altro propoſito patiſcono difficoltà, non ha a parer maraviglia.

NONA OPPOSIZIONE.

La nona oppoſizione è intorno a colui, che vedendo 10000 piaſtre ſopra una tavola, le giudicaſſe due, o tre. La decima di quello che giudicaſſe monte Morello una laguna, alle quali non intendo di riſpondere, per la ragion detta nell' oppoſizione terza, atteſochè di ſimili ſciocchiſſime ſtime non ſi dee entrar in diſputa.

DECIMA OPPOSIZIONE.

Queſta è intorno all' uſo comune, che ordinariamente ſi ſuol conſervare nella deciſione delle diſpute di ſimili ſtime, il qual uſo fu da me eſemplificato coll' eſempio delle ſcommeſſe, che i beccai ſoglion fare a chi più s' appreſſa alla vera ſtima del peſo di alcun loro animale, dove ſe l' uno dirà quarantotto, l' altro dodici, ſolo il trenta è laſciato di parità, ma da' trenta in giù la vittoria è del dodici, da quivi in ſu del quarantotto, e non ſi è mai veduto, che in ſimili caſi ſi vada cercando mezzanità geometrica. Contro a queſto mi ſono dette due coſe, l' una che quelli, che così giudicano ſono ignoranti, il che quando ſia vero, comprenderò una grandiſſima parte degli uomini di queſto mondo, che pur fanno profeſſione di giudicar bene in queſto caſo; l' altra, che queſti beccai, come eſperti, e pratichi in ſimili ſcommeſſe, ſi appreſſano colla ſtima al vero peſo, e ſe una coſa ſarà cento libbre, a diſcoſtarſi molto, l' uno dirà novanta, e l' altro 110. ma in queſti due numeri poca differenza è dal mezzo geometrico all' aritmetico, e queſta poca differenza non è da loro conſiderata, però ſe ne ſtanno al mezzo aritmetico. Queſto non mi acquieta, perchè ſe non ci fuſſe differenza ſe non un' oncia ſola, ſe fuſſe dovere attaccarſi al mezzo geometrico, quello a chi e' fuſſe favorevole per vincer la ſcommeſſa, vi ſi appiglierebbe. In oltre facciamo, che queſti medeſimi beccai vengano in diſputa d' un' altra coſa a loro non tanto nota, v. g. ſupponghiamo, che due di coſtoro vedino una balletta ammagliata, e l' uno credendola ſtoppa la ſtimi libbre dieci, e l' altro credendola zecchini la ſtimi libbre mille, e ſopra di ciò facciano ſcommeſſa a chi più s' appreſſa al vero. E' egli da credere, che eſſi fuſſero per laſciare il lor ſolito coſtume, e che voleſſero andar cercando il mezzo geometrico? io credo di no. E ancora quando ſi veniſſe alla ſtadera, io non credo mai, che alcun giudice deſſe il torto a quel del dieci, ogni volta che ſi trovaſſe, che il vero peſo fuſſe da 505. in qua, e di queſt' uſo tanto comune, e tanto approvato, co-

me

me ho detto di sopra; mi pare che si abbia a fare grandissimo conto. Di quell' esempio, che qui è da lui addotto, che un beccajo stimi un vitello manco di un' oncia, non so caso nessuno per la ragion detta di sopra all' opposizione terza, che si ha a ragionar di stima, che abbia faccia di stima, e non d' una estrema pazzia.

86 UNDECIMA OPPOSIZIONE.

Seguono ora le opposizioni della proscritta, la prima delle quali è intorno a quell' offerta del nulla, della quale abbiamo di già ragionato nell' opposizione quarta, però non occorre qui replicarlo: l' altra sta intorno a un'opposizione fattami nella lettera dell' amico di Roma intorno a' guadagni, e alle perdite de' mercanti, la quale opposizione era questa. Quando il cavallo di cento scudi è stimato nel meno uno scudo, a servar la proporzione aritmetica dovrà nel più essere stimato 199. e così verranno questi tre numeri 1. 100. 199, ne' quali andando dalla sinistra verso la destra, cioè dall' uno al cento, e dal cento al 199, si fa due processi di guadagno, ma molto differenti, perchè quando l' uno diventa cento, si guadagna 9900. ma quando il cento diventa 199, si guadagna solamente novantanove per cento. Andando poi dalla destra verso la sinistra, cioè dal 199. al cento, e dal cento all' uno, si fa due processi di perdita, ma finalmente molto diversi, perchè quando il 199 diventa cento, si perde insino a cinquanta per cento, ma quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e però questa cosa non può star bene. A questa opposizione io diedi nella terza lettera due risposte, la prima sia questa. I guadagni del tanto per cento son fondati sulla regola geometrica del tre, e questi tre soprascritti numeri son disposti in proporzione aritmetica. Or come può da un fondamento di numeri aritmetici nascer la proporzione geometrica? queste sono spezie diverse di proporzione, e non può l' una nascer dall' altra, sarebbe appunto voler che dalle gatte nascessero i cani. L' altra risposta, che io diedi fu questa, che a voler proceder bene ne' sopraddetti tre numeri, non bisogna andare da sinistra a destra, nè da destra a sinistra, ma dal mezzo a gli estremi, cioè dal giusto verso amendue gl' ingiusti, cioè dal cento verso l' uno, e verso il 199, e allora saranno le perdite, e i guadagni eguali, perchè quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e quando il cento diventa 199, si acquista novantanove per cento.

Ora il Sig. Galileo, lasciando stare la prima risposta, la quale io stimo la buona, dà contro alla seconda col dire, che sebben la perdita di novantanove per cento è eguale all' acquisto del novantanove per cento, nondimeno in questi due processi il mercante non apparisce egualmente perito, e giudizioso. E in dimostrar questa cosa fa una lunga dimora, ma io brevemente me ne spedisco dicendo, che io non so caso se il mercante in questi guadagni, e perdite apparisca più giudizioso, o no, che importa a me questa cosa? io dissi così per mostrare, che in qualche modo, secondo i tre numeri posti di sopra si trovava egualità di perdita, e di guadagno; ma quando ancora questa mia seconda risposta non valesse nulla, io non me ne curo, pur che resti buona la prima, contro la quale non mi vien detto cosa alcuna. Quando a un dubbio fattomi io do due risposte, mi basta che me ne sia menata buona una sola, perchè in virtù di quella sola penso d' aver soddisfatto all' obbligo.

DUODECIMA OPPOSIZIONE.

Questa è intorno a un mio detto contenuto nella mia terza lettera, dove con quell'

quell' esempio dello ſtajo del grano, che val cento ſoldi, venduto una volta centoventi, e un' altra ottanta, voleva dalla egualità della reſtituzione argumentare all' egualità della lontananza delle ſtime del più, e del meno. Il Sig. Galilei mi oppone due coſe, prima dice, e dice bene, che queſta mia ragione varrebbe ſe la ſtravaganza delle ſtime ſi miſuraſſe colla lontananza dal giuſto, ma che queſto appreſſo di lui è falſo; in queſto ha ragione, in quanto che biſogna prima decidere ſe la ſtravaganza delle ſtime ſi ha da miſurare colla lontananza dal giuſto, o no, poi ſi potrà determinare ſe queſto mio detto ſia falſo, o no. La ſeconda coſa, che mi oppone è, che a queſto mio detto ne ſeguiterebbero molti inconvenienti, quali ſono da lui tutti fondati ſulla comparazione di ſtime di coſe diverſe; ma a queſto io dico, che tutto quel che io dico, ed ho detto in queſta materia, mi baſta, che abbia verità nelle ſtime di una coſa ſola, perchè di queſte ſtime di una coſa ſola ho ſempre inteſo, e ragionato, e quello che è detto a un propoſito non è maraviglia che trovi, e patiſca difficultà in un altro. 87

ULTIMA OPPOSIZIONE.

L' ultima oppoſizione è contro a un altro mio detto della medeſima terza lettera, il quale eſſendo ſimilmente fondato ſul medeſimo fondamento, che la ſtravaganza delle ſtime ſi miſuri colla lontananza dal giuſto, a ragione vien ributtato dal Sig. Galilei, che tiene che queſto fondamento ſia falſo. Biſogna dunque aſpettare la deciſione della verità, o falſità di quel fondamento, e poi ſi determinerà della verità, o falſità di queſti miei ultimi detti.

Queſto è quanto mi occorre dire intorno alle predette oppoſizioni. E di tutti queſti miei ragionamenti in tutto, e per tutto mi rimetto al giudizio del Sig. Galilei, il quale io onoro, e reveriſco, e oſſervo con tanto affetto, che egli non ha da penſare, che queſto che io ſcrivo ſia ſcritto ad altro fine, che per imparare da lui. Mi ſa ben male, che per conto mio abbia avuto briga di queſta ſua ſcrittura così lunga, maſſimamente eſſendo egli ſpeſſo infaſtidito da ſimili moleſtie, come egli dice nell' ultimo; ma pure come io diſſi in principio, biſogna che egli abbia pazienza, e gli convien far conto d' eſſer a ſimilitudine d' una finiſſima pietra di paragone, ſopra la quale ogni ſtudioſo deſideri dare un arrotatura al coltellino dell' ingegno ſuo per acquiſtarne ſottigliezza, e perfezione, e con queſto fine a V. S. ed a lui bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

NEll' ultima lettera di V. S. mi vien ſignificato come ella dubita, che la mia ultima ſcrittura ſia per ritrovare inciampo, in quanto che l' autorità di Ariſtotile appreſſo a' Matematici moderni è di poco momento. A queſto io dico, che quando mi abbia a eſſer oppoſto queſto, qual coſa riſponderò io. Ma intanto acciocchè la mia cauſa non reſti al tutto priva di patrocinio, poichè per me non ha a valere nè autorità di Ariſtotile, nè alcuno uſo inveterato, mi piace di addurre a mia difeſa un' altra ragione, la quale io riſerbava per ultimo refugio, ma poichè io vedo, che ogni altra coſa periclita, l' addurrò di preſente. V. S. ſi ſervirà di eſſa ſecondo che più le parrà opportuno. 88

Nella predetta mia ſcrittura mi ſono affaticato in moſtrare come nella noſtra diſputa ſi dee adoperare la proporzione aritmetica. Ora con una ragion ſola voglio moſtrare, che in neſſun modo vi ſi può adoperare la proporzione geometrica. E per provarlo la prima coſa io ſuppongo, che ſe noi ſiamo appreſſo a una ſcala, e ragioniamo di ſalire, noi intendiamo andare dall' infimo grado verſo

ſo il ſupremo, ſe noi ragioniamo di ſcendere, noi intendiamo andar dal ſupremo verſo il più baſſo. Similmente ſe noi abbiamo due numeri diſeguali, come otto, e quattro, ſe noi ragioniamo di maggioranza o di tutto, o di multiplice, noi riſguardiamo dall' otto verſo il quattro, ſe noi ragioniamo di parte, e di minoranza, noi riſguardiamo dal quattro verſo l' otto. Queſta coſa manifeſtamente ci dimoſtra Euclide quando nel principio del quinto libro definendo la parte dice: *Pars eſt magnitudo magnitudinis minor majoris*, cioè un riſpetto della minore verſo la maggiore, e poi definendo il multiplice dice: *Multiplex autem major minoris*, cioè un riſpetto della maggiore verſo la minore. Il medeſimo appunto va replicando nel principio del ſettimo libro dove parla de' numeri. *Pars eſt numerus numeri minor majoris, multiplex vero major minoris*. In ſomma la maggioranza importa andare dal maggiore al minore, e la minoranza importa andare dal minore verſo il maggiore.

Dipoi io piglio le parole del Sig. Galilei dette da lui nella prima ſcrittura mandatami da V. S. nella quale era poſta la deciſione del noſtro dubbio ſecondo la ſua ſentenza, dove dice così. *Egualmente deviano dal giuſto quei due, che ſtimano uno il doppio più, e l' altro la metà meno, uno il decuplo, e l' altro la decima parte*. E per queſta ragione vuole, che qui ſia proporzione geometrica, perchè come ſi ha il mille al cento, così ſi ha il cento al dieci.

Ora per lo contrario io dico così, quando io conſidero la prima ſtima, che è di maggioranza, cioè del decuplo più, io vo dal maggiore al minore, cioè dal
89 mille al cento; ma quando io conſidero la ſeconda ſtima, che è di minoranza, e della decima parte, io vo dal minore al maggiore, cioè dal dieci verſo il cento. Ma ſe la coſa ſta così, dove ſi è mai trovato, che proporzione alcuna geometrica ſi ritrovi tra due proceſſi, de' quali uno vadia dal maggiore al minore, e l' altro dal minore al maggiore? queſto non ſi troverà mai. Piglinſi tutte le ſpezie di proporzione geometrica raccontate da Euclide nel principio del quinto libro, e guardiſi la Omologa, l' Alterna, la Inverſa, la Compoſita, la Diviſa, la Converſa, la Exæquali, la Ordinata, la Perturbata, e ſe altre ve ne ſono, in tutte manifeſtamente ſi vedrà, che ſe nel primo proceſſo ſi va dal maggiore al minore, nel ſecondo ſi ha da fare il medeſimo; ſe nel primo dal minore al maggiore, nel ſecondo ſi fa il medeſimo. Ma qui nel caſo noſtro ſe nel proceſſo della prima ſtima ſi conſidera il decuplo più di maggioranza, cioè ſi va dal mille al cento, e nel proceſſo della ſeconda ſtima, che è di decima parte, e di minoranza, cioè ſi va dal dieci al cento, come ſi può dire, che ſia geometrica proporzione nel dire come ſi ha il mille al cento, così ſi ha il dieci al cento? Queſto non ſarà mai vero.

Se voi vorrete dire, che la proporzione geometrica ſi ſalvi diſponendo i numeri così mille, cento, dieci, e col dire come ſi ha il mille al cento, così ſi ha il cento al dieci. Riſpondo, che queſta non ſarà la noſtra diſputa. Noi ragioniamo di due ſtime di una coſa, delle quali ci ſia una del meno, cioè vadia dal minore al maggiore, ma nel modo predetto ambedue ſono del più. Quando ſi va dal mille al cento, queſta è del più, quando dal cento al dieci, queſta è del più. Quando ſaranno due ſtime di coſe diverſe, che ambidue pendano nel più, ovvero ambedue nel manco, confeſſo che vi ſi poſſa trovare la proporzione geometrica; ma nelle ſtime di una coſa ſola, delle quali una penda nel più, e l'altra nel meno, ſe vi ſi trova mai proporzione geometrica, voglio, che mi ſieno cavati gli occhi.

Nella proporzione aritmetica non dà faſtidio alcuno, che una ſtima ſia del più, e una del meno, perchè quivi non ſi guarda ſe non la lontananza, e tanto è andare dal maggiore al minore, quanto dal minore al maggiore; tanta lontananza è dall' otto al quattro, quanta dal quattro all' otto; tanto è da cala

mia

mia a caſa voſtra, quanto da caſa voſtra a caſa mia. Ma nella proporzione geometrica non è così. Non è vero, che così ſi abbia l' otto al quattro, come il quattro all' otto, perchè l' uno è doppio, e l' altro è metà. E queſto mi baſti intorno a queſta ragione, la quale ſe mi ſarà ſoluta, e abbattuta, prometto di non voler più dire una parola.

FRAMMENTI DI GALILEO GALILEI

FRAMMENTO PRIMO

Di un Parere ſopra una macchina col Pendolo per alzar acqua propoſta da un Ingegnere Siciliano al Sereniſs. Gran Duca Ferdinando II.



O non poſſo negare, ch' io non reſtaſſi ammirato, e confuſo, 35
quando, alla preſenza del Sereniſs. Gran Duca, e degli altri Principi, e Signori mi faceſte vedere il modello della macchina da voi in vero con ſottiliſſima invenzione immaginata, e fabbricata, per uſo di ſuperare con piccola forza grandiſſime reſiſtenze, e la quale allora era applicata a tirar ſu colla tromba con pochiſſima fatica quella medeſima quantità di acqua, che ſenza l' ajuto della voſtra invenzione molto maggior fatica ne richiedeva; e quello, dal che nacque la ſomma ammirazione, fu il vedere ſervirſi voi di un mezzo, che mi pare, che a giudizio di ogni uno doveſſe non agevolar l' opera, ma grandemente difficoltarla. Atteſochè quella forza, che non è potente ad alzar cento libbre di peſo, chi crederebbe, che aggiugnendovene oltre alle cento mille appreſſo, le alzaſſe tutte? e quello, che accreſce lo ſtupore, che le mille aggiunte foſſer quelle, che avvaloraſſero la debil forza del movente. Le vidi, ed io ſteſſo tentai con una ſemplice, e poco peſante leva zancata di alzare il peſo, credo di 40. libbre con una limitata forza; la quale non fu baſtante per l' effetto. Voi dipoi ingraviſte la detta leva con più di 200. libbre di piombo, e tornando a far prova di alzare quelle prime 40. libbre coll' iſteſſa forza, ſi vedeva alzar queſte, e le 200. appreſſo dall' iſteſſa leva, la quale ſtando pendente a perpendicolo nello ſpignerla fa il ſuo moto all' insù: ſicchè, e lo replico coll' iſteſſa ammirazione, quel peſo di 40. libbre, il quale una tal forza non poteva alzare con una tal leva non più grave di due libbre, la medeſima forza francamente l' alza adoperando l' iſteſſa leva fatta grave di 200. libbre.

E perchè io già gran tempo ſa mi era formato un concetto, e per molte e molte eſperienze confermatolo, che la Natura non poteſſe eſſer ſuperata, e defraudata dall' arte, nel veder sì fatta maraviglia reſtai ammirato e confuſo, e non potendo quietar la mente, nè deviarla dal meditare ſopra queſto caſo, ho fatto un cumulo di varj penſieri, e riſoluto di diſtendergli in carta, e comunicarvegli, acciocchè, quando ſi veda in pratica, e nella macchina grande la riuſcita della voſtra vera acutiſſima invenzione, io poſſa da voi eſſere ſcuſato, e per voi ſcuſato appreſſo gli altri, che le difficoltà, che promuoverò, non ſono del tutto fuor di ragione, ſe non concludenti, almeno in parte veriſimili. E talvolta, quando nel diſcorſo, che ſon per fare, foſſe coſa, che muoveſse dubbio circa i voſtri ſuppoſti, e fon- 36
damenti, poſſiate coll' acutezza del voſtro ingegno uſarvi gli opportuni rimedj: perchè, da perſona di onore, vi affermo, e ne chiamo Dio in teſtimonio, che

io assai più desidero la riuscita di questa invenzione, e che tale strumento sia sopra tutti gli altri avvantaggiato, che l' opposito; ancorchè io mi sia lasciato intender in genere, tutte le macchine esser dell' istesso valore quanto all' effetto da farci formalmente, tutta volta che si rimuovessero gl' impedimenti, che si possono attribuire alla materia; dal che ne seguita, che le macchine quanto più saranno semplici, tanto meno saranno sottoposte agl' impedimenti, ed in conseguenza di maggiore operazione.

Quando io dico, che la Natura non permette di esser superata, nè defraudata dall' arte, intendo (stando nella materia, che si tratta) che avendomi essa Natura conceduto v. gr. 10. gradi di forza, che è quanto a dire, virtù di pareggiare 10. gradi di resistenza, ella mi nega, e non mi permette per artifizio veruno il superarne nessuna, che sia più di 10. gradi. E di più soggiungo, che ella mi vieta l' applicare tutta la mia forza di 10 gradi in superare, o muovere una resistenza, che sia solamente 4, o *6* gr. o in altro modo minor di 10. E chi direbbe, che mentre con tutta la mia forza io strappo una cordicella, io tutta la medesima forza adoprassi, o potessi adoprare in rompere un debole spaghetto? o se con tutta la mia io alzo un peso di 100 libbre, la medesima io usassi in alzarne uno di 10?

Questo mio primo detto, cioè, che per artifizio nessuno sia possibile, che forza nessuna superi, o muova resistenza alcuna maggiore di lei, pare, che abbia molte e molte esperienze in contrario, nelle quali vediamo non senza maraviglia, con piccolissima forza muovere, ed alzare gravissimi pesi. Consideriamo la stadera, dove apertamente si vede il romano, che non pesando più di 10 libbre contrappesa, ed alza una balla, che ne peserà più di mille. Guardiamo l' Argano, non si vede egli colla forza di un uomo tirare in alto una pietra di 3000 libbre? E non è questo un superare coll' arte un' immensa resistenza con piccolissima forza? Bene, ma io, Sig. mio, da queste medesime esperienze argomenterò tutto l' opposito; e mi maraviglierò, come quella balla di 1000 libbre non possa alzare il romano, che non resiste salvo che con 10, e che le 3000 della gran pietra non isforzino l' uomo, la cui forza è eguale appena al momento di 100 libbre. Da questi due strumenti dunque non si può cavare con più vera conseguenza, che l' arte guadagni 100, o 300 per uno, che ella scapiti, e perda a cento o trecento doppi. Dalle quali due egualmente concludenti conseguenze tra di loro contrarie, la vera conclusione da tirarsene è, che l' arte, per quanto appartiene al far forza, non guadagna nulla sopra la resistenza della Natura. E quella stima, che resta negli uomini, proviene dal comodo, e dall' utilità, che caviamo, attesochè mille volte il giorno ci serviamo del romano per alzare, e pesar balle, e dell' uomo per tirare in alto gravissimi sassi, e raro, o non mai delle balle per alzare i romani, e de' sassi per respignere indietro gli uomini.

Ora è bene, che consideriamo in che consista l' aggiustamento fra l' Arte, e la Natura; calcolo, e ragione, che è assai facile, e chiara, mentre che tutto si ragguaglia colla velocità, e tardità di moto, o vogliam dire tardità, e lunghezza di tempo. E' vero, che un solo uomo, la cui forza ha momento per
37 100 libbre, alzerà, e strascicherà per terra 10 m. libbre di peso, ma se noi avvertiremo quanto sia il viaggio, che fa l' uomo, e quanto quello, che fa la colonna, troveremo, che quando questa si farà mossa un braccio, il motore ne averà camminate 100, che è quanto a dire, che il motore si è mosso 100 volte più veloce della colonna. Dove si vede, che ragguagliando le partite, quando quel sasso si fosse diviso in cento parti eguali, ciascuna sarebbe stata 100 libbre, e però equivalente alla forza del motore, il quale in cento viaggi di un braccio l' uno avrebbe traportati i cento pezzi del sasso in distanza di un braccio, muo-

muovendoſi con quella medeſima velocità, cioè dentro al medeſimo tempo. Il vantaggio dunque dell' Argano non è, che e' ci diminuiſca la fatica, o il tempo, ma che la colonna ſi conduca intera, e non in pezzi, i quali poi non ſi poſſono rattaccare, ed unire in un ſolo conforme al noſtro biſogno: dove ſi vede, che ſe il peſo da condurſi foſſe di un vaſo di acqua di 100 barili, poco, o niun comodo mi apporterebbe il condurre coll' Argano tutta la gran botte piena in un ſol viaggio colla forza di un uomo, o condurla col medeſimo uomo in altrettanto tempo a barile per barile in cento viaggi, avvengachè l' acqua ſi rattacca inſieme, e torna in una ſola maſſa come prima.

Due altri modi in apparenza diverſi dal ſopra detto par che l' arte abbia ritrovati, per poter pure con pochiſſima forza ſuperar reſiſtenze grandiſſime. L' uno è l' urto, o vogliam dire, il colpo, o la percoſſa, alla quale par quaſi, che non ſia reſiſtenza, che non ceda. L' altro è il fare una, dirò così, conſerva, e cumulo di forze aggregate inſieme, il che ſi fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che ſia di 10 gradi, in un mobile, che me la conſervi, torno ad imprimergliene altrettanta, ſicchè congiunta co' primi 10 gradi, in quello, che la conſerva, ſe ne trovano 20, e continuando d' imprimerne di volta in volta altri 10, e 10, ſi rauneranno nella conſerva 100, 200, e 1000. gradi di virtù potente a ſuperare reſiſtenze grandiſſime, contro le quali di niuno effetto era la mia pura virtù di 10 gradi.

Per una tal conſerva di forza accomodato eſemplo ce ne dà il graviſſimo pendolo da voi medeſimo adattato alla leva, il quale ricevendo impulſi dalla deboliſſima forza, facendo di quelli conſerva, ne fa un cumulo, e per così dire, un capitale tanto grande, che ſoprabbondantemente ne può andar poi diſtribuendo, ed applicando a ſuperar reſiſtenze, quali la prima forza non baſtava a gran ſegno di muovere. Eſempio della virtù e poſſanza degli urti ne abbiamo in quelle viti, colle quali ſi ſoppreſſano le Raſce, o ſi ſtringono le gabbie dell' ulive per trarne l' olio; le quali viti, ſul principio mentre la reſiſtenza non è molta, ſi volgono con una piccola ſtanga, ma finalmente creſcendo nello ſtrignere la reſiſtenza, conviene moltiplicare gli uomini, ed uſare una ſtanga maggiore, colla quale ſpingendo pure ſi gira la vite, ſicchè in ultimo, non baſtando più il ſemplice impulſo, ſi ritira indietro la grande, e grave ſtanga, colla quale, con replicati urti ſi arriva a cacciar la vite con que' tre, o quattro uomini, dove collo ſpignere ſenza urtare non la caccerebbero ſei, o ſette.

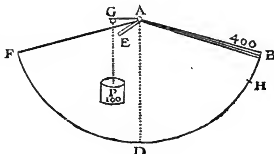
Sopra queſte due eſperienze mi par, che con grande accortezza, e con ſottil ragione ſi appoggi il fondamento della voſtra macchina, dove ſi vede il graviſſimo pendolo, quaſi abbondante conſerva di forze, poterne andar diſpenſando continuamente quella parte e quantità, che è neceſſaria per ſuperare la reſiſtenza del peſo, che ſi dee alzare, e di più ſervendoſi del ſecondo benefizio 38
degli urti, dopo eſſerſi ritirato indietro, tornare, a guiſa di gagliardo Ariete, a raddoppiare la percoſsa, e l' impeto.

Tutto queſto mi par che ſia con tanta induſtria, e con tanta ſottigliezza d' ingegno compartito, che quando ben l' effetto non riſpondeſſe puntualmente all' aſpettazione, io ad ogni modo anteporrei queſta a molte altre invenzioni. E perchè io eſtremamente deſidero, che l' effetto riſponda all' opinione, ho riſoluto andar toccando que' dubbj, ch' io non ſo riſolvere, e che mi par che poſſano arrecare qualche intoppo all' opera, acciocchè voi (quello, che non ſo far io) me gli rimoviate, e ſe ne aveſſero biſogno, vi arrechiate opportuno rimedio.

Riducendo la voſtra macchina artifizioſa al più ſemplice diſegno, ch' io poſſa, per più chiara eſplicazione del mio concetto figuro queſta D A E eſſer una leva

zancata ſoſpeſa nel punto A ; dove intorno ad un aſſe , o vogliam dire un perno , ella ſia convertibile , ſicchè ſpingendo l' aſta maggiore A D verſo A F , la zanca A E venga a urtare col termine E in un rampino G ; dal quale penda il peſo P da eſſer alzato, il qual peſo pongo per eſempio eſſer 100 libbre . Suppongo poi l'aſta A D eſſer v. g. lunga 5 volte più della zanca, A E, e la forza , che dee muovere , pongo minore aſſai della reſiſtenza del grave P . Sia per tanto equivalente al momento di 5 libbre , ſicchè applicata nel termine D , ſpignendo verſo F , non potrebbe col punto E alzar peſo ſe non minore di 25 libbre, e però impotentiſſima ad alzar il grave P ſuppoſto eſſer libbre 100.

A queſta impotenza voi ſoccorrete col ſommamente ingravire il braccio della leva A D convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peſo , o di più ancora , ſe più ve ne biſogneranno. Apparecchiate queſte coſe, voi ſenza errore diſcorrete, ed in atto pratico oſſervate, che eſſendo coſtituito ſimil



pendolo a piombo, ſecondo il perpendicolo A D, e ſoſtenuto in A con un bilico eſquiſito, non è forza così piccola, che ſpignendolo verſo la parte F, (tolto via il rampino, e il peſo P) non lo rimuova qualche poco del punto D . E però
9 applicandovi la ſuppoſta forza di cinque gradi ſi muoverà alquanto verſo F , e laſciato in libertà, ritornerà per ſe ſteſſo verſo D ; oltre al quale paſſerà poco meno d' altrettanto verſo B , quanto per l' impulſo datogli era pur ora andato verſo F. E perchè tal impeto non ſi è perduto , ſe coll' iſteſſa virtù di cinque gradi ſe gli aggiugnerà il ſecondo impulſo , già ne averà 10 , e più oltre trapaſſerà verſo F , ed in ſomma aggiugnendo impulſo ſopra impulſo 4 , 6 , 10 , e 20 volte, verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le ſue vibrazioni nello ſcender dal termine B, per l' arco B D ſarà baſtante a ſollevare ſe ſteſſo, cioè 400 libbre di peſo per altrettanto ſpazio ſino in F , e tutta queſta virtù e impulſo è frutto della piccolina forza de' 5 gradi ; i quali è manifeſto , che continuando gl' impulſi , gliela potrebbero accreſcere ancora , o almeno perpetuare . Aggiunghiamo adeſſo il rampino G col peſo P di libbre 100 ; non è da dubitare , che ſcendendo il pendolo A B pell'arco B D, ed incontrando nel punto D , dove l' impeto ſuo è il maſſimo , e il moto è il velociſſimo colla zanca A E il rampino G, gli darà d'urto con tal forza , che ben per grande ſpazio ſolleverà il peſo P delle 100. libbre , e ritornando poi indietro verſo B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo, e continuando l' opera.

Ora , ſe il diſcorſo voſtro fondamentale procede così, mi ſi rappreſentano alcune difficultà, che mi muovono a dubitare. E prima, conceduto , del che non dubito, che nel pendolo ſia ſtata fatta una conſerva di forza potente a ſollevare le ſue 400. libbre di peſo per tutto l' arco D F ; queſto accaderà ſempre tutta volta però , ch' ei non trovi intoppo nel viaggio , ma ſe paſſando per D , urta col-

colla zanca A E in una reſiſtenza di 100 libbre, ancorchè quivi in D ſia il ſommo vigore della ſua forza, pare che pur gliene debba in parte eſſere diminuita, cioè s'io non m' inganno, la venteſima parte. Imperocchè, trovandoſi il pendolo A B, quando è pervenuto in D con impeto d' alzare le ſue 400 libbre ſino in F; tal impeto ne alzerebbe colla zanca A E cinque volte tanto, cioè due mila, per eſſerſi poſto il braccio A B quintuplo in lunghezza della zanca A E; l' urto dunque nel peſo P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigeſima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigeſima parte manco dell' impeto, col quale dianzi ſi partì ſcendendo dal punto B; tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D, e l' impeto che fu come di 400 libbre verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti toltegli dall' urto in G. Biſognerebbe dunque, per riſtorar la perdita de' venti gradi d' impeto, reſtituirgliene altri venti, ma la forza del movente non ne ha da preſtare ſe non cinque; adunque il pendolo, che nella prima ſceſa dal termine B, ſi partì con impeto tale, che arrivando in D, ſi trovava con 400. gradi d' impeto, in queſto ſecondo paſſaggio ne averà ſolamente 385, de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti, (che tanti ſon quelli, che ſon neceſſarj per alzare il peſo P) talchè i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non riſalterà alla medeſima altezza H, ma più baſſo; dove il motore gli ſomminiſtrerà i ſuoi cinque gradi di forza, ſicchè ſcendendo con 370 alzerà ben per ancora il peſo P, ma con perdita di venti gradi di forza, e così continuando in ogni andata la perdita di venti, ed il riſtoro di cinque, in breve tempo mancherà l' ajuto di coſta del pendolo.

Propongo nel ſecondo luogo un' altra conſiderazione. Voi dite: la forza che s' adopra non è più di cinque gradi, adunque colla pura leva D A E, della quale il braccio D A è quintuplo della zanca A E, non ſi può alzare più di 25 gr. di reſiſtenza, ma la reſiſtenza del peſo P è 100 gradi, adunque è impoſſibile alzarlo. Vero, ma ditemi, ſe con fare quattro parti del peſo P non potrò io colla detta forza alzarne una per volta, e tra quattro volte alzar tutto il peſo, come col pendolo io l' alzava in un tratto ſolo? certo sì; e l' opera ſarebbe ragguagliata, tutta volta che ſi poteſſe nel tempo, che col pendolo ſi danno v. gr. dieci impulſi, darſene 40 colla leva ſemplice, il che penſo io, che ſi potrà fare, però conſiderate le ſeguenti particolarità nel pendolo.

Prima a voler che il momento della ſua ſomma gravità lavori, biſogna ritirarlo indietro in gran lontananza dal perpendicolo A D, altrimenti l' urto ſuo è debole, e queſto tornare indietro da D verſo B colla tornata in D è tutto tempo ozioſo, e gittato via. Ma all' incontro la forza applicata in D alla leva leggera è tutta utile, lavorando per tutto lo ſpazio, che ſi ſpigne verſo F. La gravità del pendolo fa, che la forza non la può brandire, nè far che le ſue andate, e tornate, cioè le ſue vibrazioni non ſieno ſe non ſotto un tempo limitato, e aſſai lungo in comparazione delle vibrazioni, che apprendendo colla mano il termine D dell' aſta leggiera A D, la forza potrà fare molto frequenti. Aggiungaſi, che ſe l' andata del pendolo non è per un grand' arco, l' impeto del pendolo ſcendente non acquiſta gran momento, e per breve ſpazio trapaſſa oltre A D verſo F, e poco s' alza la ſtremità della zanca E; ed in conſeguenza poca è l' acqua, che ſi cava in una ſgorgata; dove è da notarſi, che l' impeto del pendolo ſempre va diminuendo nel montar ſu dal D verſo F, ma la forza poſta in D ſpignendo verſo F, ſempre è la medeſima; ſicchè ſi può continuare quanto ne piace a fare la ſgorgata lunga, e cavar in conſeguenza più acqua.

FRAM-

FRAMMENTO II.

Di un Parere di Galileo Galilei sopra una macchina a mulino col pendolo proposta da un Siciliano al Serenifs. Gran Duca Ferdinando II.

PE concedere alla parte ogni maggior vantaggio, che desiderar si possa per la ragione sua, io concedo i membri di tutta la sua macchina, cioè Macine, Ruote, Conocchie, e Leve, essere di maniera aggiustate, librate, e così proporzionatamente compartite, e più gli assi, i perni, ed i poli esser tanto delicatamente lavorati, bilicati, ed unti, che il tutto insieme, mentre abbia da camminar vacuo, possa esser mosso con qualsivoglia gran velocità da ogni minima forza, da un soffio solamente. E questo si dee intendere trattone il pendolo, il quale essendo un peso molto grave, e dovendo, nel muoversi, esser alzato (il che non accade ad altro membro della macchina) non può esser rimos-
41 so dal suo stato perpendicolare, se non da qualche forza: e perchè tal pendolo ritiene per qualche tempo l' impeto, che successivamente gli viene dalla virtù movente contribuito, io (persistendo nella medesima larghezza di concedere alla parte ogni maggior vantaggio) voglio supporre, che tal tempo sia una eternità, quando da esterno impedimento non gli venisse fatto resistenza, ed intoppo: sicchè finalmente in virtù di tal impeto impresso nel pendolo, anche tutto l' ordigno insieme fosse atto a muoversi in perpetuo, muovendosi però vacuo da ogni operazione. Ma quando si levi il pendolo, e si aggiunga sotto la macine il grano da frangersi, perlochè ella non si muova più nella sola aria libera, ma urti negli intoppi de' grani frapposti; è ben necessario concedere, che per far l' effetto, e continuare l' operazione del macinare, il primo movente vada continuando di far forza, e che dove prima per mia concessione tutto l' ordigno, rimossone il pendolo, doveva andare a voto, aggiuntovi ora la resistenza del grano, abbia bisogno d' una determinata, e non minor virtù movente; determini dunque la parte quanto debba esser almeno tal virtù, e chiamisi ver. gr. dodici gradi, sicchè da virtù minore di dodici gradi il grano non potrebbe esser macinato; e però possiam dire, che la resistenza di esso grano, nell' atto dell' esser macinato, pareggia dodici gradi di virtù movente senza che niente gli avanzi, e questo s' intende lavorando senza il pendolo. Ma considerando la parte, come il pendolo è in un certo modo una conserva inesausta di virtù (poichè egli è atto a ritenere eternamente qualsivoglia impeto una sol volta conferitogli) e di più vedendo come col farlo più e più grande e pesante, si può esso ridurre ad esser atto a ricevere, e conservare maggiore e maggior numero di gradi, e di virtù, e che perciò tal immensa virtù gli può esser impressa anco da pochissimi gradi di forza motrice, coll' andar successivamente più e più volte facendogli impeto; considerando dico la parte cotali accidenti ha creduto, coll' intervento del pendolo poter far l' istesso effetto nel macinare con forza minore di dodici gradi (che per supposizione è la minima, che possa macinare senza il pendolo.) Ora posto il pendolo capace d' ogni gran numero di gradi di virtù, determini la parte quanta forza vuol che sia quella del primo movente, del qual ella si vuol servire, e quanti gradi ella ne voglia imprimere, e depositare nella conserva del pendolo innanzi che si cominci a mandare il grano sotto la mola, sia per esempio cento gradi. Or cominciando l' operazione, dia il movente il primo impulso, col quale e' si muoverà il pendolo dal suo stato primo perpendicolare, e lo solleverà tanto, che nel ritorno averà acquistato due gradi di vir-

virtù, quanto è quella del movente (che se la parte credesse ch' e' ne acquistasse più, non occorrerebbe dar più impulsi, perchè ritornando il pendolo verso il perpendicolo, ed avendo egli concepito più di due gradi di virtù, trapasserebbe, spinto da se medesimo, dall' altra banda del perpendicolo per maggiore intervallo, che non fu quello del primo impulso datogli da due gradi soli del movente, e così successivamente si anderebbe da se stesso avanzando nell' impeto infinito, che è grande assurdo.) Ma perchè questa virtù è impresa nel pendolo indelebilmente, tornando il movente a dargli un altro impulso, gl' imprimerà altri due gradi di virtù, sicchè già ritornerà con quattro, e nel terzo impulso ne acquisterà altri due, sicchè saranno sei, e successivamente in 50 spinte acquisterà i cento gradi di virtù in se stessa perpetua, quando bene il movente cessasse, pur che non gli fosse opposto alcuno intoppo. Or continui pure il movente la sua operazione, e cominci a mandare il grano sotto la mola, la resistenza del qual grano, per la supposizione, pareggia 12 gradi di virtù movente, adunque nel tempo d' uno impulso il movente conferisce due gradi di virtù, ma il grano ne arreca dodici di resistenza, però a i cento gradi d' impeto del pendolo ne saranno levati dieci; ond' egli opererà con novanta solamente; ma nel seguente impulso il movente ne aggiugne due, e il grano pur ne rimuove dodici; sicchè il pendolo si riduce a lavorar con ottanta, e così conseguentemente, levando il grano cinque volte più che non rimette il movente, in manco tempo di quello di nove impulsi sarà finita la virtù, e fermato il mulino, il quale non cominciò a macinare se non dopo il tempo di cinquanta impulsi, e così in tale operazione si sarà buttato via circa i $\frac{5}{6}$ del tempo, anzi molto più ancora, se noi meglio andremo considerando il tutto. Sarebbe tale il dispendio del tempo, quando la virtù adjutrice del pendolo prestasse il suo ajuto continuatamente, siccome la resistenza del grano senza intermissione continuatamente impedisce; ma il pendolo circa agli estremi termini delle sue andate, nelle quali e' si riduce allo stato di quiete, pochissimo, o nulla opera, facendo forza colla sola sua gravità, privata di velocità di moto, la qual velocità egli ancora languidamente racquista, mediante la resistenza del grano; dal che ne seguita, che i suoi impulsi sono interrotti, e che buona parte del tempo si spende oziosamente. Ma dirà forse l' avversario, poter pur ricever comodo dal pendolo sebben non così grande, quanto sarebbe il già detto, che era il poter fare, mediante l' ajuto del pendolo, con due soli gradi di forza, quello che senz' esso si farebbe con dodici gradi, ma dirà ciò potersi ottenere colla forza di dieci gradi; ma io, replicando il medesimo discorso, mostrerò questo esser impossibile: dichiarando che se in dieci impulsi s' imprimono nel pendolo cento gradi d' impeto operando senza grano; all' incontro, nel tempo di 44 impulsi susseguenti, la resistenza aggiunta del grano fermerà il macinare: perchè, mentre la forza de' dieci gradi moventi fa un impulso tale, che i 100 rimangano 98, e scemandone due nell' altro impulso rimangano 96, e finalmente al quarantaquattresimo impulso si riducano a dodici, i quali vengono pareggiati dalla pura resistenza del grano. E tutto questo segue quando la macchina tutta fosse libera da tutti gl' impedimenti esterni ed accidentarj, conforme alla vantaggiosa supposizione fatta a principio: la qual cosa è del tutto falsa, e impossibile; anzi gl' impedimenti son eglino pur molti, e molto grandi; mediante i tanti toccamenti di denti con ruote, e conocchie, di fusi con perni, di poli con sostegni, e dell' immensa gravità stessa delle ruote, e delle macine, tal che assolutamente la forza movente meglio, e più validamente opererebbe senza il pendolo, e meglio ancora lavorandosi con una sola, e semplice ruota dentata, che toccasse un solo rocchello adattato nel fuso della macina.

FRAM-

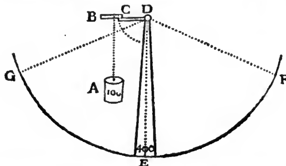
43 # F R A M M E N T O III.

Dell' istesso parere di Galileo Galilei cominciato a distendere in dialogo.

I N T E R L O C U T O R I

Salviati, e Sagredo.

Salv. NOn so s' io m' abbia ben capito la struttura, e la maniera d' operare di questo nuovo strumento, per sollevare con poca fatica pesi gravissimi. Dirò ciò che apprendo, e voi supplirete in quello, ch' io mancassi. Nel proposto disegno il peso da essere alzato è questo notato A, posto essere di cento libbre. Questa C D E si figura essere una leva zancata convertibile intorno ad un perno stabile fermato in D. Il braccio maggiore che pende, cioè la lunghezza D E, si pone esser quintupla del minore C D. La forza movente applicata nell' estremità E è eguale al momento di cinque libbre di peso. Ora astraendo dal peso della leva, cioè supponendo ch' ella non pesi nulla, è manifesto, che la forza posta in E, non avendo maggior momento, che l' equivalente di cinque libbre spignendo contro al grave A, non potrà coll' estremità C alzar più di venticinque libbre, anzi sostenere, ma l' A è cento, dunque lon-



tanissimo dall' esser mosso da cinque. Per far dunque, che questa piccola forza, o momento superi la quattro volte maggiore resistenza, o momento, fervendosi pur dell' istessa lunghezza di leva, si ha l' autor della macchina (in vero con sottile avvedimento) immaginato di sommamente ingravire il braccio della leva D E, e dove si supponeva esser senza gravità, convertirlo in un pendo-
44 lo di quattrocento, o più libbre, figurato per D F G, ed accomodando al peso A un rampino B sotto il quale vadia a urtare l' estremità C della zanca D C, ha senza errore compreso, che mentre il pendolo sia a piombo, ogni minima forza lo può rimuovere dallo stato perpendicolare; nel quale poi, mercè della propria gravità lasciato libero ritorna non solamente, ma oltre di quello trapassa quasi altrettanto, quanto dalla detta forza ne fu allontanato: dal che ne seguita, che se nel ritorno, che per se solo farebbe, se gli applicherà il secondo impulso della medesima forza, trapasserà lo stato perpendicolare di assai più che prima, ed aggiugnendo poi al secondo ritorno il terzo impulso, e così successi-

cessivamente continuando gl' impulsi a tempo proporzionato a' ritorni, piglierà, a guisa di campana, frega, ed impeto tale, che sarà bastante a sollevare in ciascuna sua vibrazione non solo il proprio peso delle quattrocento libbre, ma urtando coll' estremità della zanca C nel rampino B, alzerà il peso ancora delle cento di A, e la forza movente, benchè non superiore al momento di cinque libbre, lavorando in E, conserverà, e continuerà perpetuamente l' impeto del pendolo, col quale, come si vede in ogni vibrazione, leverà su il peso di cento libbre del peso A, col solo peso di cinque. Non so s' io m' abbia bene inteso, e spiegato il concetto dell' Autore.

Sagr. Inteso, per quanto credo, e spiegato benissimo, ora che dice V. S. d' invenzione così bizzarra?

Salv. Dico, che ha sembianza d' una delle più ingegnose, che mai sieno cadute ne i più svegliati ingegni; perchè il sentirsi dire, mentre che colla leva D E tu non sei potente ad alzare la quarta parte del peso A, io voglio far sì, che coll' istessa, e nell' istesso modo usata tu ne alzi non solo le cento di A, ma quattrocento altre appresso, e che queste quattrocento sien quelle che ti avvalorino, pare che trapassi tutte le immaginazioni. Ma vorrei io qui sapere se l' inventore termina qui l' uso di tale invenzione, o pur l' adatta a qualche particolare con notabile acquisto sopra la facoltà d' altre macchine indirizzate a simili effetti di alzar pesi.

Sagr. Io credo, e così parmi, che la macchina si potrebbe applicare a varie operazioni, una delle quali, che per ora ha nell' intenzione l' Autore, è di applicarla ad una tromba per alzar l' acqua; dove il solido A, rappresenta il zaffo con tutto il peso dell' acqua da alzarsi. E più manifestamente si scorge, che in virtù del pendolo ad ogni sgorgata si potrà buttar fuori gran quantità d' acqua, cosa che senz' esso non si farebbe.

Salv. Tutto cotesto è verissimo; ma crede V. S. che perciò tale strumento sia bastante a cavarne notabil quantità più d' ogn' altro? Perchè dal discorso fatto fin qui par che si possa concludere un eccesso grandissimo, giacchè colla tromba circoscritta in virtù del pendolo se ne caverà gran copia, e senz' esso nè pure una gocciola.

Sagr. Una differenza tanto grande quanta è dal molto al niente mi conturba, e mi fa entrare in sospetto, che sotto così speziosa e mirabile apparenza non s' asconda qualche gran fallacia: però non so che mi rispondere.

Salv. Credo che il vostro sospetto non sia vano, anzi tengo per fermo, che non pochi altri strumenti nel presente caso di alzar acqua non saranno inferiori a questo, ma per non avere a fare lunghi discorsi nel paragonarlo con altri molto diversi, voglio che trattiamo d' una simil tromba, la quale lavori coll' istessa leva zancata, privata, e libera dalle quattrocento libbre del pendolo, o da ogn' altro peso. Ma prima che passar più avanti, penso di poter mostrare a V. 45
S. con certa general considerazione, come veramente è forza, che nel discorso sopra fatto si occulti qualche fallacia. Però ditemi, se (rimosso il peso A) applicata una limitata forza equivalente, v. g. di quattro libbre di peso, a spignere, e far vibrare il pendolo D E di peso di quattrocento libbre, vi sia necessaria una distanza determinata, oltre alla quale non sia possibile passare.

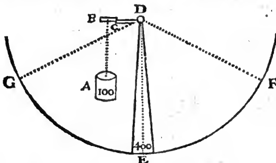
Sagr. Circa questo che V. S. mi dimanda stimo primieramente, che non solo il momento delle quattro libbre di forza sarà bastante a rimuovere il pendolo dalla quiete, cioè dallo stato perpendicolare, ma che ogni minima che se gli applichi ne lo rimuoverà, la quale poi, secondo che sarà maggiore, per maggior distanza lo sospignerà. In oltre se nel ritornare indietro, che sarà esso pendolo per la propria gravità, la detta forza lo risospignerà, lo farà slontanare ancor più dal perpendicolo, ma però una forza molto inferiore al momento della gravità

del pendolo, quale è la proposta di quattro libbre v. g. d' un arco di dieci, o dodici gradi, oltre al quale nol potrà giammai far sormontare.

Salv. Così è necessario che sia. Ma quando levato il peso del pendolo, la leva D E restasse leggerissima, e quella medesima forza delle quattro libbre se gli applicasse, sino a quanto allontanamento dal perpendicolo la potrebbe sollevare?

Sagr. Potrebbe accompagnare per tutto un intero quadrante, e più.

Salv. Or torniamo alla figura col pendolo. E posto che esso dal momento delle quattro libbre di forza non potesse nè accompagnato, nè vibrato muoversi oltre a



dieci gradi, quando la distanza C B, tra la zanca D C, e il rampino B, fosse di dieci gradi del cerchio descritto dalla linea D C, intorno al centro D; l' estremità C, cacciata dalla vibrazione del pendolo non vi arriverebbe mai, e in conseguenza mai non verrebbe alzato il peso A, quando ben fosse solamente un' oncia. Ma consideriamo adesso quello, che si potrà fare colla medesima leva zancata rimossone il peso del pendolo. E perchè si è concluso, che le quattro libbre di forza potranno sospigner la leva non solo oltre a dieci, ma oltre a novanta gradi, quando l' estremità C della zanca arriverà al rampino B, essendo la leva E D quintupla della zanca D C, la forza quattro potrà levar venti di resistenza, che fosse in
46 A. Ecco dunque scoperto, come nel discorso fatto di sopra ci è sotto qualche fallacia, poichè in quello si concludeva, che la medesima leva in virtù del gravissimo pendolo alzava gran peso, e senza il pendolo non alzava nulla; ed in questo per l' opposito si dimostra, che la giunta del grave pendolo toglie del tutto il poter alzar gran peso, che senza il pendolo comodamente si solleva con quattro di forza. La proposizione dunque universale, che la gravità aggiunga forza alla leva nell' alzar pesi, è falsa.

PA-

PARERE 1
DI GALILEO GALILEI
INTORNO
ALL' ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da eſſo in una lettera di riſpoſta, ſcritta dalla Villa d' Arcetri ne' 30. Ottobre 1635. a Giovan Cammillo Glorioſi Mattematico Napoletano.

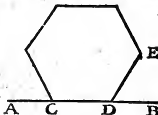
E ſtampata da queſto nella ſua terza Deca dell' Eſercitazioni Matematiche a fac. 146. dell' impreſſione di Napoli nel 1639. in quarto.

Dopo d' aver accuſato la ricevuta di queſta Deca inviatagli dal Glorioſi, così ſegue il Galileo.



Ntanto, per ſegno d' aver pur veduto qualcoſa delle ſottiliſſime ſpeculazioni di V. S. voglio conferirle certo mio diſcorſo, che gran tempo fa mi paſsò per la fantaſia, per provare, che l' angolo del contatto ſia detto così equivocamente, e che in ſomma non ſia veramente angolo, convenendo in queſto col Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. S. vada redarguendo; ſicchè ſe mi moſtrerà la fallacia della mia, che mi par poco men che concludente dimoſtrazione, biſognerà, che io ſia con lei.

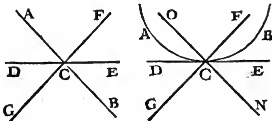
Stando dunque ſulla ricevuta definizione, che *l' Angolo ſia l' inclinazione di due linee poſte in un piano, che ſi toccano in un punto, e non ſon poſte fra loro per diritto*; figuriamoci un poligono rettilineo, ed equilatero inſcritto nel cerchio. E' manifeſto le inclinazioni, o direzioni de' ſuoi lati eſſer tante, quanti ſono gli 2
ſteſſi lati, ſe ſaranno di numero diſpari, ovvero quanto la metà, ſe il numero ſarà pari (avendo gli oppoſti la medeſima direzione.) Ora, ſe intenderemo a qualſiſia linea retta A B eſſer applicato il lato C D d' uno di detti poligoni; queſto con quella non formerà angolo, camminando amendue per la medeſima direzione, ma ben lo formerà il lato ſeguente D E, come quello, che ſopra la ſegnata retta ſi eleva, ed inclinandoſegli ſopra, la tocca. E perchè il cerchio ſi concepiſce eſſer un poligono di lati infiniti, è neceſſario, che nel ſuo perimetro ſieno tutte le direzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualſivoglia linea retta ſegnata, la quale non



può intenderſi eſſer altra, che quella del lato (degl' infiniti, che ne ha il cerchio) che ad eſſa ſia applicato: adunque quello del cerchio, che alla linea retta ſi applica, non forma angolo con eſſa; e tal è il punto del contatto. Qui poi non ſi può dire, che ſebbene il punto, che tocca, non contiene angolo colla

la tangente, tuttavia pur lo contenga il punto contiguo conseguente; siccome nel poligono, non il lato, che si applica alla retta proposta, ma il lato seguente è quello, che l' angolo forma, e costituisce; non si può dico dir questo, perchè il punto, che succede a quel contatto, non tocca la retta, la quale da un sol punto del cerchio, e non da più vien toccata; ma nella definizione dell' angolo si ricerca, oltre all' inclinazione, il toccamento ancora: adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè è veramente angolo, nè ha grandezza alcuna.

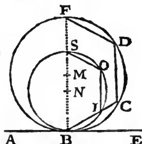
Sovviemmi anco, oltre a molt' altri, aver fatto un discorso in cotal forma. Se stando ferma la D E, intenderemo la segante A B girarsi sopra il punto del segamento C, sicchè dallo stato A B calando A verso D, trapassi in G F, facendo l' angolo F C E superiore alla D E, dove prima conteneva l' inferiore E C B; è manifesto l' angolo B C E andarsi per tal conversione inacutendo, e ristrignendo in modo, che finalmente la sua quantità si annichili, e del tutto
svanisca, il che accaderà, quando essa retta A B si congiugnerà colla D E. Ora applicando lo stesso discorso all' arco A C B
3 segato dalla retta O N nel punto C, constituendo i supposti angoli misti A C O, N C B; se intenderemo essa retta O N girarsi sopra il punto C, da O verso D inacutendo i detti angoli, e finalmente trapassando nello stato di G C F, sicchè l' angolo inferiore N C B si faccia superiore, come F C B, non comprendo come ciò possa accadere senza passar per l' annichilazione di essi angoli, la quale annichilazione non può essere, se non quando essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che avviene quando essa si unisce colla tangente D E. Nell' arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l' annichilazione degli angoli.



Il discorso anco, che vien fatto per confermare, che l' angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto, ch' e' sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s' io non m' inganno, manchevole: imperciocchè non l' angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso, e suddiviso dalle maggiori, e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par, che si possa mostrare coll' esempio de' molti poligoni rettilinei simili, e diseguali nella seguente maniera.

Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, e intendasi nel minore inscritto un poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C essere un lato del poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due C D, D F sieno lati conseguenti. Qui si vede che il perimetro F D C B divide ben lo spazio intercetto tra il perimetro del poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l' angolo I B E, essendo il lato I B parte del lato B C, ed essendo l' angolo, I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e da i due lati de' poligoni B I, B C; e discorrendo nel-

nello stesso modo di tutti gli altri poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l'angolo I B E sarà sempre comune, nè giammai segato, ma ben' andrà sempre facendosi più acuto moltiplicandosi i lati del poligono; vero è che l'angolo I B E sarebbe esso ancora diviso dal lato d'un poligono maggiore, tuttavolta ch'e' fosse di più lati, ed in conseguenza dissimile. Di qui mi par che si possa ritrarre, che essendo i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente, e l'arco interno B I O S diviso dall'arco esteriore B C D F, ma non già l'angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l'essere i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, toglie il potersi dire il cerchio maggiore esser poligono di più lati, che il minore, e perciò atto a dividergli il suo angolo; perchè siccome non si può intendere poligono alcuno potersi inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo, così non si può dire, che l'angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal' angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.



Considerisi appresso, che siccome multiplicandosi più, e sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del poligono, l'angolo I B E sempre si fa più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti, tal angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, ec.

Segue di poi il Galileo con altro breve Capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Gloriosi inferisce dalle ragioni addotte dal soprannominato Francesco Vieta: ma essendochè per l'intelligenza di tali ponderazioni converrebbe riferire, e ciò che scrisse l'istesso Vieta, e ciò che v'oppose il Gloriosi, colla risposta di questo al medesimo Galileo, tralascio di trascriver più oltre esso Capitolo, e rimetto i curiosi a soddisfarsi pel rimanente ne' proprj Autori.

PO-

· P O S T I L L E
DI GALILEO GALILEI
AL LIBRO INTITOLATO
ESERCITAZIONI FILOSOFICHE
D' ANTONIO ROCCO
FILOSOFO PERIPATETICO

Stampato in Venezia presso Francesco Baba nel 1633.

93 
Oi Signor Rocco mi forzate a darvi ogni soddisfazione in molti luoghi del vostro libro, ma in particolare alla faccia 195. dove con certa quasi comminazione mi dite così. *Di grazia venite alle ragioni particolari, se non volete, che i vostri dogmi sieno fregiati col titolo più tosto di vana loquacità, che di ponderata filosofia*: nella seguente faccia con termine più modesto più mi provocate a risponderci dicendo. *Mostratemi vi prego caro Sig. Galileo (che non ho in verità, non ho per Dio altro fine, che d' imparare) mostratemi i grandi assurdi di questa posizione, che abbozzo, che accenno solamente, e ne lascio il compimento a chi più sa, e perchè giri, ec.* però per vostra satisfazione state attento, ed imparate, perchè veramente ne avete bisogno grande.

Avendo voi in questa ottava esercitazione conceduto le due apparenze del settantadue, e del seicentoquattro (dette comunemente stelle nuove) essere state veramente nella parte celeste, e tra le stelle del firmamento, e volendo pur mantenere, che dall' esser loro improvvisamente comparite, e poi dopo molti mesi sparite, non si possa ragionevolmente inferire la sostanza celeste esser soggetta all' alterazioni, generazioni, corruzioni, ec. scrivete così a fac. 193. verso il fine. *E chi direbbe mai giudiziosamente, la tal cosa si è da noi nuovamente vista, adunque si è nuovamente generata? si è tolta di vista, adunque si è corrotta? e fosse indistintamente l' istesso il comparire col generarsi, il disparire col dissolversi.* Adunque Sig. Rocco voi spacciate per persona priva di giudizio quella, che dal solamente veder comparire, e sparire simili novità nel Cielo argomenta quelle esser nuovamente prodotte, e poi dissolute. Ora perchè io so, che voi (come io ancora) non avete Aristotile per privo di giudizio, e so ancora, che voi sapete, che egli produce per testimonj di tali accidenti gli occhi proprj, quelli de' suoi contemporanei, e quelli degli antichi, però è forza, che altro ricercasse Aristotile da' suoi occhi, che il veder comparire, e poi sparire simili novità; onde ei potesse poi giudiziosamente inferire la generazione, e la corruzione, ec. E però io, che non men desidero d' imparare da voi, che voi da me, vi prego a dirmi quali fussero quelli accidenti, che Aristotile secondo il vostro credere andava ricercando colla vista, per i quali poi ei potesse giudiziosamente inferire l' alterabilità nel Cielo, perchè io anche nelle materie qui prossime a noi, nelle quali i sensi, o per la mutazione del sapore, o dell' odo-
94 re, o della risonanza, o di alcuna tangibil qualità, mi porgono argomento di alte-

alterabilità, e di corruzione, dal senso della vista non mi vien somministrato testimonio più valido, che il presentarmisi di nuovo all' occhio, e da quello dopo qualche tempo sparire. Vedete Sig. Rocco a quali sconvenevolezze vi traporta l'odio immeritamente contro di me concepito, che giammai non vi offesi, che per gravar me non la perdonate nè anco al vostro Maestro, e lo spacciate per poco giudizioso, mentre ricorreva al testimonio della vista, ec. per venire in cognizione se nel Cielo si facessero generazioni, e corruzioni; e qui calzerebbe assai meglio l' esclamazioncella, che voi ponete, commiserando le stelle alla fac. 196. e con miglior proposito potrei dire: Poveretto Aristotile, quanto vi compatisco. Ed avvertite a non voler coprire la nota, che già gli avete imposta, con qualche distinzione, o con altro mendicato refugio, che assicuro, che lo precipiterete senza sua colpa in baratri sempre maggiori, ma da vero filosofo, e da filosofo Peripatetico confessate, che se Aristotile vedesse queste, e le altre mutazioni, che si fanno in Cielo, le quali ad esso furono ignote, ed immaginabili, riceverebbe assai più volentieri me per suo scolare, e seguace, che voi, poichè io antepongo i suoi dogmi rettissimi alle sue proposizioni opinabili, e voi per mantener queste rifiutate quelli, cioè posponete le sensate esperienze alle opinabili conjetture. Ma seguitiamo avanti.

Voi parendovi di aver trovato la inchiodatura di sostenere quello, che Aristotile assolutamente deporrebbe, dite che non mancano maniere di salvare la comparsa, e l' occultazione di esse stelle nuove, e per mia maggior mortificazione dite, che io medesimo l' aveva alle mani, e scrivete così. *Non date voi queste medesime apparizioni, ed occultazioni alle Stelle Medicee, che non si generano, o si corrompono, ma solamente col volgersi nell' Epiciclo intorno a Giove, e col restare ora luminose dal Sole, ora dall' assenza di esso tenebrose, ed invisibili?* E' vero Sig. Rocco, che io do l' apparizione, e l' occultazione alle Stelle Medicee, e per questo sapendo voi, che tal cosa non mi era ignota, dovevate con termine più cortese dedurne in conseguenza, che io conosceva simile apparizione, ed occultazione non si poter adattare alle due stelle nuove, e non più presto, che come poco avveduto, io non avessi penetrato colà dove arriva la vostra perspicacità, la quale in questo caso (e siami lecito parlare con libertà, mentre voi da me come da Maestro cercate d' imparare) ha gran bisogno di esser assottigliata, perchè per quanto mostra il vostro modo di parlare, voi fin qui non bene avete penetrato come vada il negozio delle Medicee, circa lo scoprirsi, ed asconderfi, il quale quando l' averete compreso, vedrete quanto sia lontano al potersi adattare al fatto delle stelle nuove. E prima conjetturo il bisogno vostro circa l' intelligenza delli accidenti delle Mediece dal vostro modo di parlare, mentre dite, *le Medicee col volgersi solamente nell' Epiciclo intorno a Giove, e con restare ora luminose dal Sole* (credo, che vogliate dire, illuminate) *ora dall' assenza di esso tenebrose, ed invisibili*. Qui primieramente mostrate di credere, che del comparire ora luminose, ed ora restar tenebrose, ed invisibili ne sia causa l' avvicinarsi, ed assentarsi dal Sole, che tal senso, e non altro ricavo dal vostro discorso, il qual detto è vanissimo, attesochè un oggetto per se stesso tenebroso, e che da uno splendentissimo venga in distanza v. g. di cento miglia renduto lucido, e visibilissimo, cosa molto semplice sarebbe il dire, che l' allontanarsi da quello, che l' illumina, un braccio, o due di più, lo privasse dell' illuminazione, e lo rendesse invisibile, nè più, che in tal proporzione appressano, ed assentano le Medicee dal Sole i diametri de' lor cerchietti. 95

E non vi aspettate Sig. Rocco di poter glosare il vostro detto, e ridurlo a buon senso, dopo che averovvi dichiarato come cammina l' occultazione di tali stelle, perchè voi nè pur nominate i termini principali, anzi unici, e singolari,

lari, che in tale operazione intervengono. Voi non accennate, non che ſpecificate nè interpoſizione di Giove tra le ſue ſtelle, ed il Sole; voi non dite Giove eſſer per ſe ſteſſo opaco, e privo di luce, e però ſpargere il cono della ſua ombra all' oppoſto del Sole; nè parimente dite, che queſto medeſimo fanno le medeſime ſtelle ſeguaci, nè mai in ſomma nominate Ecliſſe, e pur queſta è la ſola cagione della occultazione di quelle. Per tanto ſappiate Sig. mio, che eſſendo il corpo di Giove non meno tenebroſo della Luna, e della Terra, è ſplendido ſolamente in quella parte, che i raggi ſolari percuotono; dalla parte oppoſta non meno della Terra, e della Luna diſtende in forma di cono la ſua ombra, per lo qual cono tenebroſo dovendo paſſare le quattro ſtellette, mentre ſono nella parte ſublime de' loro cerchi, entrando nell' ombra di Giove, reſtano prive della viſta, e perciò dell' illuminazione del Sole, cioè reſtano ecliſſate, e ſimili Ecliſſi ſi fanno elleno anco talvolta fra di loro, come io altrove ho a baſtanza dichiarato. Ora che averete imparato come procede queſto negozio, eſſendo voſtra opinione, come in più luoghi ſcrivete, che quello, che confuta una dottrina di altri ſia in obbligo di dichiarare puntualiſſimamente come ſtia il fatto realmente della concluſione, che ſi dice male eſſere ſtata inteſa dall' altro, ſete in obbligo (giacchè dite le apparizioni, e naſcondimento delle ſtelle nuove poter eſſer come quelle delle Medicee, come quelle degli Epicicli, ec.) di ſpecificarvi puntualmente come ſtieno tali Epicicli, per ſalvare tale apparizione, ed occultazione, inſieme coll' ingenerabilità, ed incorruttibilità del Cielo. Ma forſe ſarà bene, ed anco opera di carità, che io vi ſchivi qualche diſpendio di tempo, ed affaticamento di mente, con dichiararvi, e participarvi quelli avvertimenti, che perſuaſero me a rimuovere il penſiero dal cercare di ſalvare dette apparizioni, ed occultazioni per via di Epicicli, e quel che è più per via di qualſivogliano movimenti circolari, che ſol, come voi con Ariſtotile affermate, poſſono trovarſi tra i corpi celeſti. Sappiate pertanto, che la comparſa di queſta novella luce dell' anno 1604. fu del tutto improvviſa, ed inaſpettata, e ſi moſtrò la bella prima ſera della maggior grandezza, che ella riteneſſe in tutto il tempo, che fu veduta. Cominciò poi a moſtrarſi minore, e minore, ſinchè in dicidotto meſi in circa reſtò affatto inviſibile, nè in tutto queſto tempo cangiò ella ſito, ma ſempre ritenne il medeſimo aſpetto colle ſtelle del firmamento, e come una di loro, ſolo partecipava del moto diurno, reſtando eſente da ogni altra mutazione, o per lunghezza, o per larghezza del Cielo, talchè ſe di moto neſſuno fu mobile, quello non fu nè potè eſſer altro, che retto dal centro della terra verſo la sfera ſtellata ſu in parti altiſſime, alla lontananza delle quali il ſemidiametro del globo terreſtre fuſſe di inſenſibile conſiderazione, poichè in lei non ſi ſcorſe mai veruna mutazione di aſpetto; ſtante queſte oſſervazioni è coſa impoſſibile Sig. Rocco il mantenere, che ella fuſſe una delle ſtelle eterne, che per movimento di un ſuo Epiciclo, o altro cerchio avvicinandoſi compariſſe, e poi allontanandoſi ſi perdeſſe di viſta, imperocchè impoſſibil coſa è il far muovere in un particolar cerchio una ſtella, ſenza che ella muti aſpetto
96 colle fiſſe. In oltre biſogna, che ſappiate, che quando per un moto circolare la ſtella avvicinandoſi ſi fa viſibile, e poi allontanandoſi ſi aſconde, il modo del comparire biſogna, che ſia ſimile a quello dell' occultarſi. Or come averebbe potuto tale ſtella preſentarſi in un ſubito, ed alla prima viſta grandiſſima, ſe poi così lentamente ſi andò diminuendo, che non prima che in molti meſi ſi eſtenuò all' ultima eſinanizione? e tanto più, che la ſua diminuzione fu tale, e tale la differenza della ſua maſſima, e della ſua minima oſſervabil grandezza, che così differente non ſi moſtra Marte nell' oppoſizione da ſe medeſimo lontaniſſimo, benchè allora ſia ben ſeſſanta volte maggiore il ſuo apparente diſco. Voglio dirvi un altro punto più ſottile, e ſcoprirvi un grande

grande inconveniente, al quale dareste luogo in questo vostro modo di salvare la venuta, e la partita di questa nuova stella. Voi liberamente ammettete, che potrebbe esser un Epiciclo, che portandola per alcun tempo ce la rendesse visibile, e per altro ce la allontanasse in modo, che restasse occulta. E perchè il tempo del ritorno è lunghissimo, voi largamente ammettete, che il periodo di una sua conversione possa essere, anzi necessariamente debba essere di molte migliaja di anni. Or sia dei settemila, che voi concedete, ed essendo che il tempo della sua veduta fu di un anno, e mezzo, facciamo il calcolo qual parte del suo cerchio ella in tanto tempo veniva a passare, che la troveremo esser manco di cinque minuti di un grado, cioè manco di una delle quattro mila trecento parti di tutto il cerchio. E perchè io credo, che voi pur concedereste, che visibile ci fusse ella mentre si trovava nella parte del suo cerchio più a noi vicina, dunque apparve solamente mentre passò la quattromillesima parte più bassa del suo cerchio; ma in una sì piccola parte di circonferenza non è punto alcuno, che sia nè anco venti braccia più vicino a noi di un altro: come dunque potette crescer, e scemar tanto la sua visibile grandezza coll' avvicinarsi, e allontanarsi solo poche braccia, mentre nè anco centomila miglia basterebbono? Vedete Sig. Rocco quanto vi manca per fondamento di poter discorrere di simile materia fate Sig. Rocco a modo di un vostro servitore, studiate un poco poco i primi principj di sfera, ed anco qualche cosetta di Geometria, cioè tanto, che vi basti per conoscere, che voi di queste materie sete lontanissimo da intenderne nulla, perchè tal cognizione vi schiverà per l' avvenire l' aprir mai più bocca di Cieli, e di Elementi, e di lor moti circolari, o retti; cognizioni, che l' istesso Aristotile confessa di torle in presto da' Matematici. Io vorrei ajutarvi con qualche risposta ingegnosa provando, che pure senza servirsi d' altri moti, che circolari, si potrebbe far calare per linea retta la stella, ed alzarsi, ed abbassarsi per qualsivoglia intervallo, e più restare occulta per lunghissimo tempo, e palese per breve, ma non voglio affaticarmi tanto la mente, perchè è cosa di Matematica alquanto sottile, e quel che più importa, non soddisfà a quel comparire *ex abrupto* grandissima, consumando poi tanti mesi in diminuirsi, e tornare ad occultarsi.

Or ecco Sig. Rocco mostrati gl' inconvenienti (se però per voi mi sono abbastanza dichiarato) anzi l' impossibilità di potere per via d' Epiciclo, o altro moto circolare render ragione dei particolari accidenti, che furono osservati nell' apparizioni, ed occultazioni della nuova stella del 604 similissimi in tutto a quelli dell' altra del 72. E così penso di potere aver soddisfatto a quanto con instanza mi domandate in questo proposito della faccia 196. dove poi seguendo dite come concetto creduto o trovato da me: *Perchè tanti cerchi a guisa di scorze di cipolle intorno al Sole, come pur dite voi?* Qui o voi non avete inteso quel- 97
lo, che io scrivo, o se l' avete inteso, a torto m' imponete quel che non solamente non è mio pensiero, ma nell' istesso luogo come vanissima opinione la confuto. In quello che scrivete appresso ponete una mia contraddizione, e dopo quella una fraterna correzione, dicendo. *Ricordatevi un poco Signor Galileo, e considerate le vostre ordinarie contraddizioni ad ogni passo, nè crediate abbian ad essere interpetrate, come i responsi degli oracoli.* La contraddizione poi, che m' imponete è, che io voglio, che queste stelle di nuovo generate si corrompino, mentre all' opposito altre volte (come voi dite) mi son burlato di chi dicesse, che una delle vecchie, e delle già numerate dagli antichi si possa corrompere. E' vero, che io ho profferito e l' una e l' altra proposizione, ma di dove cavate voi, che io abbia mai stimato, o detto, che una di queste nuove impressioni abbia che fare, o convenga colle antiche, e vere stelle altro che nel nome? Il nome dunque appresso di voi si tira in conseguenza dell' identità del-

la sostanza? Oh Sig. mio, non chiamate voi stella quella ancora piccola macchietta bianca, per la quale un cavallo si dice stellato in fronte? non si nomina stella la girella dello sprone? niuna di queste è, che differisca più da una reale stella del cielo di quel che differiscano le due dette stelle nuove. Se io dico dunque, ed ho detto, che apparisconο forse delle generazioni, e delle corruzioni, non ho però detto generarsi reali stelle, e molto meno corrompersi, anzi ho detto, e replico ancora, che qualsivoglia materia niente, o poco trasparente, cioè in somma che sia visibile, esposta in cielo a i raggj del Sole v' apparirà splendente, come una stella, levate dunque l'attributo di contradditore a me, ed a voi applicatevi quello che più conviene, che io non intendo di disgustarvi.

Seguite poi, e con piacevolezza portate la diversità, che io potrei addurre tra le antiche e le moderne stelle, come cosa delle più belle, che io potessi mai dire, il qual pensiero benchè veramente non mi sia mai caduto in mente, tuttavia è tanto saporito, che non lo voglio recusare, e benchè il sale col quale voi lo condite sia alquanto austero, ad ogni modo sento, che fa in me quell' effetto, che fa il solletico, che sebbene con qualche repugnanza si sopporta, tuttavia più con piacere provoca il riso. Nè con minor gusto ricevo la seguente correzione fraterna, dopo la quale liberamente dite, che non intendete, che nè io, nè Aristotile, nè altro uomo del mondo penetri gli arcani del cielo, ma a gli animi docili, e moderati basta di ridurre al più congruo, al non implicante, al verisimile. Ma se questo è, che cosa vi muove a volere per sì grande intervallo anteporre i placiti di Aristotile a quelli di un altro? se poi nel presente caso voi sete ridotto al non implicante, ed al più congruo, potrete ora conoscer meglio, che prima. Quello parimente che dite contro quel temerario, che si desse a credere d' intendere come sia fatto il cielo, perchè da lontano lo vede, e lo contempla, cade prima sopra Aristotile, che sopra di me, perchè esso assai prima di me va cercando di penetrare i cieli, nè io cerco se non di assicurarmi delle cose da esso cercate, e stabilite, le quali se sono così incerte, come voi confessate, perchè con tanto livore vi inacerbite contro chi non l' ammette, o come false le rifiuta? Ah non avessi io mai scoperte queste novità in cielo di tante innumerabili non prima vedute stelle fisse, di quel che siano le nebulose, la via lattea, le collaterali di Saturno, quelle della corte di Giove, l' immensa mutazione di grandezza in Marte, l' importune macchie nel Sole, le gran mutazioni di figura, e grandezza in Venere, le scabrosità gran-
98 dissime nella Luna, deh mai io non l' avessi palesate al mondo, poichè dovevano concitarne l' odio del Sig. Antonio Rocco, e di tanti altri Signori Filosofi. Consolatevi Sig. che il tempo scopritore della verità in breve è per estirpare queste fallacie, e più le varie conseguenze, che io stoltamente ne deducessi, e i vostri scritti pieni di dottrina ferma, e soda viveranno immortali ad onta delle mie esorbitantissime chimere.

Dove voi dite, che non senza mistero ho scritto in lingua Toscana per farmi capo-popolo appresso i poco intendenti, e che non penetrano nei profondi reconditi del Liceo, e soggiugnete, che questo mio pensiero non è forse fallace in pratica. Errate in tutto, e per tutto, e voi stesso potete a voi medesimo essere ottimo testimonio, il quale essendo così poco intendente delle cose scritte da me (che ben si può dire, che poco più che niente ne capite) pure non solamente non vi sete fatto mio seguace, ma mi avete preso un odio capitale, e soggiungendo appresso, che il numero de' balordi, e corrivi, che inconsideratamente conferiscono gli onori, è infinito, dovevate per mio parere eccettuarne quelli, che a voi hanno offerto gli onori delle cattedre principali, perchè se voi gli lasciate tra quella infinita moltitudine, voi gli spaccerete ora per ba-

balordi e corrivi, e sentenzierete voi stesso per immeritevole degli onori offertivi.

Nella faccia 173. o 183. Voi Sig. Rocco mi schernite, anzi strapazzate, e predicate per ignorante in tanti luoghi di questo vostro libro, che forse sareste andato con più riservo, se vi foste immaginato, che potesse accadere, che io vi avessi a palesare per assai meno intelligente di me, perchè l' esser vinto in materia di dottrina da uno, che sappia più di voi, è assai men vergogna, che il ridursi a dover cedere ad uno da voi medesimo reputato, e sentenziato per debolissimo; nè in questo caso conosco, che possa scemarvi il cordoglio altro, che quella medesima cosa, che vi mosse a scrivermi contro, cioè il non mi essere io saputo ne' miei discorsi così bene dichiarare, che voi poteste intendere qualcuna delle mie più essenziali proposizioni; e perchè l' istesso indubitabilmente vi è per accadere, se mai vedrete queste mie postille, resta per vostro scampo l' incapacità, e l' impersuasibilità, le quali non vi lasciano sentire il dolore. Dell' esser poi voi veramente impersuasibile, evidente esempio ne porgete nel pretender di mantenere vera la presente proposizione di Aristotile. Dio vi guardi, che di tal vostra pretensione altro che una fissa ostinazione ne fusse cagione, perchè questa finalmente non è infirmità incurabile, come è la stupidità di mente, e la natural torbidezza di cervello.

Voi dite verissima esser la proposizione di Aristotile, che le velocità de' gravi descendenti ritengano tra di loro la proporzione medesima, che la gravità di essi, sì che una pala di artiglieria di cento libbre venendo dall' altezza di cento braccia arriverà in terra quando che una di moschetto di una libbra, partendosi dalla medesima altezza, nell' istesso tempo sia scesa un solo braccio, e la verità di tale effetto soggiugnete doversi trarre dalla ragione, e non dalla esperienza, la quale dite non esser di momento alcuno, ma ben manchevole per difetto del senso, conciosiachè il tempo nel quale si passa lo spazio de' due gravi predetti, è sì breve, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, ec. Sin qui, ed in quel che segue appresso commettete voi tanti errori, che per trarvene non so quasi da quale incominciare.

Or sia il primo considerato quello dove voi con certa esclamazioncella mostrate di maravigliarvi, che io non capisca la forza della ragione, che a voi 99
pare, che chiaramente concluda la proposizione di Aristotile, ed è, *che se l' effetto reale inseparabile dalla gravità, è tendere all' in giù, perchè ove più gravità si ritrova ivi ha da accelerarsi più il moto del corpo cadente, e così sempre a porzione* (a proporzione, Sig. Rocco, si dice) *eccetto se occorresse estraneo impedimento*.

Quì la prima cosa equivocate, nel dedurre dalle premesse, non quel che direttamente ne viene, ma una conseguenza falsa, che con quelle non ha connessione veruna; perchè posto che effetto della gravità sia il tendere all' ingiù, dove è più gravità ivi si debbe tendere più in giù, e non con maggior velocità, poichè nell' assunto non si parla della velocità, ma solo dell' ingiù, e questa conseguenza è verissima, e per questo un sasso va tanto in giù, che un legno non vi va, cioè quello come più grave scende nel fondo del mare, dove un legno come men grave non si profonda. Ed avvertite secondariamente, che il più, e men grave si debbe intendere non assolutamente, ma in specie, perchè una trave, che pesi mille libbre non anderà così in giù, come un sasso di una libbra, e anco di un' oncia, siccome nell' aria, dove ambedue discendono, più velocemente si moverà la pietra, che l' immensa trave, per esser la pietra in specie più grave del legno. E quì debbo nel secondo luogo avvertirvi acciò inutilmente non vi attaccaste per difesa di Aristotile a dire, che egli intese nella sua proposizione de' mobili di gravità in specie diverse, perchè prima ei non

 lo

lo dice, come sarebbe stato necessario, anzi manifestamente parla egli de' gravi differenti in peso, non per diversità di materia, ma solamente per la differente grandezza, come è manifesto nel testo 74. del quarto della Fisica così scrivendo. *Videmus enim ea quæ majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habent figuris citius ferri per æquale spatium, & secundum rationem quam habent magnitudines ad invicem*. Ed avendo in altro luogo di sopra detto *quam habent gravitates*, si vede apertamente, che egli parla delle materie egualmente gravi in specie; perchè aver la medesima proporzione in gravità, che in grandezza, non accade se non a i corpi di egual gravità in specie. Oltrechè (e sia il terzo vostro avvertimento) nè anche le materie di diverse gravità in specie ritengono nelle velocità loro la proporzione de' pesi, sicchè una palla, v. g. d' oro, che pesasse quaranta volte più di una d' abeto di mole eguale, debba muoversi quaranta volte più veloce di quella, passando un' altezza di dugento braccia, nel tempo che l' altra appena ne avesse scese cinque, onde l' oro avesse anticipato il legno di 195. braccia, nella scesa di dugento, ma sicuramente nè anche di due, nè forse d' uno, e questo sì che vi giungerà molto nuovo, ma se saranno della medesima materia, o di materie di egual gravità in specie, delle quali parla Aristotile, pesi pur l' una quaranta libbre, e l' altra una sola, che nelle velocità saranno pari, se altra cagione, che gravità non s' interpone. E quì pel quarto scandaglio convien esaminar la ritirata, che voi fate in difesa di Aristotile. E prima voi dite, che il ridursi, per assicurarsi del fatto, al farne l' esperienza non è di momento alcuno, ma assai manchevole pel difetto del senso, perchè il tempo nel quale si passa lo spazio da i due gravi è così breve, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, ec. Ma Sig. Rocco mio dolce, dato, e non conceduto, che il tempo per la sua brevità non ammettesse una divisione nelle proporzioni delle velocità conforme all' asserto d' Aristotile, questo che voi dite averebbe luogo,
100 quando tal divisione si avesse a fare, ma io dico, che non si ha a dividere nè tempi, nè spazio, nè altro, perchè i due mobili cadenti percuoteranno in terra nell' istesso momento, nè il maggiore anticiperà il minore di due dita, cadendo anco dall' altezza di dugento braccia, ed acciò che voi restiate non dirò persuaso, ma libero dal più affaticar la mente per sostenere il vostro detto invano, pigliate due pietre una per mano, e tenendo una alta dal pavimento un sol braccio, e l' altra un braccio e mezzo, lasciatele cadere aprendo le mani nell' istesso momento, e notate coll' udito le percosse loro, che assolutamente, e sensatamente le sentirete distinte l' una dall' altra, e veduta questa esperienza, se poi vorrete persistere, che i tempi delle cadute di cento braccia di altezza di due mobili, de' quali quando l' uno percuote in terra, l' altro secondo voi ed Aristotile si trova alto braccia novantanove, sieno tanto brevi, che non si possa notare se sieno eguali, o sommamente disuguali, tal sia di voi. Ma che diremo pel quinto notando, dell' impeto, che vi trae a spacciar me per tanto precipitoso, che vi fa prima dar di urto ad Aristotile? Voi scrivete, che il volere osservare, e distinguere le proporzioni di queste velocità è cosa manchevole, e di nessun momento, perchè la vista non basta a dividere per la brevità del tempo. Ma Aristotile, Sig. mio bello, è stato quello, che prima di me colla vista, e non con altro mezzo ha fatto tal compartimento: eccovi le sue parole. *Videmus enim idem pondus atque corpus velocius ferri propter duas caussas, aut quia id differt per quod fertur, ut per aquam, aut terram, aut aerem, aut quia id differt quod fertur, si alia sint eadem, propter excessum gravitatis, aut levitatis*. E più a basso comincia prima dal senso della vista. *Videmus enim ea quæ majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habeant figuris, citius ferri per æquale spatium & secundum rationem quam habent magnitudines ad in-*

invicem. Non son dunque in questo più manchevole d' Aristotile, anzi pur ad esso solo riguarda la vostra saetta, che dice aver colla vista osservato il compartimento della disugualità delle velocità seguire la proporzione della gravità, che io non ho avuto mai bisogno di fare, nè di dire, che si facciano cotali compartimenti, e solo ho detto, che tali mobili passano il medesimo spazio nell' istesso tempo, esperienza, che non solo la vista, ma l' udito, e il tatto ancora possono perfettamente conoscerla. Io sin qui vi ho prodotti due luoghi, dove Aristotile afferma il senso della vista averli mostrato la proporzione della velocità de' mobili ineguali, esser l' istessa, che quella della gravità loro. Tocca ora a voi a insegnarmi i luoghi dove non dalla esperienza, ma dalla ragione ha appreso tal dottrina, la qual ragione dite, che io doveva prima solvere, e poi argomentarli contro, perchè se voi non mi palesate il luogo, nel quale tal ragione si contiene, io vi stimerò men pratico sopra i Testi d' Aristotile di quello, che voi vorreste esser tenuto, ovvero che mi abbiate voluto ingannare col dissimulare quelle esperienze, che vi sono, adducendo quelle ragioni, che non vi si trovano, ovvero stimerò (e questo senza fallo è il più vero concetto) voi pieno di mal talento contro di me, che trascorriate senza molta considerazione a far, come si dice, d' ogni erba fascio, e par che speriate di oscurare quella gloria, quale ella si sia, che le mie molte nuove osservazioni mi hanno acquistato appresso quelle nazioni, dove per la lontananza non arriva il dente dell' invidia a destare la malignità, e fatto cieco dall' ira meniate a traverso non pure ad Aristotile, ma bene spesso a voi medesimo. Quanto poi a quel che voi dite, che io doveva addur le ragioni, che oltre all' esperienza (per vostro detto fallace) mi persuadono l' egual velocità de' mobili, quanto si voglia dise- 101
guali, non mancherò di farvele sentire più a basso. In tanto pel vostro sesto mancamento faremo un poco di reflessione sopra quelle cose, che voi medesimo producete, come ragioni, di questa reciproca corrispondenza di gravità, e di velocità. Già di sopra vi ho scoperto la indiretta conseguenza, che voi cavate dalle premesse, mentre dite, l' effetto della gravità è tendere all' ingiù, adunque ove più gravità, si trova, ivi dee accelerarsi più il moto del corpo cadente, la qual conseguenza non si può cavare dalle premesse, nelle quali non si è fatto menzione di velocità, ma sì bene dell' ingiù, per lo che l' argomento dovea camminare così, l' effetto della gravità è tendere all' ingiù, dunque ove è maggiore gravità, ivi maggiormente si dee tendere all' ingiù; e così era vero, e camminava bene. E se per sorte col mutar l' assunto voi stimare di poter direttamente concludere dicendo, effetto della gravità è indurre velocità, adunque dove è maggior gravità, ivi sarà maggior velocità; dubito che non incorriate in un' altra sorta di equivoco, cioè in quella, che prova idem per idem, perchè a voler con Aristotile inferire, che la velocità cresca secondo la proporzione delle gravità, non basta supporre indeterminatamente, che la gravità induce la velocità, ma convien supporre, che la velocità cresca secondo l' accrescimento della gravità, ma questa è poi la medesima conclusione, che s' intende di dimostrare, *& sic novissimus error esset pejor priore*.

Voi seguendo di voler pur corroborare la medesima proposizione incorrete nel settimo errore con dire, *che tutte le verità delle misure infallibili dei pesi son fondate sopra questa irrefragabile*. Qui la prima, e la più congrua risposta sarebbe il domandarvi, che mi andaste dichiarando ad una ad una quali sieno queste, che voi chiamate verità di misure de' pesi, mostrandomi di più, come sieno fondate sopra la irrefragabile ec. ma la mia clemenza non vuole, che io v' induca a martirizzarvi in cercare quello, che giammai non troverete, perchè non è al mondo. Vi scuserò bene in parte di profferire simil concetto non falso, nè vero, perchè è senza senso, essendo voi, per quello che si scorge dalla vostra dicitura,

ed

ed anco per vostra propria confessione, assai ignudo delle scienze matematiche, delle quali quella parte, che considera i momenti della gravità, e della velocità de' corpi, che si chiama meccanica, è membro assai nobile, e principale. Userò bene a vostro benefizio questo atto di carità di trarvi d' errore, se saprò esplicarmi a bastanza, con dichiararvi quello, che è vero, e che voi avereste dovuto, e forse voluto dire, ma vi siete confuso. Però sappiate, che le gravità, le velocità, e loro momenti entrano nelle contemplazioni meccaniche, ma però senza mai apprender per vero, che le velocità de' gravi liberamente cadenti seguano la proporzione delle gravità di quelli, perchè questo è falsissimo. Voi per quel che io vo conjetturando avete trovato scritto (e forse nell'introduzione di Aristotile alle questioni meccaniche) di gravità, di velocità maggiori, e minori, e di certo rispondere proporzionatamente questa a quella, e venutovi il bisogno, per mantenimento dell' opinione di Aristotile, e vostra, avete accozzato insieme cotali parole con ordine tale, che formino la proporzione, che dice le maggiori, e minori velocità de i mobili rispondere proporzionatamente alle loro maggiori, e minori gravità, in guisa tale, che la velocità del mobile più grave alla velocità del men grave, abbia la medesima proporzione, che la gravità di quello alla gravità di questo, e qui vi siete ingannato in digrosso.
102 Onde per disingannarvi sappiate Sig. Rocco, che quella ragione certa, sopra la quale sono fondate tutte le virtù delle misure infallibili de' pesi (uso la vostra frase benchè di parole mal congruenti) cioè volete dir voi, che il primario fondamento della scienza meccanica, resulta da quelle sopraddette parole nel seguente modo ordinate: cioè: Quando di due corpi differenti in gravità la velocità dell' uno alla velocità dell' altro averà la medesima proporzione, che la gravità dell' uno alla gravità dell' altro i momenti loro saranno compensati, e pareggiati. E però per darvene un esempio, vediamo noi nella stadera il piccolo romano non più grave di dieci libbre sostenere una balla di mille libbre, cioè cento volte più grave di lui, tuttavolta che dovendosi questa, e quello muovere, la velocità del romano riuscisse cento volte maggiore di quella della balla, il che accaderà quando il romano si allontanerà dall' ago della stadera cento volte più del sostegno di quella, che non è la piccola lontananza dove è appesa la balla, e questo si dimostra concludentemente negli elementi meccanici, e più potete notare per vostro ammaestramento quanto sia falso, che nella da voi circonscritta ragione, sopra la quale dite fondarsi le misure de i pesi, si assuma per fondamento, che le velocità seguitino la proporzione delle gravità, che per l' opposito conviene, che quelle abbiano contraria proporzione, e che quanto un mobile è più grave dell' altro, tanto la sua velocità sia più tarda. Vedete Sig. Rocco, se è possibile allontanarsi dal vero più di quello, che fanno i vostri discorsi. Ma seguitiamo pure di ventilare la vostra detta vanità con due compagne appresso. Voi dite, che lo spazio delle cento braccia vien passato da i due mobili, l' uno cento volte più veloce dell' altro in così breve tempo, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, anzi che per esser ella debole nei moti velocissimi, qual sarebbe quello d' una palla di una bombarda, non scorge diversità alcuna di tempo tra l' uscita dal pezzo, e l' arrivo allo scopo, ancorchè per grande spazio lontano. Concedevisi questo, e più, che la velocità è tanta, che la palla nel suo corso fugge totalmente la vista. Ma sentite in grazia ciò, che ha da fare questa vostra considerazione col proposito del quale si tratta, e ditemi se quella palla, che spinta dal fuoco resta per la sua velocità inosservabile, e del tutto invisibile, sarebbe ancor tale nel cadere dall' altezza di cento braccia, partendosi dalla quiete, e scendendo col moto semplice suo naturale? bisogna, che diciate di no, se non volete avere in contrario gli occhi di tutti gli altri uomini, che senza dubbio la vedono, e convie-

ne

ne anco, che confeſſiate il tempo della ſua caduta eſſer molto ben conſiderabile, e partibile, e però voi ancora nel camminare di buon paſſo, ed anco nel correre, potete, come qualunque altro uomo, diſtinguere, ed anco numerare i paſſi, che fate. Ora ſappiate, che una palla di Artiglieria di cento libbre di peſo nel venir dall' altezza di cento braccia non conſuma minor tempo di quello, che faceiate voi nel camminare cinque, o ſei paſſi, o nel correre otto, o nove; e ſe il tempo della caduta di una palla di cento libbre è tanto, quello di una che peſi una ſola libbra, che per la dottrina di Ariſtotile, e voſtra debbe eſſere cento volte più tarda, ſarà eguale a quello del cammino di cinquecento, o ſecento paſſi; e voi con franchezza lo chiamerete per la brevità incompartibile? Soggiugnete poi per maggiore dichiarazione della debolezza, ed inabilità della viſta due altri eſempi, l' uno preſo dal moto tardiſsimo dell' oriuolo, e l' altro dal moto della nave lontaniſſima, benchè aſſai velocemente paſſi, i quali eſempi io veramente non intendo, come abbiano da fare col noſtro propoſito, perchè il moto delle noſtre palle non ha nè anco la centomilleſima parte della tardità del raggio dell' orologio, nè ſi domanda, che ciò coſtituiate nel 103
fare la oſſervazione lontano dalla torre nè anco la centeſima parte di quello, che è la nave allora, che il ſuo moto benchè veloce, appariſce inoſſervabile. E qui noto, che voi per ſoſtenere in piedi la voſtra mal fondata propoſizione, avete biſogno, che neſſuno de' moti del mondo ſia nè oſſervabile, nè partibile: onde fattovi adito da i moti delle artiglierie, e degli orologi, quelli incomprenſibili per la ſomma velocità, e queſto per la ſoverchia tardità, prendete animo di metter da queſti quei de' gravi cadenti, ancorchè il movimento loro ſia egualmente lontaniſſimo dalle inoſſervabili velocità, e tardità. Che più il tempo del moto della palla dell' artiglieria è inoſſervabile, ed impartibile, e queſto per la ſua eſtrema velocità, par bene, che ragionevolmente ſi poſſa concludere, che all' incontro la molta tardità renda il tempo del mobile ed oſſervabile, e compartibile, e ciò bene ſi vede accadere mentre lo ſpazio, che dal raggio ſi paſſa, ſi divide in ventiquattro parti, ed anco tal volta in *96.* e in *1440.* ed in conſeguenza il tempo medeſimo in ore, in quarti, ed anco in minuti. Ma che dico io della facilità del miſurare i moti tardi, e gli ſpazi loro? voi ſteſſo lo avete prima di me avvertito, e ſcritto, mentre dite, che io da ſemplice vorrei miſurare le predette velocità così agiatamente, come ſe quei mobili cadenti ſi moveſſero con i paſſi della teſtuggine. Conſideriamo adeſſo il voſtro nono errore nato per non aver avvertito, o forſe non inteſo il computo, che io fo nel ritrovare il tempo della caduta di una palla di artiglieria dal concavo della Luna fino al centro della terra, e perchè io pongo, che tal diſtanza ſia *196000.* miglia, ed il tempo della ſceſa ore tre 22′. 4″ ſopra tale ipoteſi concludete il tempo nel quale la medeſima palla paſſerebbe cento braccia ſolamente, che ſono (dite voi) meno della decima parte di un miglio, ma io vi concedo eſſer anco a pena la trenteſima, dee veramente eſſer momentaneo, ed impercettibile, il che io liberamente vi concedo delle ultime cento braccia proſſime al centro, ed anco delle cento terminate ſu la ſuperficie della terra, ma non già delle prime contigue all' orbe lunare, di dove partendoſi dalla quiete comincia la caduta della palla; voi avete preſo il moto, come ſe fuſſe equabile, ed in tutto lo ſpazio uniforme, nè vi è ſovvenuto, che ci va continuamente accelerandoſi. Concedovi in tanto (ma ſenza veruna voſtra utilità) che le cento braccia della terra ſarebbero paſſate in un breviſſimo momento dalla palla, che ſi fuſſe moſſa dal concavo della Luna, ma quando ella aveſſe a cominciare il moto, nella ſommità di eſſa torre, il tempo della ſua caduta ſarebbe di quei cinque minuti, ſecondo che io ſcriſſi, e che dovevano eſſer da voi conſiderati, e

ſe

se non che veramente io credo, che l' error vostro sia nato per non aver inteso quanto io scrivo, bisognerebbe con più grave nota affermare, che voi avete voluto ingannare il lettore, ed a me appostatamente imporre una troppo puerile inconsideratezza. Dalle cose dette fin qui vedete pel vostro decimo errore, quanto sia fuori del caso quello, che soggiugnete per confermazione, che nel giudicare delle pretese proporzioni di tempi, e di velocità non si debba ricorrere al senso, ma alla ragione debole, e fallace, confermando ciò coll' esempio della composizione del continuo, creduta, per vostro detto, da' Mattematici, e dalla miglior parte de' Filosofi esser di parti infinite, le quali in verun modo possono esser comprese dal senso, ma appena dall' intelletto, e non senza qualche repu-
104 gnanza. Lascio stare che al vostro intento meglio, e più sicuramente quadrava l' incommensurabilità delle linee, che la loro composizione di parti infinite, per esser quella totalmente incomprensibile dal senso, non meno che l' infinità delle parti, ma bene all' intelletto comprensibilissima, e per chiare, e necessarie dimostrazioni resta certa; dove che l' infinità delle parti anco all' intelletto è grandemente ambigua. Imperocchè se vogliamo, che le parti componenti sieno quante, è impossibile, che sieno infinite, perchè infinite parti quante fanno estensione infinita, e non una linea terminata, e se la vorrete compor d' indivisibili, cioè di parti non quante, che così potrebbono esser infinite, vi leverete su voi con Aristotile con esclamazioni fino alle stelle. Ma sieno quante o non quante, finite o infinite, comprese o non comprese dal senso, o dall' intelletto, non capisco, come tal cosa possa accomodarsi a rendere il vostro senso inabile a conoscere se due mobili cadenti dall' altezza di cento braccia percuotano in terra nell' istesso punto, o pur l' uno resti indietro novantanove braccia, quando l' altro arriva in terra, come ha scritto Aristotile. E voi volete veramente sostenere, e dite aver fatto vedere se non appieno, almeno *a porzione* ('a proporzione, si dice) con materie men terree, o men pesanti, come sono tavole, a certi miei parziali, l' effetto, e corroborata la dottrina di Aristotile. Ma poco avete voi corroborata questa dottrina, mentre che Aristotile parla in generale senza ristringersi più ad una, che ad un' altra materia, pur che nel resto de' mobili l' altre cose sien pari, cioè le figure sieno simili, nè distingue le palle dai dadi, nè dalle tavole, e sopra tutto dice l' effetto comprendersi colla vista, nè che io sappia, giammai ne adduce ragione, alla quale crederei pienamente poter rispondere, non potendo ella, come di conclusione falsa, essere concludente. Resta finalmente per soddisfare all' altra parte dell' obbligo, che m' imponete, che io produca le ragioni ancora, che oltre alla esperienza confermano la mia proposizione, sebbene per assicurare l' intelletto dove arriva l' esperienza non è necessaria la ragione; la quale io pure produrrò, sì per vostro benefizio, sì ancora perchè prima fui persuaso dalla ragione, che assicurato dal senso. Incontratomi nel testo di Aristotile, nel qual egli per manifesta suppone la sua proposizione, subito sentii gran repugnanza nell' intelletto, come potesse essere, che un corpo dieci, o venti volte più grave dell' altro dovesse cadere a basso con decupla, o vigecupla velocità, e mi sovvenne aver veduto nelle tempeste mescolatamente cadere piccoli grani di grandine con mezzani, e con grandi dieci, e più volte, e non questi anticipare il loro arrivo in terra, nè meno esser credibile, che i piccoli si fusser mossi un pezzo avanti a i grandissimi. Di qui passando col discorso più oltre mi formai un assioma da non esser revocato in dubbio da nessuno, e supposi qualsivoglia corpo grave descendente aver nel suo moto grado di velocità dalla natura limitato, ed in maniera prefisso, che il volerglielo alterare col crescergli la velocità, o diminuirglielo, non si potesse fare senza usargli violenza per ritardargli, o concitargli il detto suo limitato corso naturale. Fermato questo discorso mi figurai colla mente due corpi eguali in mole,

mole, e in peso quali fussero per esempio due mattoni, li quali da una medesima altezza in un medesimo instante si partissero, questi non si può dubitare, che scenderanno con pari velocità, cioè coll' assegnata loro dalla natura, la quale se da qualche altro mobile dee loro essere accresciuta, è necessario, che esso con velocità maggiore si muova, ma se si figureranno i mattoni nello scendere unirsi, ed attaccarsi insieme, quale di loro sarà quello, che aggiugnendo impeto 105
all' altro gli raddoppi la velocità, stante che ella non può esser accresciuta da un sopravvenente mobile, se con maggior velocità non si muove? Convien dunque concedere, che il composto di due mattoni non alteri la lor prima velocità. Da questo primo discorso passai ad una più serrata dimostrazione, provando, che quando si supponesse, che il mobile più grave si muovesse più velocemente, si concluderebbe, che il mobile men grave si muovesse più velocemente nella seguente forma. Ritenendo Sig. Rocco per vere le supposte dignità, le quali non credo, che voi siate per negare, cioè, che ogni grave descendente abbia da natura determinati gradi di velocità, che non possono essergli accresciuti se non con violentare la detta sua naturale constituzione: prendasi i due mobili A maggiore, B minore, de' quali se è possibile A sia naturalmente più veloce, e B meno, e perchè pel supposto la naturale velocità di B non può esser accresciuta, se non per violenza, se noi vorremo crescerla con unirgli l' A più veloce, converrà, che la velocità di esso A nel violentare B in parte si diminuisca, non essendo maggior ragione, che la maggiore velocità di A operi nella minore di B, che la tardità di B rioperi nella velocità di A. Risulterà dunque dall' unione de i due A, B, un composto di velocità maggior di quella del B solo, ma minore di quella dell' A, ed essendo che il composto de i due A, B, è maggiore di A solo, adunque il mobile A, B, maggiore si muoverà men veloce, che il solo A minore, che è contra il supposto. Questi Sig. Rocco son progressi matematici, son conseguenze, per quanto stimo, non aspettate da voi, e perchè io son certo, che persistendo voi nel credere, che cresciuta in A la gravità pell' aggiunta di B, si debba pur crescere la velocità, se non secondo la proporzione del peso, come fin qui avete voluto con Aristotile, almeno in qualche parte, quanto vi giugnerà nuovo, se io vi mostrerò, che la giunta di B non accresce un capello la gravità di A, nè la crescerebbono le giunte di mille B, e che in conseguenza non gli crescendo peso, non gli dee crescer velocità, facendovi toccar con mano, come in cotal discorso altamente equivocate, sicchè voi direte, come sarà mai vero, che essendo A, e B due pezzi di piombo, questo soprapposto a quello non gli accresca gravità? e io vi aggiungo, che quando B fusse anco di sughero, crescerà il peso, e concorro con esso voi in ammettere, che A posto sulla bilancia peserà più colla giunta di B, quantunque non solamente di sughero, ma un fiocco di bambagia, o pennecchio di stoppa, e se A pesasse cento libbre, e B un'oncia di piuma in bilancia, il lor composto peserà cento libbre, ed un' oncia, ma il servirsi di tale esperienza nel proposito, che trattiamo, è discorso vanissimo, e fuori del caso. Però notate, e ditemi Sig. Rocco, se ad una palla di artiglieria di cento libbre di peso sospesa, e sostenuta da una corda, voi poneste sotto una palma della mano, e solamente la toccaste, ditemi dico, se voi sentireste aggravarvi. So che risponderete di no, per esser il peso di quella retto dalla corda, ed impeditoli interamente lo scendere: il quale effetto se tagliata la corda voi voleste colla forza del vostro braccio vietarle, allora sì che sentireste gravitarvi sopra la mano, che doverebbe far l' offizio della corda, proibendo alla palla la naturale scesa. Ma quando alla palla posta in libertà voi non contrastaste, ma andaste cedendo all' impeto di quel-

A B

la, con abbassar la mano colla medesima velocità colla quale la palla scenderebbe, ditemi di nuovo se voi oltre al toccarla, sentireste dal suo peso gravitar-
106 vi? bisogna assolutamente rispondere, che no, perchè niuna resistenza fate alla pressura di quel peso. Cavate ora da questo chiaro, e breve discorso, che non potendo dirsi esser aggravato, se non quello, che al grave descendente contrasta, l' unire, e soprapporre l' uno all' altro de' soprannominati mattoni, che per esser eguali anco voi concedete, che con pari velocità scendano, non accresce l' uno gravità all' altro, e però nè anco velocità.

Ma sendo voi di già convinto, e necessitato a confessar la falsità del pronunziato generale di Aristotile, che afferma la velocità de' mobili di diverse gravità seguire la proporzione di esse gravità, mi par sentirvi insurger contro il mio detto, che dico moversi tutti coll' istessa velocità, ed oppormi l' esperienza di due palle di piombo, l' una di cento libbre, l' altra non maggior di un granel di panico: delle quali scendendo dall' altezza di cento braccia, sebben la minima, quando la grave arriverà in terra, avendo calato più della ventimillesima parte di tutta la torre, tuttavia non giugnerà a basso nello stesso momento, che la grande, ma gli resterà per avventura due, o tre braccia in dietro, e così nè anco la proposizion mia è vera. Prima che rispondere alla vostra instanza, la voglio ingrandire a mille doppi, ed oppormi le particole di un sasso ridotto in minutissima polvere, le quali scenderanno bene nell' acqua, ma quello spazio, che una pietra di due, o tre libbre passerà in una battuta di polso, quelle non passeranno in molte ore, e talvolta in molti giorni, come le acque torbide per la constituzione di simili atomi impalpabili tutto il giorno ci dimostrano, nel deporli, e chiarirsi, se non dopo lungo tempo. E di più contradicendo più apertamente a me medesimo vi dico, che realmente un sasso di cento libbre si muove più velocemente, che uno di cinquanta, o sessanta, ancorchè dell' istessa materia, e dell' istessa figura, e soggiungo, che così è necessario, che segua. E se il Sig. Rocco avesse un poco di Matematica, mi rincuorerei di potermi dichiarar in modo, che restasse capace della mia dimostrazione, che sarà pura geometrica, e necessaria, nella quale io entro con quella medesima limitazione, della quale si serve Aristotile mentre dice, che per quello, che dipende dalla gravità, le velocità seguono le proporzioni de i pesi, e soggiunge *si cætera sint paria*: ed io pigliando similmente la limitazione dell' essere l' altre cose del pari, dico, che per quello, che dipende dalla gravità, tutti i mobili quanto si voglia disuguali in grandezza si moveranno colla medesima velocità, ma se ab extra s' interporrà qualche ostacolo, siccome sempre di necessità s' interpone, allora la regola per altro sicura della gravità vien perturbata talvolta, e più che sommamente alterata. Ora per intelligenza di questo negozio bisogna Sig. Rocco, che voi sappiate, che tutti gl' impedimenti, che alterano, e perturbano la semplicissima regola de i movimenti naturali, la quale sarebbe, che tutti i mobili di qualsivoglia gravità, grandezza, e figura si muovessero cogl' istessi gradi di velocità, dipendendo dal mezzo, il quale per esser materiale, e corporeo, nel dovere esser penetrato dal mobile se gli oppone con qualche resistenza, e la velocità di quello in più maniere ritarda, delle quali una è la maggior, o minor coerenza delle parti di esso mezzo, le quali nel dover distrarsi, o separarsi per dare il transito al mobile, resistono, e più le più viscose, e così maggiore impedimento arrecherà alla scesa di una pietra la viscosità della pania, che quella del miele. Resiste il mezzo, ancorchè in tutto privo di viscosità, colla sua
107 gravità, colla quale toglie totalmente il calare al basso alle materie, che non sieno in specie più gravi di esso mezzo, ed alle più gravi la concede più, e men veloce, secondo l' eccesso maggiore, e minore della lor gravità sopra la sua propria. Onde veggiamo la maggior parte de i legni scender nell' aria men grave

ve

ve di quelli, ma non già nell' acqua, e non perchè in essa sia viscosità, ma per esser il legno men grave di quella, come diffusamente dimostro nel trattato delle cose, che galleggiano. E qui per intelligenza di quello, che ho da soggiungere si dee notare, che quelle materie, che o dalla natura hanno una determinata velocità di moto, o pur son constituite in istato di quiete, fanno resistenza alla forza, che altro moto gli vuol sopraggiungere, e maggiore la fanno, secondo che maggiore, e maggiore dee esser la velocità del sopravvenente moto, e perchè il corpo mobile dee nell' aprirsi il transito pel mezzo, spingere le parti di esso lateralmente, queste rimosse dalla lor quiete resisteranno al nuovo moto, che debbesi fare, ma ben minima, e quasi talvolta insensibile sarà la resistenza, se minima sarà la velocità; e grandissima, e massima, se con grandissima velocità doveranno muoversi, e però nel muover lentamente la mano per l' acqua, o il ventaglio per aria, quasi niuna resistenza sentiamo, che bene assai notabile si trova nel voler muoverli con velocità, ed una fusta nel mar quieto cederà, ma con moto tardissimo, a un piccol fanciullo, che con un sottil refe la tiri a se, che poi la forza di cento schiavi non basterà per superar l' acqua, se con troppa velocità dovrà aprirsi per dar luogo alla barca. Con questa sorta di resistenza ha connessione quella, che s' attribuisce alla figura del mobile, perchè i mobili dell' istessa materia, e gravità si muoveranno più, o men velocemente, secondo che gli spazi da aprirsi pel lor passaggio saranno meno, o più larghi, anzi anco un istesso mobile di figura larga per un verso, e stretta per l' altro, scenderà per taglio più velocemente, che per piatto, essendo che in quel modo le parti del mezzo poco s' hanno a muover per fargli strada, e molto in quell' altro. Evvi una nuova resistenza da tutte le dichiarate differente, e ch' io sappia fin qui non osservata, e principalissima per risolver le difficoltà del problema, che trattiamo; questa consiste nel toccamento del mezzo fluido, e della superficie del corpo mobile, la quale par, che non possa esser mai così densa, e liscia, che le sue porosità, e scabrosità non trovino qualche intoppo nel soffregarsi col mezzo, come sensatamente si vede in un solido, il quale ridotto sul torno a rotondità quanto più perfetta si possa, nel girar velocemente sopra i medesimi poli del torno, mena qualche poco di vento, e non per altro, che per gli urti della sua scabrosità, o porosità, che si fanno nel mezzo ambiente, e questa tal resistenza è talvolta tanta, che nell' acqua ritarderebbe il moto delle barche assai notabilmente, e però usano con materie bituminose spalmarle. Tal impedimento è ben necessario, che sia piccolissimo, poichè ei non è potente a proibire interamente il moto di verun mobile, benchè pel suo minimo eccesso di gravità sopra al mezzo non abbia se non languidezza, ma propensione allo scendere, e dico piccolissimo, e quasi nullo, mentre il movimento sia tardissimo; ma quando ei debba esser veloce, la resistenza di quello s' accresce. Da questi nominati impedimenti del mezzo derivano tutte le alterazioni, e deviazioni de i movimenti de i nostri mobili materiali dall' unica, e semplice natural regola a tutti comunissima, la quale sarebbe, che tutti partendosi dalla quiete, scendessero verso il centro della terra con moto continuamente accelerato in duplicata proporzione de i tempi, come io dimostro nella mia nuova scienza del moto. Ma cotal regola vien primieramente in modo tale alterata dal mezzo, che a moltissimi mobili vien totalmente levato il muoversi verso il centro, cioè a tutti quelli, la gravità in 108
specie dei quali non sia maggiore della gravità del mezzo, e tutti i men gravi vengono dalla gravità del mezzo (intendendo sempre dei moti nei fluidi) estrusi, e scacciati in sù. A quelli poi che superando la gravità del mezzo descendono in virtù dell' eccesso del lor peso, vien perturbata la regola della loro accelerazione, la quale non può perpetuarsi secondo la proporzione de' no-

ſtri impari, e ciò proviene dal creſcer ſempre l'oſtacolo, o reſiſtenza del mezzo all' eſſer aperto, ſecondo che creſce la velocità del mobile, però nei mobili di materie molto gravi in movimenti non molto lunghi, la detta proporzione quaſi inoſſervabilmente ſi perturba, la quale continuando di creſcer la velocità, e però anco la reſiſtenza del mezzo, ſi riduce finalmente a equalità, che poi perpetuamente ſi mantiene. Il medeſimo accade ancora a i mobili men gravi, ma queſti come ſuperati con minore eccesso dalla gravità del mezzo maggiormente vengono impediti, ed in più breve tempo ridotto il lor moto accelerato ad equalità. Onde l' altro mobile più grave, che più tardi finiſce la ſua accelerazione, ſi trova aver anticipato il men grave, ed aver acquiſtato grado maggiore di velocità, perlochè continuando ambidue di muoverſi di movimenti ciaſcuno per ſe ſteſſo conforme, ma queſto più veloce di quello, creſcendo il tempo, e gli ſpazj, che conſeguentemente vengono paſſati, creſce ancora la diſtanza tra mobile, e mobile coll' iſteſſa proporzione, e ſempre. Ma perchè il parlare così in univerſale, è alquanto oſcuro per eſſer ben capito dal Sig. Rocco, ed io deſidero d' eſſer inteſo, acciò ch' ei non s' abbia a dibattere in vano per contradirmi, come ben cento, e più volte ha già fatto in queſta ſua operetta, ſolo per non aver inteſe le coſe ſcritte da me, voglio eſemplificargli, e dilucidargli con un raccolto parlare il mio concetto. Son dunque Sig. Rocco d' opinione, che pigliando qualſivoglia mobile grave, come per eſempio, tre palle, una di legno, una di pietra, e l' altra di piombo, che peſaſſero di gravità aſſoluta la pietra quattro volte più del legno, il piombo tre volte più della pietra, ſon dico d' opinione, che venendo da qualſivoglia altezza ſi muoverebbono con i medeſimi gradi di velocità per appunto, talchè partite dalla quiete nell' iſteſſo tempo ſi troverebbono ſempre di conſerva negl' iſteſſi movimenti, tanto nella diſtanza di dieci braccia dal primo termine, quanto nella diſtanza delle cento, e delle mille, e così in tutte le altre, e ciò ſeguirebbe quando ſe gli poteſſer levare gl' impedimenti del mezzo, ma ſe il mezzo, quale nel noſtro caſo ſia v. g. l' acqua, ſarà più grave del legno, la palla di tal materia non ſolamente verrà ritardata nello ſcendere, ma del tutto impedita, e dal peſo dell' ambiente eſtruſa in ſu, nel modo che tutte le materie comunemente credute leggere ſi muovono in ſu per eſtruſione, e non in altra maniera Sig. Rocco. Ecco dunque l' impedimento maſſimo. Alla pietra poi, ed al piombo ritarda l' acqua la loro aſſoluta velocità, la quale figuriamoci, che fuſſe tale, che paſſaſſero la profondità di mille braccia in ventiquattro battute di polſo, e poſto che la pietra fuſſe quattro volte più grave dell' acqua, e il piombo tre volte più grave della pietra, e dodici dell' acqua, poſti ambidue nell' acqua, la quale alla pietra detrae la quarta parte del peſo, ed al piombo la dodici, detrarrà alla pietra la quarta parte della velocità, ed al piombo la dodici. Onde le mille braccia di profondità verrebber paſſate dalla pietra in trenta battute, e dal piombo in ventiſei, ma perchè creſcendo la velocità del mo-
109 bile, creſce ſempre la reſiſtenza del mezzo, queſta finalmente divien tale, che proibiſce a i mobili il continuar più l' accreſcimento di nuova velocità, e prima lo proibiſce a i men validi, onde ſarà ridotta la pietra alla privazione del nuovo acquiſto, che il piombo, il quale continuando ancora per qualche tempo di augumentare la ſua velocità, ſi ritroverà per qualche intervallo anteriore alla pietra, e con qualche grado maggiore di velocità, ed eſſendo in tal tempo la profondità paſſata dal piombo v. g. braccia cento, e la paſſata della pietra braccia novanta, continuando ambidue di muoverſi, ciaſcuno per ſe ſteſſo uniformemente ſarà ſempre il piombo anteriore alla pietra, cioè ſarà ſempre lo ſpazio paſſato dal piombo al paſſato dalla pietra, come cento a novanta, ſicchè in ultimo quando il piombo ſarà ſceſo le mille braccia, la pietra ne averà paſſate novecento. Ma fac-

facciamo Sig. Rocco per vostra maggior maraviglia l' esame di quello, che accaderà tra questi medesimi mobili in un mezzo men grave, qual sia v. g. l' aria, della quale ponghiamo, per esempio, la pietra esser mille volte più grave, e il piombo tre mila, del quale secondo la regola d' Aristotile il moto doverebbe essere tre volte più veloce, e vediamo quel che ne darà la regola mia, col supporre, che quando si togliesse l' impedimento del mezzo corporeo (il che forse accaderebbe nel vacuo) le velocità del piombo, e della pietra fussero egualissime, acciò voi possiate conoscer con qual delle due opinioni meglio s' accordi l' esperienza, e perchè l' aria detrae dal vero peso della pietra delle mille parti una, ma al peso del piombo delle tre mila una, però diminuita la velocità con simil proporzione, voi troverete, che cadendo tali mobili dall' altezza di cento baccia, nella quale l' impedimento dell' aria cadente assai poco può aver alterata la regola assoluta del peso, il piombo nel tempo, che senza l' impedimento dell' aria avrebbe passato le cento braccia, ne avrà passato un tremilesimo manco, ma la pietra un millesimo, cioè tre tremilesimi, ma un tremilesimo di cento braccia è circa un dito, per lo che dovrà in tal altezza il piombo aver preceduto la pietra di circa due dita. Fate Sig. Rocco tale esperienza con due palle di notabil grandezza, quali sarebbono d' un falconetto, e resterete chiaro. E se piglierete la palla di piombo, e una di sughero del piombo cento volte men grave, quando il piombo secondo la mia regola avrà passato le cento braccia, il sughero ne avrà sceso fino 97., e non un solo, che sarebbe secondo la regola d' Aristotile. Ma qui la resistenza dell' aria, che al gran peso del piombo legger contrasto fa nel principio del moto, ma ben dopo breve spazio molto pregiudica all' accelerazione del sughero leggero, è causa, che il sughero dopo non molto spazio si riduce all' equabilità del moto, ma non già il piombo, se non molto dopo, e però accaderà, che negli spazj grandissimi si potrebbe veder il piombo aver di molto anticipato il sughero. Cotali sono gli accidenti della gravità del mezzo, e della sua resistenza all' esser aperto, e lateralmente mosso, con i quali possiamo congiungere quello, che dipende dalla figura più, o men dilatata, ed in questo, o in quel modo posta in uso, perchè una falda, che per piatto debba scendere, più lenta sarà, che scendendo per taglio, dovendo in quel modo far maggiore apertura nel mezzo, che in questo. Resta ora, che consideriamo ciò che operi l' aderenza del mezzo alle porosità, e scabrosità delle superficie dei mobili, del quale impedimento ancorchè debolissimo n'è pur potente a cagionare grandissime differenze nella velocità, e tardità. Tale impedimento non par che si possa dubitare, che sia maggiore in quei corpi che *cæteris paribus* hanno maggior superficie, e che però in un cubo, o dado di pietra, che pesi una libbra, tal resistenza sarà maggiore, che in una palla 110
della medesima materia, e peso, quanto la superficie del cubo è maggiore della superficie della palla. A questo aggiungo, che nei corpi della medesima materia, e simili di figura coral impedimento non riceverebbe augumento, nè diminuzione per crescimento, o diminuzione di grandezza, tuttavolta che le lor superficie crescessero, e calassero colla medesima proporzione; ma perchè le superficie de i solidi simili, non nell' istessa proporzione, ma in minore, cioè in *subsesquialtera* di quella di essi solidi crescono, e calano, però diminuendo assai più la grandezza, e peso del solido, che non diminuisce la superficie, l' impedimento vien tuttavia crescendo a proporzione della virtù, cioè della gravità del solido, dalla quale l' impedimento dell' aderenza della superficie dee essere superato. Eccomi Sig. Rocco a voi con un esempio più intelligibile di queste mie Matematiche (uso la vostra frase). Figuratevi un dado, che ciascheduno de' suoi lati sia lungo due dita, sarà ciascheduna delle sue sei faccie quattro dita quadre, e tutta la superficie ventiquattro dita quadre, segate poi questo dado

con

con tre tagli in otto dadi, i quali ſaranno lunghi un dito per ogni verſo, e quanto alla grandezza ſolida, ed al peſo ciaſcheduno ſarà l'ottava parte del primo, ma la ſua ſuperficie ſarà molto più, che l'ottava parte della ſuperficie del primo, perchè ſarà di ſei quadrati, dei quali la ſuperficie del primo era ventiquattro, il peſo dunque è l'ottava parte, ma la ſuperficie è la quarta, cioè l'impedimento dependente dall' aderenza della ſuperficie col mezzo, è il doppio più di quello, che dovrebbe, per eſſer ſuperato dal peſo del dado minore, con quella proporzione colla quale il primo, e maggior dado ſuperava l'impedimento ſimile colla ſua propria gravità. Che ſe voi di nuovo ſuddividerete uno di queſti minori dadi in otto, ſarà il ſolido, e il peſo d'uno di queſti la ſeſſantaquattreſima parte del primo, ma la ſua ſuperficie ſarà la ſediceſima, e non la ſeſſantaquattreſima, cioè quattro volte più del biſogno, per mantener la proporzione della reſiſtenza. E così ſe noi anderemo ſuddividendo, e ſcemando ſempre con proporzion maggiore la mole corporea, che la ſuperficiale, cioè diminuendo quella in ſeſquialtera proporzion di queſta, ci ridurremo ad una polverizzazione di particole così minime, che la mole, e gravità loro diverrà picciolisſima in comparazione delle loro ſuperficie, le quali potranno eſſer mille volte maggiori di quello, che converrebbe, acciò fuſſe l'impedimento dell' aderenza colla medeſima proporzione ſuperato dalla gravità de' loro corpuſcoli, e queſti ſaranno quei minimi atomi della ſottiliſſima arena, che intorbida l'acque, e non calano ſe non in molte ore quello ſpazio, che un ſaſſetto quanto una noce paſſa in una battuta di polſo. Qui mi par Sig. Rocco vedervi inſurgere contro a tutto il mio paſſato diſcorſo, e ſogghignando ſarvi gran maraviglia, come io mi ſia preſo ardire di fare un ſuppoſto tanto repugnante al ſenſo, ed alla ragione, e non meno alla dottrina d'Ariſtotile, mentre pare, che io ſupponga, come propoſizione aſſolutamente vera, che tutti i mobili di qualſivoglia materia, grandezza, e figura, rimoſſi gl' impedimenti del mezzo materiale, doveſſero muoverſi con gl' iſteſſi gradi di velocità, accennando io in un certo modo, che tal' effetto ſeguirebbe nel vacuo, dove pare, che il medeſimo Ariſtotile fondato parimente ſu la reſiſtenza del mezzo dimoſtri, che il moto dovrebbe eſſervi o iſtantaneo, o piuttoſto nullo. Io vi confeſſo, che inclino al primo ſuppoſto, e vi produrrò i miei motivi, dopo che vi avrò moſtrato la fallacia d'Ariſtotile nel voler diſtruggere il moto nel vacuo, e in conſeguenza l'iſteſſo va-
111 cuo. Conſiſte l'inganno ſuo nell' aſſunto, ch' ei fa ſupponendo, che il medeſimo corpo mobile deſcenda per diverſi mezzi con velocità proporzionale alle ſottilità, e cedenze di eſſi mezzi, ſicchè ſendo v. g. la ſottilità dell' aria venti volte più cedente, o men reſiſtente della corpulenza, e craſſizie dell' acqua, quel mobile, che ſcendeſſe con venti gradi di velocità per l'aria, nell' acqua ſcenderebbe con due ſolamente. E perchè la ſottilità del vacuo, come infinita, e nulla reſiſtente, ſupera d'infinito intervallo quella dell' aria, e di qualſivoglia ſpazio pieno, però la velocità nel vacuo ſarebbe infinita, cioè il moto iſtantaneo, cioè finalmente nullo, repugnando il darſi moto in iſtante. Tale è il progreſſo d'Ariſtotile, fabbricato ſopra falſo fondamento, perchè falſo è, che un medeſimo mobile ritenga in diverſi mezzi le ſue velocità proporzionali alle craſſizie, e ſottilità di eſſi mezzi, perchè ſe ciò fuſſe vero, tutte le materie, che ſcendeſſero in un mezzo, dovrebbono ſcendere in tutti, atteſochè non c'è proporzione alcuna tra le corpulenze di due mezzi, che qualſivoglia grado di velocità non l'abbia a qualch' altro, e però quello, che ſcende in un mezzo, ſcenderebbe in tutti. Mi dichiaro pel Sig. Rocco. Sia l'acqua dieci volte più craſſa, e reſiſtente dell' aria, e ſcenda una palla d'abeto con venti gradi di velocità per l'aria, e perchè tal velocità è decupla della velocità di due gradi, ſiccome decupla è la corpulenza dell' acqua di quella dell' aria, adunque la palla d'abe-

d' abeto descenderà nell' acqua con due gradi di velocità, ma non scende con
alcuno, adunque l' assunto d' Aristotile è falso. Sento la ritirata del Peripatetico,
che dice, che Aristotile parla di quei mobili, che scendono nell' un mezzo,
e nell' altro, e non di quelli, che scendono in un mezzo sì, e in un altro
no; ritirata, che par qual cosa in vista, ma in effetto è nulla, e lascio star
di dichiarare, come Aristotile non potrebbe concludere il moto istantaneo nel
vacuo di quei mobili, che scendessero nell' aria, e nell' acqua galleggiassero, e
domando, se si potrebbe trovar un mobile, che nell' acqua scendesse con due
gradi di velocità? Credo pur, che converrà dir di sì, e confessare appresso, che
tal mobile sarebbe più grave dell' abeto. Sia per esempio una palla d' ebano;
ora se la velocità di questa palla nell' acqua, che ha dieci di corpulenza, è di
due gradi, qual sarà la velocità sua nell' aria, dieci volte men grossa dell' acqua?
Convien rispondere dover essere per la regola d' Aristotile venti gradi; ma
venti gradi si suppone esser per aria anco la velocità dell' abeto, adunque le
due palle d' ebano, e d' abeto tanto differenti in gravità, si muoveranno nell'
istesso mezzo, cioè nell' aria con pari velocità. Vedete Sig. Rocco a che passi
conducano le zoppicanti supposizioni. E però concludete, che le velocità del
medesimo mobile in diversi mezzi si regolano, non colla corpulenza de i mezzi,
ma con gli eccessi della gravità assoluta del mobile sopra la gravità de i
mezzi, li quali detraggono sempre dalla gravità del mobile, e però dalla sua
velocità, la qual velocità nel mezzo, che nulla gli sottraesse di gravità, resterebbe
non infinita, ma bene intera, e non diminuta. E però tutti i mobili
eserciterebbero le loro naturali velocità solo nel vacuo, e non in alcuno delli
spazj pieni, li quali detraendo sempre dalla gravità de i mobili, scemano la lor
velocità, e con gli altri soprannominati impedimenti la conturbano. Restasi finalmente
da spuntare lo scoglio più duro, e mostrare da quali sorte di conietture
(giacchè l' esperienza è forse impossibile a farsi) io mi sia lasciato indurre
a poter credere, le innate velocità di tutti i mobili dovere esser nel vacuo
tra di loro tutte simili, ed eguali, crescenti però continuamente in duplicata
proporzione de i tempi. Ha la mia conietture avuto fondamento sopra certo 112
effetto, che si osserva tra la velocità di mobili diversi di gravità ne i mezzi
pieni, il quale è, che le velocità dette si fanno più, e più differenti, secondo
che i mezzi si fanno più gravi. L' oro gravissimo sopra tutte le materie conosciute
da noi, esso solo descende nel mezzo dell' argento vivo, dove tutti gli
altri metalli galleggiano, però è manifesto potersi fare un misto d' oro, e d' argento
tale, che lentissimamente scendesse nel mercurio; sicchè la profondità v.
g. d' un braccio, che l' oro puro passa in una battuta di polso, il misto non la
passasse in manco di cinquanta, o di cento. Ma poi se noi faremo scendere i
due medesimi mobili nell' acqua, l' oro puro non arriverà al fondo di quattro
braccia la decima parte del tempo prima del misto, nell' aria poi in cento braccia
d' altezza non si potrà distinguere anticipazione alcuna di tempo, o d' intervallo.
Nel mezzo dell' acqua dove la cera schietta non va al fondo, possiamo
farne una palla, quale con aggiunta di pochi grani di piombo, o altra materia
grave descenda la profondità di quattro braccia in venti battute di polso,
la quale una palla di marmo scenderà in due battute di polso solamente, ma
queste medesime passeranno altrettanto profondità d' aria in tempi inosservabilmente
disuguali. Piglio due palle eguali in mole, una d' oro, l'altra di sughero,
quella oltre a cento volte più grave di questa, le quali se io lascierò cadere
dall' altezza di cento braccia d' aria, è vero, che l' oro anticiperà il sughero
di due, o tre braccia, e forse di più, ma nell' altezza d' un braccio, o di
due la differenza di velocità sarà quasi insensibile, e quelle differenze, che nei lunghi
intervalli si fanno tra l' oro, e il sughero grandemente notabili, non de-

pen-

pendono dalle diverse gravità, ma dall' impedimento dei mezzi, come di sopra ho dichiarato; che se l' oro traesse la superiorità di velocità sopra il sughero dalla gravità, pare molto ragionevole, che rimosse tutte le alterazioni, che dal mezzo, o da altro potessero provenire, dovesse l' oro superare il sughero in velocità colla proporzione, colla quale lo supera nella gravità, e che però anco nell' altezza di quattro braccia l' oro si mostrasse cento volte più veloce del sughero, quando dunque si facciano simili esperienze in piccole altezze, per sfuggir più che si può gli accidentarj impedimenti dei mezzi, tuttavolta che noi vediamo, che con l' attenuare, e alleggerire il mezzo, anco nel mezzo dell' aria, che pur è corporeo, e perciò resistente, arriviamo a vedere due mobili sommamente differenti di peso per un breve spazio moversi di velocità niente, o pochissimo differenti; le quali poi siamo certi farsi diverse, non per la gravità, che sempre son l' istesse, ma per gl' impedimenti, e ostacoli del mezzo, che sempre si augumentano, perchè non dobbiamo tener per fermo, che rimosso del tutto la gravità, la crassizie, e tutti gli altri impedimenti del mezzo pieno, nel vacuo i metalli tutti, le pietre, i legni, ed in somma tutti i gravi si muovesser colla istessa velocità?

E tanto basti per ora aver notato sopra queste poche conclusioni d'Aristotile, e vostre, tra le moltissime attenenti al moto locale, e dopo che averete, Sig. Rocco, ben bene esaminati, ponderati, e paragonati insieme i vostri discorsi con i miei, e ridottovi a memoria il detto del Filosofo, che *ignorato motu ignoratur natura*, giudicate con giusta lance qual di due modi di filosofare cammini più a segno, o il vostro fisico puro, e semplice bene, o il mio condito con qualche spruzzo di Matematica, e nell' istesso tempo considerate, chi più giudiziosamente discorreva, o Platone nel dir che senza la Matematica non si po-
113 teva apprender la Filosofia, o Aristotile nel toccare il medesimo Platone per troppo studioso nella Geometria.

Alla facciata 176. 177. Ma passiamo pur a considerare quello, che scrivete S. Rocco mio nelle seconde seguenti facciate, dove ponete concetti composti di parole Matematiche, ma tali, che io, che ne so professione, e che ho inteso quel che scrivono Euclide, Apollonio, Archimede, Tolomeo, ed altri molti celebri autori, non ne so trar costrutto alcuno.

E perchè io credo, che voi concorriate meco in ammettere, che uno, che voglia parlare d'un' arte difficile in se stessa, e da se mai non studiata, non possa sfuggir il dir cose fuori del caso, ed inintelligibili da chi le ascolta, però se voi vi metterete la mano al petto, e facendo un soliloquio vi anderete rammemorando, ed esaminando lo studio, che avete fatto intorno a queste Matematiche scienze, certo non mi ascriverete a ottusità di cervello il non trar costrutto dalle cose da voi in cotal materia profferite. Contuttociò mi anderò ingegnando di penetrar qualche cosetta con vostro guadagno, poichè nel fine di questa parte dite, che avreste ben caro di aver l' evidenze infallibili, che vantano i Matematici di simili difficultà. Però dove voi dite d' avere sempre stimato difficile, inintelligibile, e per avventura falso un vostro comunissimo detto, *sphæra tangit planum in puncto*, e perchè a così credere vi muove il manifesto assurdo, e la conseguenza falsissima, per tale stimata da i Filosofi, e da' Matematici, perchè ne seguirebbe, che la linea verrebbe ad esser composta de' punti, dove all' incontro e questi, e quella vogliono tutti, che ogni quantità continua costi di parti sempre divisibili: vi rispondo concedendovi esser difficile, e fin qui stata quasi inintelligibile, ma non giammai falsa la composizione della linea di punti, e del continuo d'indivisibili, ed avvertite, che voi mostrate poco studio degli autori Matematici, mentre gli mettete in schiera con i Filosofi, non avendo quelli trattato mai cotal questione, se non forse qualche Matematico della seconda, o d'altra inferior classe.

Io

Io, Sig. Rocco, di parere diverso dagli altri, stimo vera l'una, e l'altra proposizione; essendo vero, che il continuo costa di parti sempre divisibili, dico, che è verissimo, e necessario, che la linea sia composta di punti, ed il continuo d'indivisibili. E cosa forse più inopinata vi aggiungo, cioè che essendo un solo il vero, conviene che il dire, che il continuo costa di parti sempre divisibili, col dire, che il continuo costa d'indivisibili, sieno una medesima cosa. Aprite di grazia gli occhi a quella luce stata forse celata sin qui, e scorgerete chiaramente, che il continuo è divisibile in parti sempre divisibili, solo perchè costa d'indivisibili, imperocchè se la divisione, e suddivisione si ha da poter continuar sempre, bisogna necessariamente, che la moltitudine delle parti sia tale, che giammai non si possa superare, e sono dunque le parti infinite, altrimenti la divisione si finirebbe, e se sono infinite, bisogna che non sieno quante, perchè infiniti quanti compongono un quanto infinito, e noi parliamo di quanti terminati, e però gli altissimi, ed ultimi, anzi i primi componenti del continuo, sono indivisibili infiniti. Non vedete voi, che il dire, che il continuo costa di parti sempre divisibili importa, che dividendo, e suddividendo non s'arrivi mai a' primi componenti? i primi componenti dunque son quelli, che non sono più divisibili, ed i non più divisibili sono gli indivisibili. Qui sogliono farsi innanzi i filosofanti con atti, e con potenze, dicendo le parti divisibili nel continuo esser infinite in potenza, ma sempre finite in atto, fuga, che può esser, che essi l'intendano, e vi si quietino, ma io veramente non ne so cavar costrutto veruno, ma forse il Signor Rocco me ne farà capace. Onde io domando in qual maniera in una linea lunga quattro palmi sieno contenute quattro parti, cioè quattro linee di un palmo l'una, dico se vi sono contenute in atto, o in potenza solamente, se mi dirà, contenute in potenza solamente, mentre non son divise, o segnate, ed in atto poi quando si tagliano, io pur gli proverò, che parti quante nè in atto, nè in potenza possono essere infinite nella linea. Imperocchè io domando di bel nuovo, se nell'attuar col dividerle le quattro parti, la linea di quattro palmi cresce, o scema, o pur non muta grandezza. Credo, che mi farà risposto, che ella resta della medesima quantità per appunto; adunque concluderò io, se una linea resta sempre della medesima grandezza, contenga ella le sue parti quante in atto, o abbiale in potenza, non potendo ella contenerne infinite in atto, nè meno le potrà ella contenere in potenza, e così parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser nella linea terminata. Vengo ora ad un altro punto, e ammettendo questa fuga, o trovato d'atto, e di potenza, dico, che nel medesimo modo appunto, che voi fate contenere quattro linee d'un palmo l'una, alla linea di quattro palmi, e otto di mezzo palmo, e quattrocento d'un centesimo di palmo, e quattro milioni di un milionesimo, ella contiene infiniti punti, e se voi dite, che col segnarle, e dividerle potete dalla potenza ridurle all'atto, ed io vi dico, che con simile artifizio, anzi con più spedito attuerò i miei infiniti punti. E qui non credo già, che voi ricerchiate, che io cominci a segar la linea in due parti, e poi in quattro, e poi in otto, e sedeci, ec. finchè arrivi agl'infiniti punti, perchè nè manco voi con simil progresso arriverete mai alla risoluzione delle parti divisibili sempre, non potendo voi valicare oltre al sempre; nè meno credo, che voleste vedere in tavola i punti distinti, e separati l'uno dall'altro, perchè ci bisognerebbe una tavola lunga in infinito per capire, non tanto i punti, che dico esser infiniti, quanto gl'intervalli infiniti tra l'uno, e l'altro; nè forse ancora voi potreste mostrarmi le parti divisibili separate tutte; però conviene trovare qualch'altra maniera d'attuazione. Ditemi per tanto, se voi chiamareste attuate a vostra soddisfazione le sopraddette quattto linee, quando senza staccarne 114

l'una dall' altra, ſi piegaſſero ad angoli, e ſe ne formaſſe un quadrato, confido, che tale attuazione vi baſterebbe; e quando ciò ſia, il piegarla in otto angoli formandone un ottangolo, pur dovrà baſtare per attuare le ſue otto parti di mezzo palmo l' una, ed in ſomma inflettendola in poligoni di cento, mille, e cento milioni di lati, e di angoli, ſi verranno a attuare le centeſime, milleſime, e centomilleſime, e centomilioneſime parti quante di lei, ed io col piegarla, ed incurvarla in un cerchio, ne formerò aſſai più ſpeditamente d' altri poligoni rettilinei il poligono di lati infiniti, e così avrò attuati i punti infiniti della medeſima linea, il qual cerchio avrà tutti i requiſiti di tutti gli altri poligoni, ed altri appreſſo più maraviglioſi.

Il poligono di cento lati, eretto ſopra un piano, lo tocca con uno de' ſuoi lati, cioè colla centeſima parte del ſuo perimetro, il cerchio poſtovi nel medeſimo modo lo tocca parimente con uno de' ſuoi infiniti lati, cioè in un punto. Quel poligono nel voltarſi imprime nel piano in una ſua converſione una linea retta continuata, compoſta degl' infiniti ſuoi punti, ed eguale alla ſua circonferenza. Altre conſeguenze poi del cerchio, ed ammirande le ſentirete altra
115 volta, dove ſpero dimoſtrarvi, che la ſtrada, che ſi tiene comunemente nel voler comprendere i progreſſi della natura, non incammina così bene i ſuoi Filoſofi verſo il termine deſiderato, col bandir dalla lor mente gl' infiniti, gl' indiviſibili, i vacui, come concetti vani, e pernicioſi, ed eſoſi ad eſſa natura, come bene non incamminerebbe il ſuo ſcolare quel pittore, o quel fabbro, il quale gli deſſe per i primi precetti il dar bando a i colori, a i pennelli, all' incudini, a i martelli, ed alle lime, come materie, e iſtrumenti inutili, anzi dannoſi a ſimili eſercizj. Ma facciamo qualch' altra conſiderazioncella ſopra il voſtro teſto, e dove voi ponete pel primo, e maſſimo inconveniente, che ſeguirebbe, ſe la sfera toccaſſe in un punto, l' eſſer la linea compoſta di punti. Già potrete vedere da quanto ho detto, che l' aſſurdo non è così ſicuro, come voi lo fate; nè meno è vero quello, che ſoggiungete, che tal compoſizione ſia ſtimata falſiſſima in Filoſofia, e Matematica, perchè da i Matematici celebri tal propoſizione non è trattata, non che concluſa, o negata. Soggiungete poi (e ſia detto con voſtra pace) un maſticaticcio di coſe incongruenti, ed al mio cervello ſenza ſenſo, con dire, che la sfera ſarà di punti, e di niuna quantità, perchè voltandola in giro, ſenza variar ſito, o diſtanza (diſtanza? da che Signor Rocco?) ſempre in un punto, e qui credo, che abbiate voluto dire, che rivolgendo la sfera in ſe ſteſſa, ma ſempre ſopra l' iſteſſo punto del piano, ſi ſegnerebbono ſulla ſuperficie di eſſa sfera cerchi, o altre linee curve infinite, delle quali eſſa ſuperficie sferica ſarebbe compoſta, ed eſſendo eſſe linee compoſte di punti, verrebbe anco in conſeguenza ad eſſer di punti compoſta la sferica ſuperficie, il che voi reputate impoſſibile, ma io no; e ſtimo, che ſiccome la linea è compoſta di punti, così le ſuperficie ſien compoſte di linee, ma e quella, e queſte di punti infiniti, e di linee infinite: le conſeguenze, che ſoggiungete poi, ſon ben veriſſime, ma non pregiudicano a neſſuno. Vero è che il punto per eſſere indiviſibile non può conferire eſſer diviſibile, nè quanto, nè circolare, nè fare, che la sfera ſia diviſibile, nè quanta, nè sfera, nè sferica. E tutte queſte faccende chi voleſſe dire, che naſcono da un punto, ſtimo, che non aveſſe punto di giudizio; ma chi con giudizio compone la linea di punti, non ne piglia un ſolo, nè due, nè mille, o milioni, ma infiniti, ſicchè il conferir diviſibilità, e quantità, è virtù della infinità, la quale è una materia lontaniſſima dall' eſſer capace di quelli attributi, e condizioni, alle quali ſoggiacciono i numeri, e grandezze compreſe dal noſtro intelletto; là non entra maggioranza, minoranza, nè egualità, non vi ha luogo nè il pari, nè il diſpari, ogni parte (ſe parte ſi può chiamare) dell' infinito è infinita, ſicchè

ſeb-

sebbene una linea di cento palmi è maggiore d' una d' un sol palmo, non però i punti di quella son più de i punti di questa, ma e questi, e quelli sono infiniti. Il resto, che aggiungete, che il punto non può conferir l' esser circolare, e che però la sfera sarebbe indivisibile, non quanta, non sfera, non sferica, veramente son con voi, anzi tengo, che nè il punto, nè altra cosa del mondo faccia, che la sfera sia sfera insieme, e più tengo per cosa certa, che nè meno sia cosa potente a far per l' opposito, che la sfera non sia sfera, nè sferica. Dottrina bella, e sicura; ma sappia il Sig. Rocco, che i Matematici, quando vogliono costituire una sfera, non ricorrono agl' indivisibili, ma vanno al torniajo, se la vogliono di legno, al fonditore, se la vogliono di metallo. Dove poi seguendo mettete in dubbio, anzi pur dannate la mia dimostrazione, e che per evitar quelli evidentissimi assurdi dite, che minore inconveniente sarebbe (sappia S. Rocco, che appresso i Geometri tutti gl' inconvenienti sono eguali, cioè massimi) il dire, che delle linee tirate tra due punti, non la so- 116
la retta sia brevissima, ma che altre così brevi ve ne possano essere, ciò mi giunge inaspettatissimo; e quando sia vero, rallegratevi, perchè convertirete in maniera non solo la presente questione, ma tutte le Matematiche insieme, che mai più non moveranno assalti alle determinazioni filosofiche, ed io quando vi piaccia di additarmene una sola, che non sia maggior della retta, mi rincuoro di trovarne più di mille altre appresso, ma bisogna, che troviate altra dimostrazione, che la mia medesima, colla quale dite, che io concluderò in questo senso, perchè io veramente non ne so cavar tal conclusione. Che poi io supponga una falsità manifesta, per salvare una proposizione, che ha diverse interpretazioni, non so quello, che voi vogliate dire, forse l' intenderò dopo che m' avrete insegnato, non esser sola brevissima la retta, proposizione, che fin ora mi par falsissima, ed introdotta per levar il contatto puntuale certissimo della sfera. Quello, che soggiungete per rimuover quella ragione, per la quale si dice, la sfera toccare in un punto, e che vi pare, che abbia buon' apparenza con dire, *che nella brevità, ove accade il contatto colla sfera, si trovi in quantità reale respettiva indifferenza all' esser piano, e circolare*: confesso la mia ignoranza, non intendendo niente, non ne so cavar senso, e però non posso vedere, come ciò schivi l' esser sforzato a dire, che nel punto sia curvatura, ma ben senza l' ajuto dell' enigma mi libero io dal por curvità in un punto, essendo quello, che si curva dopo il contatto nel cerchio una parte di circonferenza, composta di punti infiniti, e nella sfera una parte della sua superficie, contenente infinite circonferenze, infiniti archi dall' istesso contatto derivanti, finalmente nel burlarvi del mio Simplicio circa le sfere materiali, mostrate di ricordarvi poco d' Aristotile, che esso, e non Simplicio, concedendo, che la sfera in astratto tocchi in un punto, dice, che *sphara anea non tangit planum in puncto*, e voi ora lo negate anco della astratta, e per crescere errore sopra errore soggiungete, che avereste per minor assurdo, che le superficie piane si toccassero in un punto * * * *

Manca il restante.

119

CONSIDERAZIONE
DI GALILEO GALILEI
SOPRA IL GIUOCO DE' DADI.

He nel gioco de i dadi alcuni punti ſieno più vantaggioſi di altri, vi ha la ſua ragione aſſai manifeſta, la quale è, il poter quelli più facilmente, e più frequentemente ſcoprirſi, che queſti, il che depende dal poterſi formare con più ſorte di numeri: onde il 3. e il 18. come punti, che in un ſol modo ſi poſſon con tre numeri comporre, cioè queſti con *6. 6. 6.* e quelli con 1. 1. 1. e non altrimenti, più difficili ſono a ſcoprirſi, che v. g. il *6.* o il 7. li quali in più maniere ſi compongono, cioè il *6.* con 1. 2. 3. e con 2. 2. 2. e con 1. 1. 4. ed il 7. con 1. 1. 5., 1. 2. 4., 1. 3. 3., 2. 2. 3. Tuttavia ancorchè il *9.* e il 12. in altrettante maniere ſi compongano in quante il 10. e l' 11. perlochè d' egual uſo dovriano eſſer reputati; ſi vede nondimeno, che la lunga oſſervazione ha fatto da i giuocatori ſtimarſi più vantaggioſi il 10. e l' 11. che il *9.*, e il 12.

E che il *9.* e il 10. ſi formino (e quel che di queſti ſi dice intendaſi de' lor ſoſſopri 12. e 11.) ſi formino dico con pari diverſità di numeri, è manifeſto; imperocchè il *9.* ſi compone con 1. 2. *6.*, 1. 3. 5., 1. 4. 4., 2. 2. 5., 2. 3. 4., 3. 3. 3. che ſono ſei triplicità, ed il 10. con 1. 3. *6.*, 1. 4. 5., 2. 2. *6.*, 2. 3. 5., 2. 4. 4., 3. 3. 4. e non in altri modi, che pur ſon ſei combinazioni. Ora io per ſervire a chi m' ha comandato, che io debba produr ciò, che ſopra tal difficoltà mi ſovviene, eſporrò il mio penſiero, con ſperanza, non ſolamente di ſciorre queſto dubbio, ma di aprire la ſtrada a poter puntualiſſimamente ſcorger le ragioni, per le quali tutte le particolarità del giuoco ſono ſtate con grande avvedimento, e giudizio compartite, ed aggiuſtate. E per condurmi colla maggior chiarezza che io poſſa al mio fine, comincio a conſiderare, come eſſendo un dado terminato da *6.* faccie, ſopra ciaſcuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarſi; ſei vengono ad eſſere le ſue ſcoperte, e non più, l' una differente dall' altra. Ma ſe noi inſieme col primo getteremo il ſecondo dado, che pure ha altre ſei faccie, potremo fare *36.* ſcoperte tra di loro differenti, poichè ogni faccia del primo dado può accoppiarſi con ciaſcuna del ſecondo, ed in conſeguenza fare *6.* ſcoperte diverſe; onde è manifeſto tali combinazioni eſſer *6.* volte *6.* cioè *36.* E ſe noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciaſcuna delle ſue faccie, che pur ſon ſei, può accoppiarſi con ciaſcuna delle *36.* ſcoperte delli altri due dadi, averemo le ſcoperte di tre dadi eſſere *6.* volte *36.* cioè *216.* tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti de i tiri di tre dadi non ſono ſe non *16.* cioè 3. 4. 5. ſino a 18. tra i quali ſi hanno a compartire le dette *216.* ſcoperte, è neceſſario, che ad alcuni di eſſi ne tocchino molte; e ſe noi ritroveremo quante ne toccano per ciaſcheduno, averemo aperta la ſtrada di ſcoprire quanto cerchiamo, e baſterà fare tale inveſtigazione dal 3. ſino al 10. perchè quello, che converrà a uno di queſti numeri, converrà ancora al ſuo ſoſſopra.

120

Tre particolarità ſi debbon notare per chiara intelligenza di quello, che reſta: la prima è, che quel punto de i tre dadi, la cui compoſizione riſulta da tre numeri eguali, non ſi può produrre, ſe non da una ſola ſcoperta, ovvero tiro

ro di dadi, e così il 3. non si può formare se non dalle tre faccie dell' asso, ed il *6.* quando si dovesse comporre con tre dui, non si farebbe se non da una sola scoperta. Seconda: il punto, che si compone da i tre numeri, due de' quali sieno i medesimi, e il terzo diverso, si può produrre da tre scoperte, come v. g. il 4. che nasce dal 2. e dalli due assi, può farsi con tre cadute diverse, cioè quando il primo dado scuopra 2. e il secondo, e terzo scuoprano asso, o scuoprendo il secondo dado 2., e il primo e il terzo asso; o scuoprendo il terzo 2., ed il primo e secondo asso. E così v. g. l' 8. in quanto resulta da 3. 3. 2. può prodursi parimente in tre modi; cioè scuoprendo il primo dado 2. e li altri 3. per uno, o scuoprendo il secondo dado 2. ed il primo, e terzo 3. o finalmente scuoprendo il terzo dado 2. ed il primo, e secondo 3. Terza: quel numero di punti, che si compone di tre numeri differenti, può prodursi in *6.* maniere, come per esempio, l' 8. mentre si compone da 1. 3. 4. si può fare con *6.* scoperte differenti; prima, quando il primo dado faccia 1. il secondo 3. e il terzo 4. seconda, quando il primo dado faccia pur 1. ma il secondo 4. e il terzo 3. terza, quando il secondo dado faccia 1. e il primo 3. e il terzo 4. quarta, facendo il secondo pur 1. e il primo 4. e il terzo 3. quinta, quando facendo il terzo dado 1. il primo faccia 3. e il secondo 4. sesta, quando sopra l' 1. del terzo dado, il primo farà 4. e il secondo 3. Abbiamo dunque fin qui dichiarati questi tre fondamenti, primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte de i tre dadi, che si compongono da tre numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; secondo, che le triplicità, che nascono da due numeri eguali, e dal terzo differente, si producono in tre maniere; terzo, che quelle, che nascono da tre numeri tutti differenti, si formano in sei maniere. Da questi fondamenti facilmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire, in quante scoperte differenti si posson formare tutti i numeri de i tre dadi, il che per la seguente tavola facilmente si comprende, in fronte della quale sono notati i punti de i tiri dal 10. in giù fino al 3. e sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può resultare, accanto alle quali son posti i numeri, secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri, come per esempio

1
3
6
10
15
21
25
27
108
108
216

10		9		8		7		6		5		4		3	
6 3 1	6	6 2 1	6	6 1 1	3	5 1 1	3	4 1 1	3	3 1 1	3	2 1 1	3	1 1 1	1
6 2 2	3	5 3 1	6	5 2 1	6	4 2 1	6	3 2 1	6	2 2 1	3		3		1
5 4 1	6	5 2 2	3	4 3 1	6	3 3 1	3	2 2 2	1		6				
5 3 2	6	4 4 1	3	4 2 2	3	3 2 2	3		10						
4 4 2	3	4 3 2	6	3 3 2	3		15								
4 3 3	3	3 3 3	1		21										
	27		25												

nella prima casella abbiamo il punto 10. e sotto di esso *6.* triplicità di numeri, 121
con i quali egli si può comporre, che sono *6.* 3. 1., *6.* 2. 2., 5. 4. 1., 5. 3. 2., 4. 4. 2., 4. 3. 3. E perchè la prima triplicità *6.* 3. 1. è composta di tre numeri diversi, può (come sopra si è dichiarato) esser fatta da *6.* scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità *6.* 3. 1. si nota *6.* ed essendo la seconda *6.* 2. 2. composta di due numeri eguali, e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3. differenti scoperte, però se gli nota accanto 3. la terza triplicità 5. 4. 1. composta di tre numeri diversi può farsi da *6.* scoperte, onde si nota

nota col numero *6.* e così dell' altre tutte, e finalmente a piè della colonnetta de' numeri delle ſcoperte è raccolta la ſomma di tutte: dove ſi vede, come il punto 10. può farſi da 27. ſcoperte di dadi differenti, ma il punto *9.* da 25. ſolamente, e l' 8. da 21., il 7. da 15., il *6.* da 10., il 5. da *6.*, il 4. da 3., e finalmente il 3. da 1. le quali tutte ſommate inſieme aſcendono al numero di 108. Ed eſſendo altrettante le ſcoperte de i ſoſſopri, cioè de i punti 11. 12. 13. 14. 15. *16.* 17. 18. ſi raccoglie la ſomma di tutte le ſcoperte poſſibili a farſi colle faccie de i tre dadi, che ſono 21*6*. E da queſta tavola potrà ognuno ch' intenda il giuoco, andar puntualiſſimamente miſurando tutti i vantaggi per minimi che ſieno delle zare, degl' incontri, e di qualunque altra particolar regola, che in eſſo giuoco ſi oſſerva.

PROBLEMI VARJ
DI GALILEO GALILEI.

PROBLEMA I.

49 Erchè cauſa volendo un nuotatore ſtar fermo, e a galla nell' acqua, ſia neceſſario, che ei ſtia ſupino, colle gambe aperte, colle braccia diſteſe ſopra il capo, e intirizzito.

La cauſa del problema è queſta. Volendo il nuotatore ſtar a galla, e fermo, biſogna che ei cerchi di farſi nell' acqua più leggero, che può, e queſto gli ſuccederà ogni volta, che ei ſi accomoderà in tal modo, che del ſuo corpo ne reſti ſommerſo più, che ſia poſſibile, perchè un peſo di tanto divien più leggero nell' acqua, di quanto peſa tant' acqua eguale in mole alla parte demerſa di eſſo peſo. Ora il nuotatore ſtando nell' acqua ſupino, viene a farſi in eſſa leggeriſſimo, perchè dalla bocca, e picciola parte del viſo in fuori, tutto il reſto del ſuo corpo reſta ſommerſo, che ſe in altra poſitura ei ſi accomodaſſe, v. g. bocconi, o per lato, non gli riuſcirebbe lo ſtare a galla ſenza muoverſi, perchè tanto ſi ſommergerebbe, che caceiando la bocca ſott' acqua, per non poter reſpirare, anderebbe a riſico di affogarſi. In oltre egli è neceſſario, che ei tenga le gambe aperte aſſai, perchè eſſendo il noſtro petto per l' aria, che in eſſo ſi racchiude, mercè dei polmoni grandi aſſai, molto più leggero nell' acqua, che le coſce, e le gambe, che ſono maſſiccie e piene, non biſogna, che il nuotatore le tenga ſtrette ed unite, perchè così il lor centro della gravità caſcherebbe aſſai lontano dal petto, onde ſarebbe sforzato il nuotatore per la lieva delle gambe, e coſcie a dirizzarſi, nè potrebbe ſtare a diacere; dove che, ſe le terrà aperte e ſeparate, il lor centro della gravità verrà più vicino al petto, e così gli faranno manco lieva. Biſogna ancora, che ei tenga le braccia diſteſe ſopra il capo, perchè tenendole così, viene a contrappeſare il peſo delle gambe, e delle coſcie, che ſe le teneſſe accoſto a i fianchi, ajuterebbe col peſo delle braccia le gambe, e le coſcie a farlo rizzare, e tirarlo giù. Ed in ultimo gli convien ſtare colla vita intirizzata, attalchè e' venga a fare del ſuo corpo un compoſto ſolo, perchè ſe ſi abbandonaſſe, e ſi laſciaſſe andare, le braccia, e le coſcie, e le gambe, eſſendo più gravi del petto, anderebbero al fondo, e ſeco tirerebbero il nuotatore.

PRO-

PROBLEMA II.

SI domanda la causa onde avvenga, che il nuotare arrechi grandissimo affanno a i nuotatori, non ostante che e' sieno leggerissimi nell' acqua, onde con ogni picciola forza facilmente per essa si muovono. 50

Si risponde, che non è la forza, che si fa per nuotare quella, che arreca l' affanno grande a chi nuota, ma l' avere a tirar sott' acqua buona quantità d' aria, mediante la necessità del respirare; il che si dichiara così. Io ho un pallone, e lo voglio col mio fiato gonfiare; piglio un cannellino di canna, lo metto nell' animella, e comincio per quello a soffiar nel pallone, certo che se detto pallone non sarà circondato da altro, che dall' aria, assai facilmente mi riuscirà il gonfiarlo; ma se piglierò poi il medesimo pallone sgonfio, e lo metterò in un vaso grande pieno di acqua, e vorrò poi gonfiarlo tenendolo in essa sommerso, chiara cosa è, che durerò una gran fatica, perchè mi converrà alzare tant' acqua col fiato, quanta è l' aria, che io caccio nel pallone. Ora colui che nuota non attrae col respirare l' aria nel petto, stando circondato da aria, dove prima con poca fatica il nostro petto si gonfia, ma dee respirare, e tirar l' aria sott' acqua, della quale tanta mole ne viene ad alzare, ogni volta che ei respira, quanta è l' aria, che respirando ei manda nel petto, i muscoli del quale non essendo usi a un esercizio tanto laborioso, grandemente si affaticano, e di qui procede l' affanno grande del nuotatore. A questo si può aggiugnere ancora, che essendo per avventura i medesimi muscoli quelli, che ajutano a muover le baccia nel nuotare, si viene loro a raddoppiar la fatica; onde e per questa, e per quella dell' avere a tirar l' aria sott' acqua, si cagiona a chi nuota l' affanno, che abbiamo detto.

PROBLEMA III.

I Funamboli, tenendo un' asta lunga in mano, facilmente camminano, e ballano sulla corda, e senz' essa con gran difficultà e appena ci possono camminare. Si domanda ora, che ajuto gli porga la detta asta.

La risoluzione del presente problema dipende da tre verissime proposizioni. La prima è tale. Io ho un pezzo di trave, e lo drizzo a perpendicolo sopra terra, drizzato che io l' ho, vedo, che non vuol stare altrimenti in piede, ma che comincia a inclinare per cadersene disteso in terra; allora se io, che lo vedo cadere, lo soccorro subito, con ogni picciola forza e lo terrò, e lo tornerò a drizzare, che non vadia giù, cosa, che non così facilmente farei, se lo soccorressi, quando ei fusse vicino a distendersi in terra. Da questa prima proposizione se ne cava la seconda, che è questa. Uno per passare un fosso è necessitato di camminare sopra un ponte strettissimo, qual sarebbe un tronco di un albero, o un pezzo di tavola larga un quarto di braccio: ora se costui averà qualche ritegno, o appoggio benchè minimo, sul quale si possa reggere, quando si sente barcollare, facilmente passerà il fosso, perchè come abbiamo detto nell' esempio della trave, basta ogni picciola forza, e resistenza per tener in piede una cosa, che accenni di voler cascare. La terza proposizione è, che con assai maggiore prestezza, e velocità si vibra, e si scuote un pezzo di legno corto colla mano, che non si fa un' asta molto lunga. Ora il Funambolo, a guisa di quello, che ha da passare il fosso pel ponte stretto, ha da camminare sopra una corda, sicchè se 51
non avesse qualche appoggio, quando e' si sente vacillare, cascherebbe facilissimamente in terra; ma egli ha l' appoggio, e questo glie lo porge l' asta lunga, che porta in mano; perchè quando ei si sente piegare, e andar giù da una ban-

banda, egli ſi appoggia e ſi aggrava dalla medeſima ſull' aſta, la quale per eſſer molto lunga con gran lentezza ſi muove alla forza, che gli vien fatta; ſicchè non così toſto ella comincia a muoverſi; che il Funambolo, al quale baſta ogni minimo appoggio per riaverſi, ſi è già riavuto, e raddrizzato.

PROBLEMA IV.

IO ho due lance del medeſimo peſo, e della medeſima lunghezza, cioè che tanto legno è in una, che nell' altra, ma una di eſſe è piena e maſſiccia, l' altra è incavata e vota a guiſa di una canna; ſi domanda adeſſo qual di queſte due lance più difficilmente ſi ſcavezzerà, o troncherà.

Si riſponde, che la vota farà maggior reſiſtenza nel troncarſi, che non farà la maſſiccia, e tanto maggiore, quanto è maggiore il diametro ſuo di quello della piena. Per la qual coſa quindi è, che la provida natura dovendo far gli uccelli molto leggeri, acciò più facilmente ſi moveſſero per aria, ma colle penne gagliarde, acciò poteſſero durare a volare, dette loro le penne dell' ali, che ſon quelle, che più dell' altre ſi affaticano, di materia leggeriſſima, ma col calamo voto, acciò fuſſero gagliarde, e reſiſtenti al troncarſi; che ſe colla medeſima quantità di materia gliele aveſſe fatte piene, aſſai più facilmente ſi potrebbono ſpezzare. E l' iſteſſa induſtria ha oſſervato ancora in farli alcuni oſſi, come quelli delli ſtinchi, e delle coſcie, i quali ſi vedono molto ſottili, e queſto per leggerezza dell' uccello, ma voti dentro, perchè e' ſieno più gagliardi. Ma qui potrebbe domandare uno, perchè la natura non ha fatto a i quadrupedi, e agli altri animali, che camminano ſopra la terra, l' oſſa delle gambe vote come quelle degli uccelli, ma molto groſſe, e piene di midollo, come ſi vedono. Per queſto ſi riſponderà, che e' quadrupedi, ed altri animali, che vanno ſopra terra, andando ſempre a pericolo di urtare le gambe in ſaſſi, o altri intoppi con pericolo di frangerſi, o ſchiacciarſi li ſtinchi, era neceſſario, che la natura gli li faceſſe pieni e maſſicci, acciò non così facilmente ſi poteſſero ſchiacciare; perchè pigliando l' eſempio dalle due lance con più facilità ſi può ſchiacciare quella, che è vota, che la piena. Ma gli uccelli, che vanno per aria, dove non hanno a temere intoppo alcuno, ma debbono eſſere principalmente leggeri, hanno gli ſtinchi, e le penne dell' ali vote, e per leggerezza, e perchè nel moto, che fanno nel volare, facciano più reſiſtenza a ſpezzarſi.

PROBLEMA V.

ONde avviene, che le ſtelle ci appariſcano al ſenſo immobili, con tutto che camminino con ſomma velocità, ſicchè in breviſſimo tempo camminano grandiſſimo ſpazio del Cielo.

A tal queſito ſi riſponderà così, che le ſtelle ci appariſcono immobili, nel medeſimo modo, che immobile ci ſi dimoſtra la lancetta dell' Oriuolo. Perchè ſe noi piglieremo un oriuolo, e lo accomoderemo in tal maniera, che prodotto
52 il ſuo indice vadia a ferire in una ſtella poſta in Oriente, e dall' altra parte del detto indice, che riguarda l' Occidente, porremo l' occhio, vedremo che ſecondo che l' indice ſi verrà inalzando, la ſtella lo ſeguiterà, mantenendoſi ſempre nell' iſteſſa linea retta dell' indice, nè mai accaderà, che noi la vediamo o ſotto o ſopra di eſſo, ſicchè ci parrà, che ella ſi muova al moto dell' indice, il qual moto eſſendo a noi inſenſibile, inſenſibile ancora ci viene a eſſere quello della ſtella, ec.

PRO-

PROBLEMA VI.

ONde avviene, che in tempo, che sia nebbia, e la mattina a buon'ora si vede intorno alle siepi grandissima quantità di ragnateli, dove che, quando il tempo è sereno, e nel mezzo giorno, non se ne vede più uno. Si vedono assaissimi ragnateli quando è nebbia, perchè i fili di essi, che sono per la loro somma sottigliezza invisibili, vengono a essere ingrossati da un grandissimo numero di stille minutissime di acqua componenti la nebbia, che ci si posano su, onde si fanno visibili, e ci appariscono come tante filze piccolissime di perle, e per quest' istessa ragione se ne vedono ancora in gran quantità la mattina a buon' ora, perchè l' istesso effetto, che cagionano in essi le minute stille della nebbia, lo cagionano anco le stille della rugiada, la quale gli cade sopra la notte, onde poi la mattina si vedono quei carichi delle dette stille, le quali insino che il Sole non le consuma, son causa, che noi vediamo tanta gran quantità di ragnateli.

PROBLEMA VII.

ONde accade, che alcune volte dopo una nebbia scoprendosi il Sole le foglie di vite, ed altre frondi divengono aride, e si seccano affatto.

La cagione di tale effetto è questa. Si posa (mentre dura la nebbia) sulle foglie delle viti una grandissima quantità di stille minutissime di quelle istesse, che ci fanno vedere i ragnateli, e queste sono di figura rotonda, e sferica perfettissima; si dissolve poi la nebbia, e si scopre il Sole, i raggi del quale passando per quelle piccolissime sferette percuotono per retrazione la foglia, che ad esse soggiace, sicchè nel medesimo modo, che gli stessi raggi passando per una palla di cristallo, o per una caraffa piena di acqua, e percotendo sull'esca, e sul panno, o altra cosa simile la riscaldano, ed accendono, così anco passando per quei piccioli globetti vengono a riscaldare talmente la foglia, che l'inaridiscono, e seccano affatto. Ma è da notarsi, che non sempre accade questo, perchè se la nebbia durasse molto tempo, si verrebbono a ragunare su le foglie tante di quelle minute gocciolìne, che si rammonterebbono una sopra l'altra, si confonderebbono insieme, o finalmente perdendo affatto la figura sferica si schiaccerebbono, onde altro non apparirebbe sulla foglia, che un sottil velo di acqua, ed in questo caso il Sole non fa in esse quell'effetto, che fa mentre quelle gocciolìne vi sono sopra intatte, e intere.

PENSIERI VARJ
DI GALILEO GALILEI.

1 L Dire, che le opinioni più antiche ed inveterate sieno le migliori è improbabile; perchè siccome d' un uomo particolare l'ultime determinazioni pare che sieno le più prudenti, e che con gli anni cresca il giudizio, così dell'universalità degli uomini pare ragionevole che l' ultime determinazioni sieno le più vere.

2. Sensum visus asseris omnium maxime fallaciis esse obnoxium, ob idque non leviter, quæcumque visui occurrunt, esse credenda: fateor; scias tamen te contra te ipsum obloqui. Dicam enim ego: quia visus, præsertim in maximis distantiis, decipitur, hinc factum est, ut omnes homines ad hæc usque tempora ob visus imbecillitatem decepti sint, credentes triformem Saturnum unam tantum esse stellam; Jovem solitarium incedere, cum tamen quatuor adstent illi circulatores; Lunam esse superficie perpolitæ; asperam tamen & tuberosam existentem deprehendimus; Venerem atque Mercurium semper circulariter intra naturalis potentiæ cancellos obstrictos latere; oculis vero nostris mira perspicillorum efficacia munitis obviam sese fecerunt.

3. Si corpora physica non ex indivisibilibus constant, sed habent quanta minima in quæ resolvantur, inquirendum est de ipsorum minimorum figuris, quæ dubio procul erunt sphæricæ. Afferunt enim causam, cur minima naturalia necessario sint quanta, quia scilicet talis forma, ut puta lapidis, terræ, auri, sub minori quantitate consistere nequit. Cum autem tres sint quantitatis dimensiones, dicendum est, formam illius corporis physici sub minore longitudine, latitudine, & profunditate consistere non posse. Dimensiones autem istæ in corpore non organico non differunt nisi secundum nostram considerationem; æqualia ergo erant in minimis hisce componentibus, & per consequens quia minima erant physica.

4. Fixæ sunt admodum exiguæ, adeo ut neque Canis ipse multa superet minuta secunda. Licet quatuor mediceorum Planetarum periodi velocissimæ sint, nunquam tamen huc usque iidem fuerunt situs, vel eædem intercapedines. Quod liquido constat, si consequentes deinceps Constitutiones observentur, quæ eumdem ordinem minime servant: quod si & horum, numero tantum quatuor, brevissimæ restitutiones irrationales sunt, quid quæso de aliis septem erronibus existimandum? Quis eorum errores statutis legibus excribet?

5. Utimur tanquam rationali mensura temporibus revolutionis diurnæ, & eorum particulis menstruas Lunæ, solis annuas, alias reliquorum Planetarum reversiones metiri consuevimus, quæ tum inter se, tum primæ lationi incommensurabiles cum sint, irrationabiles ergo, & prorsus inexplicabiles extant. Quapropter iis, qui sequentur, Astronomis, sicuti & superioribus omnibus, negotium in Astronomia non deerit. Insuper reliquarum omnium lationum mensuram facimus diurnam revolutionem, ejusque particulas, quasi & ipsa æquabilis & uniformis sit, æqualesque illius arcus æqualibus temporibus respondeant; sed quis observavit, quis vidit Æquatoris æquabilem esse transitum?

6. Calidi est rarefacere & frigidi condensare. Numquid corpus aliquod, quod in aqua frigida non descendat, quia densior, descendat idem in calida, quia rarior?

7. In Vasculis vitreis occlusis liquores & fructus diu forte servantur.

8. Esse

8. Esse in gravi repugnantiam intrinsecam ad motum instantaneum, adeo ut non ratione medii impedientis contingat successio & tarditas, qua dempta scilicet per vacuum intervallum, mobile instantanea casurum foret celeritate, patet vel maxime ex eo, quod in principio lationis lente movetur, impetumque ac celeritatem acquirit successive, quod minime contingeret, si a principio intrinseco inesset illi propensio ad instantaneum motum. Cum enim tam in principio quam in medio lationis eadem semper habeatur medii resistentia, aeris nempe quiescentis, motus esset æquabilis orsus ab eodem principio, factus in eodem medio semperque eodem modo disposito.

9. Crediderunt Peripatetici causam scintillationis Fixarum esse remotionem, ob quam visus noster debilis & trepidans ad illas pervenit; sed ut rectius loquantur, ob quam illarum fulgor debilis ac titubans ad oculum pertingit; quod de more ex diametro falsum erit. Nam fixę scintillant, quia suapte natura lucidæ fulgorem ab intra emittunt, radiosque fulgentissimos vibrant. Planetæ vero suapte natura obscuri alieno tantum lumine in superficie pinguntur. Languet exinde eorum lux adscititia, quæ moveri desinit in Planetarum corpora impingens.

10. Dicis stellarum infra tertiam magnitudinem nullas esse operationes, deque illis nullam ab Astronomis curam haberi. Verum tuam inscitiam non agnoscis? Nonne Nebulosarum curam maximam geris? At nebulosæ quid aliud sunt, quam stellarum infra tertiam magnitudinem congeries?

11. Motus deorsum gravibus est naturalis, quatenus ea restituit in bonam constitutionem, quæ prius erant in mala, & sic motus etiam sursum iisdem naturalis est, ut cum lignum ex aquæ fundo fertur ad superficiem, ut ibi naturaliter quiescat; ita quoque arboris ramus attollitur sursum naturaliter, quia vi inflexus fuerat.

12. E' bella cosa il sentire alcuni Peripatetici ignorantissimi di Matematica farsi avvanti con dire, che Aristotile fu così gran Matematico quanto altri, quasi che tanto basti, che Aristotile ne abbia saputo per se e per loro.

13. Che il fumar dell'acque dei pozzi l'inverno non venga da lor calore è manifesto, perchè i panni, che si asciugano al sole, l'inverno fumano, e la state no, e l'alito si vede l'inverno, e non la state.

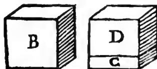
14. Si Luna esset speculum, ad imagines circumadstantium corporum pingeretur, ipsorumque simulacra ad nos retorqueret. Verum solis ac stellarum idola ob nimiam illarum a Luna distantiam, nec non ob Lunæ a nobis elongationem, itemque ob ejus sphæricitatem omnino inconspicua forent. Afficeretur igitur universa Lunæ superficies ab imaginibus totius ętheris circumfusi, cujus colore coloraretur; invisibilis ergo esset Luna in Cœlo, ac solis lumen nullatenus ad nos retorqueret. Sol enim in hemsphęrio Lunæ eam occuparet partem, quam corpus illius in toto fere cœlo occupat. Posita solis diametro gr. o. m. 34. erit ejus discus ad sui cœli superficiem ut 1. ad 221760.

15. Sia il solido B in specie egualmente grave come l'acqua; e sia la mole C più grave in specie del solido B, ma di gravità assoluta eguale ad esso; sarà dunque la mole C minore della mole B.



Pongasi la mole C D eguale alla B, ed intendasi la parte D esser aria. Adunque D essendo aria, in aria non peserà niente, e però tutta la mole C D peserà in aria quanto C, cioè quanto B: Le moli dunque B, C D in aria pesano egualmente. Dico che anche in acqua saranno eguali in peso, cioè, che nè anco C D peserà nulla. Imperocchè pesando il solido C in aria quanto la mo-

le B, cioè, quanto una mole d'acqua eguale a C D, ed in oltre pesando C in acqua meno che in aria, quanto è il peso in aria d'una mole d'acqua eguale alla mole C; adunque C in acqua pesa quanto una mole d'acqua eguale alla mole D in aria. Ma la gravità in aria d'una mole d'acqua D è eguale alla leggerezza d'altrettanta mole d'aria in acqua; adunque la gravità del solido C in acqua è eguale alla leggerezza della mole d'aria D in acqua: adunque il composto C D in acqua non pesa nulla, come B.



16. In ogni mobile che debba esser mosso violentemente pare, che sieno due specie distinte di resistenza; l'una che risguarda quella resistenza interna, per la quale noi diciamo più difficilmente alzarsi una pietra di mille libbre, che una di cento: l'altra che ha rispetto allo spazio per il quale si ha da fare il moto; e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontana cento passi, che cinquanta. A queste diverse resistenze rispondono proporzionatamente i due diversi motori, l'uno dei quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa non muoverà se non una resistenza minore, benchè insensibilmente della sua virtù o gravità premente, ma la muoverà bene per spazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza benchè immensa, ma per limitato intervallo; onde io stimo vere queste due proposizioni: il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo: il premente muovere finita e limitata resistenza per infinito intervallo. Sicchè al percuziente sia proporzionabile l'intervallo, e non la resistenza; ma al premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose considerate mi fanno dubitare, che il quesito del Sig. Francesco sia inesplicabile, come quello che cerchi agguagliare cose non proporzionabili, che tali credo io, che sieno le azioni della percossa, e della pressione, siccome nel caso particolare qualunque resistenza, che sia nel cuneo B A, sarà mossa da qualunque percuziente C ma per limitato intervallo come tra i punti B A. Ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo B A sarà spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D. Ma questa non sarà spinta per il limitato intervallo tra i punti B A, ma in infinito, essendo sempre ugual resistenza nel medesimo mobile A B, come si deve supporre, non si facendo menzione in contrario nella proposta.

17. Appresso le scuole de' Filosofi è approvato per vero principio, che del freddo sia proprietà il ristrignere, e del caldo il rarefare. Ora stante questo, intendasi, che l'aria contenuta nello strumento sia della medesima temperie, che l'altra aria della stanza dove si pone, e così per ritrovarsi questi due corpi egualmente gravi in specie, ne segue che l'uno non scaccia l'altro, come a quello che per non acquistar niente è meglio restar quivi. Ma se l'aria circonfusa alla palla si raffredderà con l'imporvi qualche corpo più freddo, i calidi contenuti nell'aria compresa nella palla, come quelli che per esservi un mezzo men leggeri di loro, se ne saliranno in alto, e tal aria diverrà più fredda di prima: e così per l'antidetto principio si ristrignerà e terrà meno luogo, ne detur vacuum, onde il vino salirà su ad occupare il luogo lasciato vuoto dall'acqua, e di poi riscaldata tal aria, rarefacendosi e tenendo maggior luogo verrà a scacciare e mandar giù il vino, il quale come grave volentieri le cederà quel luogo; onde ne segue che il freddo non sia altro che privazione di caldo. Che gli uomini muojano interrizziti dal freddo avviene che il freddo ambiente va consumando tutti quegli atomi ignei, che trova nelle membra, onde non v'essendo più il calor naturale,

rale, si muore. L'acqua posta in una stanza si trova nella medesima temperie, che la stanza dove si pone partecipando ambedue ugualmente di atomi ignei: Ma che una mano che tenuta in aria ti par calda, poi posta nell'acqua si raffredda, questa ne è la cagione considerandosi il caldo esterno e l'interno; che mentre resta in aria, gli atomi ignei suoi proprj hanno luogo d'uscire, che son quelli, che cagionano il caldo; ma posta in acqua, le particole d'essa tornano e serrano gli aditi onde escono i detti atomi, essendo le parti dell'acqua maggiori delle porosità, per le quali essi scappano fuori, il che non avviene nell'aria, trovando il campo libero, come quelli che non son tenuti dalle parti dell'aria per esser minori de' pori, onde erumpunt, essendo che il caldo non sia altro, che il contatto e solleticamento di quegli atomi calidi, i quali nello scappar fuora trovano le membra del corpo. L'aria freddissima per Tramontana è più fredda del diaccio e della neve. In confermazione di che se si approssimerà allo strumento in tal tempo o della neve o del diaccio, il vino calerà notabilmente. In oltre per confermar questo, un vaso pien d'acqua posto nell'acqua non ghiaccerà, e posto in aria ghiaccerà. In oltre l'acque de' Fiumi dovriano agghiacciarsi nel fondo, dove son più lontane dal caldo dell'aria, e non nella superficie, dove son vicinissime all'aria, ma ne segue il contrario; onde nell'istessa maniera, cioè dall'operazione del caldo e del freddo si maturano tutte le frutte e biade, perchè se considereremo la struttura e fabbrica di quelle, prima vedremo: L'uva è composta di grani o vogliamo dire vesciche, e questo si vede apparentemente nell'uva, dove ogni grano è una vescica: il simile ne' pomi granati, fichi, cocomeri ed altri; onde tali vesciche essendo piene d'umore, venendo il caldo del Sole, le spreme e sgonfia, e mandano fuori parte di quell'umore, onde la sera son passe. Ma nel sopragiugner la notte, e raffreddandosi l'aria, tali vesciche si vengono a riempire di nuovo umore, e maggior di quello, che il giorno avanti avevano mandato fuori, onde esse vesciche vengono a molto più farsi capaci, e per questa alterazione si maturano, facendo l'istesso effetto che fa l'istrumento, in confermazione di che si veggono la mattina durissime. D'onde avvenga che il velluto tenga caldo, e l'ermisino fresco, ciò è causa, perchè questo, come quel che si accosta benissimo alla carne, serra i pori, onde restano i calidi dentro, e così non si genera il caldo, ed il simile avviene nelle pellicie. In un fiasco si può costipare tant'aria, che pesi oltre al peso ordinario del fiasco e dell'aria, quanto un coso di venti soldi, onde ne seguita ch'ella sia grave e non leggiera, perchè se ella fusse tale, quanta più aria si costipasse nel fiasco, tanta più forza avrebbe d'andare in alto, come si vede che un vaso quanto più s'empie di terra, tanto più va al fondo.

18 Le parti quante nella linea terminata o sono finite o infinite, Finite no, perchè la divisione non si estenderebbe in infinito; Infinite no, perchè la linea proposta sarebbe stata infinita in lunghezza. Dico nè esser infinite, nè finite; ma esser tante, che rispondono ad ogni numero, e rispondendo ad ogni numero non sono infinite, perchè nessun numero è infinito, nemmeno sono finite, cioè determinate da qualche numero, perchè d'ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori.

La fallacia è nel distinguere dicendo, o sono finite o infinite; perchè il finito e l'infinito sono differenti di genere; ed in questa guisa non è buona divisione, l'avorio o è giallo o è dolce, potendo essere nè giallo nè dolce.

Dirà alcuno, io divido la linea in due parti quante, poi in quarti, poi in 100, nè mai arrivo al fine della divisione; adunque nella linea è l'infinito de' quanti. S'inganna questo nel suo discorso, perchè non meno dista dall'infinito il 1000, che il 100, o che il 20, o che il 4; e dal 4 al 20, poi al 100, ed al 1000 ec. non si cammina verso la infinità; onde questa inquisizione non ci può

può accertare, se vi sia l'infinito o no; siccome quello, che partendo da Venezia naviga sempre verso mezzo giorno non trovando mai Costantinopoli, non può dire, Costantinopoli è lontana da Venezia in infinito, potendo essere ovvero che Costantinopoli non sia in natura, ovvero che quella strada non vadia in quel verso: ma potria ben dire tal distanza esser infinita, quando andando a quella volta dove fusse Costantinopoli, fusse impossibile l'arrivarvi mai. Concludo adunque, che la via della divisione, e suddivisione non camminando verso l'infinito, non ci serve niente per concludere se vi sia o no. Puossi continuar sempre la divisione, senza che mai le parti siano infinite, ma sempre contenute da qualche numero, del quale non ve ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che sia infinito.

Quello che risponde a tutti i numeri non è di necessità infinito, perchè non v'è numero alcuno infinito, e quello che è determinato da qualche numero, non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero include tutti i numeri. Adunque quello che è determinato da qualche numero è altro, che quello, che risponde a tutti i numeri; e quello che risponde a tutti i numeri è altro che l'infinito. Adunque abbiamo tre cose differenti, cioè quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti i numeri, e l'infinito. Chi dunque dirà, che le parti del continuo son tante, che rispondono ad ogni numero, dirà bene.

19 Cercasi per qual cagione i luoghi montuosi o vicini alle gran montagne siano più degli altri sottoposti alle tempeste, fulmini, tuoni, e baleni. Forse la cagione è tale. Levansi nella terra vapori, ed esalazioni. Sono i vapori materia delle piogge, nebbie e nuvole. Ma l'esalazioni producono stelle cadenti, travi, ed altre impressioni ignee. Queste son frequenti nell'Estate per le molte esalazioni elevate dal caldo del sole. Quelle abbondano nell'inverno e ne' tempi non caldi per la copia de' vapori umidi; e mentre che l'aria sarà ripiena di semplici vapori, darà semplicemente pioggia e nevi; ma se vi saranno in copia semplici esalazioni, vedrannosi le sole impressioni ignee sopradette. Ma se nell'istesso tempo abbonderanno nell'aria e vapori ed esalazioni, allora per il contrasto delle contrarietà, l'esalazioni serrate e combattute da' vapori produrranno tuoni lampj e saette, ed i vapori per l'antiperistasi dell'esalazioni non solo in pioggia, ma in grandine e tempesta si scioglieranno. Ora a ciò si elevino nell'istesso tempo e l'esalazioni ed i vapori, sono i luoghi montuosi accomodatissimi, e massime nel tempo caldo. Imperocchè ferendo il sole i dorsi de' monti esposti a mezzo dì ad angolo retto, gli risecca e n'estrae copia grande d'esalazioni; Ma dai dorsi boreali, e dalle valli profonde ed umide ascendono in gran copia i vapori, i quali mescolati con l'esalazioni sono materia atta a produrre mediante le loro contrarie qualità quegli effetti più violenti di tuoni, lampi, fulmini, grandini, tempeste, dove che dalle pianure lontane dai monti, per esser loro nello stesso modo ferite dai raggi solari, non si fanno elevazioni di materie contrarie, ma simili ed atte a produr effetti uniformi e meno violenti. L'inverno poi per l'abbassamento del sole pochissime esalazioni dai monti, e meno dalle pianure si elevano; onde in quella stagione si hanno solamente gli effetti dei vapori, cioè pioggie, nevi ec. In oltre da' Paesi montuosi maggior copia di vapori e di esalazioni si elevano, che dalle pianure, perchè la superfizie v. g. di dieci miglia di paese montuoso è assai maggiore che quella di dieci miglia di piano, e perchè l'evaporazioni si fanno dalla superficie, adunque ec. Dico in oltre maggior copia di vapori elevarsi dalla Terra umida, che dall'acqua, perchè l'acqua come diafana trasmette i raggi del sole, e meno si riscalda, che la Terra opaca, la quale riscaldata più, maggiormente fuma. Segno di ciò sia, che in un giorno di state, d'un vaso d'acqua profonda, poca se ne asciugherà, ma

se

se si continuerà d'aspergere sottilmente una pietra, o una tela, grandissima copia d'acqua si convertirà in vapore. Poco dunque di vapori, e meno di esalazioni si eleva dal mare.

20 Aquam in sua regione non gravare colligunt ex eo, quod si quis in profundo maris locetur, pondus imminentis aquæ non sentiat. Id autem si recte dictum est, inferam ego, non modo aquam non gravare, verum potius levitare. Nam si magnus e. g. lapis in profundo maris ponatur, non modo ob imminente aqua non reddetur gravior, verum longe minus ponderabit, quam si aqua ablata fuerit.

21 Incalescat vitreum vas oris angustissimi, donec aer extrudatur, statimque obturetur, ne novus subintret aer, & ita exinanitum ponderetur in libra exactissima; deinde immissum idem vas in aqua aperiatur, ingredietur tantundem aquæ, quantum desiderabatur aeris: hæc aqua servetur in alio vase, deinde primum vas optime siccatum iterum ponderetur jam naturali aere repletum, ponderabit dubio procul magis quam antea dum esset exinanitum, acceptaque ponderum differentia erit pondus aereæ molis aquæ servatæ æqualis.

22 Fannosi liti e dispute sopra l'interpretazione d'alcune parole d'un testamento d'un tale, perchè il testatore è morto, che se fusse vivo, sarebbe pazzia il ricorrere ad altri che a lui medesimo per la determinazione del senso di quanto egli avea scritto. Ed in simil guisa è semplicità l'andar cercando i sensi delle cose della natura nelle carte di questo o di quel Filosofo più che nell'opere della natura, la quale vive sempre, ed operante ci sta presente avanti gli occhi veridica ed immutabile in tutte le cose sue.

I L F I N E.



INDI-

INDICE
DELLE COSE NOTABILI
Che si contengono nei primi tre Tomi dell'Opere di Galileo Galilei.

Le Lettere A, B, C, significano Primo, Secondo, e Terzo Tomo, e i numeri accennano le pagine.

A

e non

Ba-

D

De-

F

Canoc-

Del

tro

Del

M

Superio-

in

O

P

P

Det-

Il fine del Tomo Terzo.



